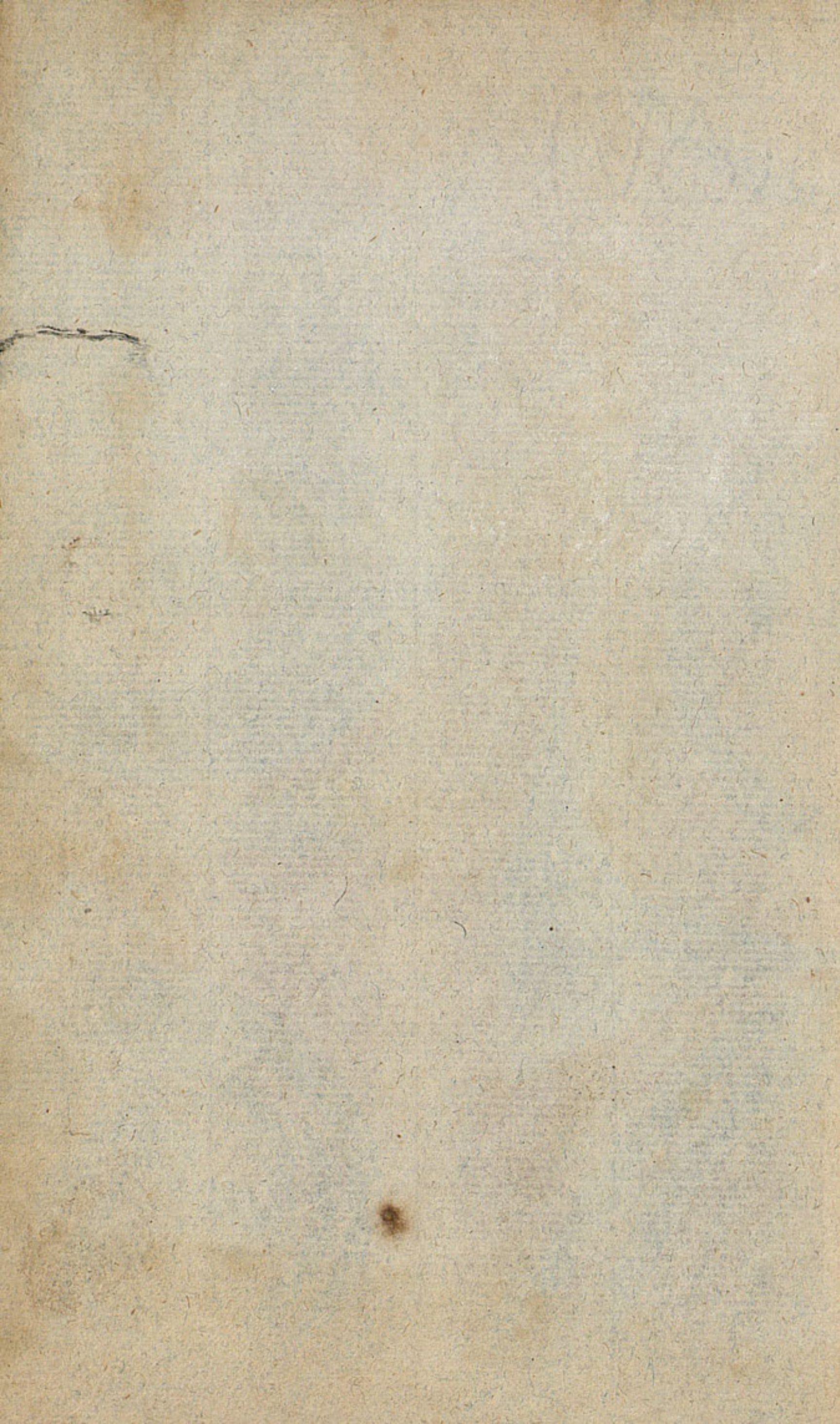






ABRÉGÉ D'ASTRONOMIE.



ABRÉGÉ D'ASTRONOMIE,

PAR M. DE LA LANDE,

Lecteur Royal en Mathématiques; de l'Académie Royale des Sciences de Paris; de celles de Londres, de Pétersbourg, de Berlin, de Stockolm, de Bologne, &c. Censeur Royal.



A PARIS,

CHEZ LES LIBRAIRES ASSOCIÉS.

M. DCC. LXXV.

AVEC PRIVILEGE DU ROI.

PRÉFACE.

L'Astronomie que j'ai publiée en 1764 en deux volumes, & en 1771 en trois volumes *in*-4°, étoit destinée non-seulement pour ceux qui commencent, mais pour les Astronomes même de profession; on y trouve toutes les méthodes, les découvertes, les observations, les calculs dont ils font usage, & les tables Astronomiques les plus parfaites.

Mais en donnant ce grand ouvrage au Public, je n'ignorois pas que le plus grand nombre des amateurs le trouveroient trop étendu, & qu'on ne pourroit s'en servir dans les études des Universités; il falloit donc en publier un extrait.

Les Leçons de M. l'Abbé de la Caille sont du format & de l'étendue de cet Abrégé, mais elles sont trop succintes pour la partie élémentaire, trop abstraites pour les théories astronomiques; on n'y trouve rien sur l'histoire de l'astronomie, sur les instruments, sur les observations; ce sont les inconvénients que j'ai voulu éviter. Lorsque ce grand Astronome composa ses Leçons, il avoit pour objet de les expliquer lui-même à ses auditeurs, il ne lui falloit que le texte imprimé; s'il eût voulu remplir l'objet que je me propose aujourd'hui, il ne m'eût laissé rien à faire.

La méthode & l'ordre de cet Ouvrage sont aussi très-différents de ceux de M. de la Caille : les premiers phénomenes qui doivent frapper les yeux, lorsqu'on examine le Ciel pour la premiere fois, m'ont paru devoir commencer un Traité d'Astronomie. J'ai considéré ensuite les conséquences qu'en tirerent les premiers Astronomes, toujours très-naturelles, souvent très-ingénieuses, quelquefois fausses, car les premiers Observateurs ne furent que des Bergers. Ainsi je n'ai pas commencé mon Livre en supposant l'Observateur au centre du soleil, comme a fait M. de la Caille, parce qu'il a fallu deux mille ans pour parvenir à démontrer que le soleil étoit le centre des mouvements célestes. Je n'ai pas commencé par la définition des cercles de la Sphere, parce que le Lecteur n'auroit point apperçu la nécessité de ces cercles & leur origine ; la génération des choses doit précéder leur définition. Enfin, je n'ai pas commencé par l'Histoire de l'Astronomie, il auroit fallu supposer l'Astronomie connue ; mais j'ai tâché de conduire l'histoire avec la chose même, en cherchant l'ordre des Inventeurs, & réunissant l'histoire de l'Astronomie aux principes de cette science. J'ai indiqué l'ordre des découvertes lorsque je n'ai pas pu le suivre. L'esprit va toujours de proche en proche ; une invention paroît ordinairement merveilleuse, parce qu'on n'apperçoit pas la route par laquelle on y est parvenu ; mais elle paroît toujours aisée quand on en approche ce qui l'a précédé, & qu'on sait la route qui a conduit à chaque vérité.

A la suite de ces premieres Observations nous

verrons paroître les travaux de Copernic, de Tycho, de Képler, de Caſſini, de Nevvton; en un mot, des inſtruments nouveaux, des ſyſtêmes hardis, des découvertes heureuſes, des obſervations délicates; ces deux ſiecles de lumiere ouvriront le ſpectacle le plus étonnant dont l'eſprit puiſſe jouir; mais ſi nous prenons ſoin de placer chaque choſe à la ſuite de celle qui lui a donné naiſſance; ſi nous tranſportons le Lecteur dans la poſition de celui qui aura fait quelque belle découverte, la chaîne reparoîtra, & l'eſprit ſoulagé du fardeau que trop d'admiration impoſe à l'amour-propre, jouira preſque du plaiſir que l'auteur même dut avoir; c'eſt donc à montrer les progrès de l'eſprit que la méthode de cet Ouvrage eſt deſtinée; point de Science où ils ſoient plus admirables & plus ſatisfaiſants.

Quelque envie que j'euſſe de diminuer la ſécheresſe d'une étude ſi ennuyeuſe, l'exemple de M. de Fontenelle ne m'a point ſéduit; je n'ai oſé y mêler ni dialogues, ni épiſodes, ni digreſſions; le goût épuré de notre ſiecle ſemble avoir un peu écarté cette maniere enjouée de préſenter les Sciences. Ceux à qui ce genre de lecture pourroit plaire, trouveront de quoi ſe ſatisfaire dans le *Spectacle de la Nature, T. IV.* On y verra des peintures agréables, des converſations amuſantes, des réflexions qui intéreſſent. La fraîcheur des ombres, le ſilence de la nuit, la douce lumiere du crépuſcule, les feux qui brillent dans le ciel, les diverſes apparences de la lune, tout devient entre les mains

de M. Pluche un sujet de peintures agréables. Il rapporte tout au besoin de l'homme, aux attentions de l'Etre suprême sur nos plaisirs & sur nos besoins, & à la gloire du Créateur. Son Livre est un Traité des causes finales, autant qu'un Livre de Physique, & il y a beaucoup de jeunes gens à qui cette lecture fera le plus grand plaisir. Pour moi je n'ai eu pour objet que de parler d'Astronomie, & je me contente d'indiquer à la curiosité du Lecteur, le *Spectacle de la Nature*, la *Théologie Astronomique de Derham*, & les *Dialogues de M. de Fontenelle* sur la pluralité des Mondes.

Mon plus grand soin a été de rendre mes explications faciles à entendre. Je me suis rappellé les difficutés que j'avois rencontrées moi-même autrefois; je les ai analysées & résolues, & j'ai expliqué avec le plus de détail & de clarté qu'il m'a été possible, les solutions que je m'en étois faites; j'ai profité aussi des difficultés que m'ont proposé plus d'une fois des personnes qui étudioient ces matieres, & l'occasion que j'ai eue de les expliquer avec soin.

Les renvois d'un article à un autre n'y sont point épargnés, ils rendront l'usage de ce livre plus facile; ils m'ont évité beaucoup de répétitions, & ils soulageront la mémoire du Lecteur.

Pour lire cet Ouvrage avec fruit, il faut tâcher d'avoir un globe céleste; il est sur-tout nécessaire pour bien entendre le premier Livre.

La seconde attention qu'il faut avoir dans une semblable lecture, c'est de se rendre chaque proposition assez familiere, pour n'être point étonné

qu'elle ait été trouvée, & qu'elle paroiſſe ſi naturelle qu'on eût pu ſoi-même la préſumer, au moyen de ce qui précede; il ne faut quitter un article qu'après l'avoir compris, ou du moins y revenir bientôt; c'eſt le moyen de tout comprendre dans le moindre eſpace de temps. Mais le conſeil le plus important que l'on doive donner à ceux qui étudient les Mathématiques, c'eſt d'exercer leur imagination beaucoup plus que leur mémoire, c'eſt de lire peu & de penſer beaucoup, de chercher par eux-mêmes les démonſtrations, ou du moins d'eſſayer leurs forces le plus ſouvent qu'ils pourront; c'eſt ainſi qu'on acquiert l'eſprit des Mathématiques, le goût de recherches, la facilité de découvrir & d'inventer; il faut développer ſoi-même les choſes qu'on a lues, en tirer des corollaires, en faire des applications, & ne chercher dans le Livre, s'il eſt poſſible, que la confirmation de ce qu'on aura trouvé. Les longs détails dans leſquels je ſuis entré quelquefois, ſont pour les Curieux qui n'ont ni l'âge, ni le temps néceſſaire pour ſuivre la méthode que je viens de conſeiller.

Je ne ſuppoſe d'autres connoiſſances que celles des éléments ordinaires de Géométrie & ſeulement dans quelques articles les éléments d'Algebre, tels que ceux de MM. Clairaut, Bezout, Boſſut, &c; mais tous les articles où je ſuppoſe l'Algebre ſont imprimés en *petit Romain*, pour qu'on puiſſe les paſſer ſans interrompre la lecture des éléments.

Dans cet Abrégé les explications les plus élémentaires ſont exactement les mêmes que dans mon

grand Ouvrage, dont celui-ci eſt l'extrait, ſouvent je me ſers des mêmes termes; de là on peut conclure que cet abrégé eſt inutile à ceux qui ont les 3 vol. *in*-4°. Cependant beaucoup de Lecteurs ſavent qu'il faut ébaucher par une premiere lecture une étude d'auſſi longue haleine, & ils aimeront peut-être à trouver dans ce petit volume un choix, déja fait par l'Auteur même, de ce qui leur convient, & ce qu'ils auroient eu peine à chercher eux-mêmes dans une étendue ſix fois plus grande. D'ailleurs j'ai ajouté à la fin de ce volume une table nouvelle des dimenſions des planetes & de leurs diſtances, d'après la parallaxe du ſoleil déterminée par le paſſage de Vénus; elle ſervira déja de ſupplément à mon *Aſtronomie*, en attendant que je publie un autre Supplément *in*-4°. pour être joint à l'ouvrage même.

Avantages de l'Aſtronomie.

En donnant au Public un Traité d'Aſtronomie, en annonçant que cette ſcience a paru aux plus grands hommes digne d'une étude de toute la vie, on eſt obligé de répondre à cette queſtion : A quoi ſert l'Aſtronomie ? Je pourrois demander à mon tour: A quoi ſervent tant de choſes inutiles ou dangereuſes, dont on s'occupe journellement ſur la terre ? Mais la digreſſion me méneroit trop loin, je me borne à mon ſujet. L'étude en général eſt un des beſoins de l'humanité; lorſqu'une fois on éprouve cette curioſité active & pénétrante qui nous porte à pénétrer les merveilles de la Nature,

on ne demande plus à quoi ſert l'étude, car elle ſert alors à notre bonheur.

L'étude eſt d'ailleurs un préſervatif contre le déſordre des paſſions; & il me ſemble qu'il faut ſpécialement diſtinguer un genre d'étude qui éleve l'eſprit, qui l'applique fortement, & lui donne par conſéquent des armes plus ſures contre les dangers dont je parle. Il ne ſuffit pas de connoître le bien, diſoit Séneque, de ſavoir ce qu'on doit à ſa patrie, à ſa famille, à ſes amis, à ſoi-même, ſi l'on n'a pas la force de le faire; il ne ſuffit pas d'établir les préceptes; il faut écarter les obſtacles : *Ut adpræcepta quæ damus poſſit animus ire, ſolvendus eſt*, (Epiſt. 95.). Je ne connois rien qui réuſſiſſe mieux à cet egard que l'application aux Sciences Mathématiques, & ſpécialement à l'Aſtronomie. Les merveilles qu'on y découvre captivent l'ame, & l'occupent d'une maniere noble, délicieuſe & exempte de danger; elles élevent l'imagination, elles perfectionnent l'eſprit, elles rempliſſent & ſatisfont le cœur; elles éloignent les deſirs dangereux & frivoles; elles procurent ſans ceſſe une nouvelle jouiſſance.

Les plus grands Philoſophes de l'Antiquité parlerent de l'Aſtronomie avec admiration. Diogène Laërce raconte qu'on demandoit à Anaxagore pour quel objet il étoit né; il répondit que c'étoit pour contempler les aſtres. S'il y a dans ſa réponſe de l'exagération en faveur de l'Aſtronomie, on y voit au moins l'enthouſiaſme avec lequel un homme de génie contemploit le ſpectacle du Ciel. Platon faiſoit auſſi le plus grand cas de l'Aſtronomie; voyez

ce qu'il en dit dans son 35e Livre intitulé *Epinomis vel Philosophus*, que Marcile Ficin appelle le trésor de Platon. *Nolite ignorare Astronomiam sapientissimum quiddam esse, &c.* il va jusqu'à dire dans un autre endroit que les yeux ont été donnés à l'homme à cause de l'Astronomie : c'étoit peut-être l'idée d'Ovide lorsqu'il disoit :

Finxit in effigiem moderantum cuncta Deorum,
Pronaque dùm spectent animalia cætera terram,
Os homini sublime dedit, cœlûmque tueri
Jussit, & erectos ad sidera tollere vultus. Met. I. 13.

Pythagore disoit que les hommes ne devroient avoir que deux études, celle de la Nature pour éclairer l'esprit, celle de la vertu pour régler le cœur. On regarde avec raison l'étude de la morale comme la plus nécessaire & la plus digne de l'homme : *A proper study of mankind is man*, dit Pope; mais on se tromperoit en croyant qu'on peut être véritablement Philosophe sans l'étude des sciences naturelles. Pour être sage non par foiblesse, mais par principe, il faut savoir réfléchir & penser fortement ; il faut, à force d'étude, s'être affranchi des préjugés qui trompent le jugement, qui s'opposent au développement de la raison & de l'esprit. Pythagore ne vouloit point de Disciple qui n'eût étudié les Mathématiques ; on lisoit sur la porte, *nul ici qui ne soit Géometre* ; la morale seroit peu sûre & peu attrayante pour nous, si elle devoit être fondée sur l'ignorance ou sur l'erreur.

Doit-on compter pour rien l'avantage d'être ga-

ranti par l'étude des malheurs de l'ignorance ? Peut-on envisager, sans un mouvement de compassion & de honte, la stupidité des peuples qui croyoient autrefois qu'en faisant un grand bruit dans une éclipse de lune, on apportoit du remede aux souffrances de cette Déesse, ou que les Eclipses étoient produites par des Enchanteurs?

Cùm frustra resonant æra auxiliaria Lunæ. Met. IV. 333.
Cantus & è curru lunam deducere tentat,
Et faceret, si non æra repulsa sonent. Tib. I. El. 8.

Indépendamment de cette erreur qui dégrade le peuple, on trouve dans l'Histoire plusieurs traits qui montrent le désavantage que l'ignorance en Astronomie donna quelquefois à des Généraux, à des Nations entieres. Nicias, Général des Athéniens, avoit résolu de quitter la Sicile avec son armée; une éclipse de lune, dont il fut frappé, lui fit perdre le moment favorable, & fut cause de la mort du Général & de la ruine de son armée; perte si funeste aux Athéniens, qu'elle fut l'époque de la décadence de leur patrie. Alexandre même, avant la bataille d'Arbelle, fut effrayé d'une éclipse de lune; il ordonna des sacrifices au soleil, à la lune, à la terre, comme aux Divinités qui causoient ces Eclipses.

On voit au contraire des Généraux plus instruits, à qui leurs connoissances en Astronomie ne furent pas inutiles. Périclès conduisoit la flotte des Athéniens, il arriva une éclipse de soleil qui causa une épouvante générale, le Pilote même trembloit; Périclès le rassure par une comparaison familiere : il

prend le bout de ſon manteau & lui en couvrant les yeux, il lui dit : crois-tu que ce que je fais là ſoit un ſigne de malheur? non ſans doute, répondit le Pilote ; cependant c'eſt auſſi une éclipſe pour toi, & elle ne differe de celle que tu as vue, qu'en ce que la lune étant plus grande que mon manteau, elle cache le ſoleil à un plus grand nombre de perſonnes.

Agathocle, Roi de Syracuſe, dans une guerre d'Afrique, voit auſſi dans un jour déciſif la terreur ſe répandre dans ſon armée à la vue d'une éclipſe ; il ſe préſente à ſes ſoldats, il leur en explique les cauſes, & il diſſipe leurs craintes. On raconte des traits de cette eſpece à l'occaſion de Sulpitius, & de Dion, Roi de Sicile. Nous verrons bientôt d'autres exemples du ſavoir & des connoiſſances aſtronomiques des plus grands Princes.

Nous liſons un fait également honorable à l'Aſtronomie dans l'Epître que Roias adreſſe à Charles-Quint, en lui dédiant ſes Commentaires ſur le Planiſphere. Chriſtophe Colomb en commandant l'armée que Ferdinand, Roi d'Eſpagne, avoit envoyée à la Jamaïque, dans les premiers temps de la découverte de cette Iſle, ſe trouva dans une diſette de vivres ſi générale, qu'il ne lui reſtoit aucune eſpérance de ſauver ſon armée, & qu'il alloit être à la diſcrétion des Sauvages : l'approche d'une éclipſe de lune fournit à cet habile homme un moyen de ſortir d'embarras ; il fit dire aux Chefs des Sauvages que ſi dans quelques heures on ne lui envoyoit pas toutes les choſes qu'il demandoit, il alloit les livrer aux derniers malheurs, & qu'il commenceroit par

priver la lune de sa lumiere. Les Sauvages mépriserent d'abord ses menaces ; mais aussi-tôt qu'ils virent que la lune commençoit en effet à disparoître, ils furent frappés de terreur ; ils apporterent tout ce qu'ils avoient aux pieds du Général, & vinrent eux-mêmes demander grace.

Un des avantages que le progrès de l'Astronomie a procuré, c'est d'avoir dissipé les erreurs de l'Astrologie : combien ne doit-on pas s'applaudir d'avoir perfectionné l'Astronomie, jusques à affranchir les hommes de cette misérable imbécillité dont ils furent si long-temps dupes? Je ne puis m'empêcher de rapporter à ce sujet l'aventure de l'année 1186, qui dut couvrir de honte tous les Astrologues de toute l'Europe : Chrétiens, Juifs, ou Arabes, tous s'étoient réunis pour annoncer sept ans auparavant, par des lettres qui furent publiées solemnellement dans l'Europe, une conjonction de toutes les Planetes, qui devoit être accompagnée de si terribles ravages, qu'il y avoit à craindre un bouleversement universel : on s'attendoit à voir la fin du monde : cette année se passa néanmoins comme les autres ; mais cent autres mensonges aussi bien avérés, n'auroient pas suffi pour détacher des hommes ignorants & crédules du préjugé de leur enfance; il a fallu qu'un esprit de Philosophie & de recherche se répandît parmi les hommes, leur développât l'étendue & les bornes de la Nature, & les accoutumât à ne plus s'effrayer sans examen & sans preuve.

On voit encore de temps en temps la crédulité du Public accréditer les rêveries de l'ignorance :

c'eſt ainſi que le vent furieux & la chaleur extraordinaire du 20 Octobre 1736 firent publier dans les Gazettes que le ſoleil avoit rétrogradé, & il fallut que les Savants priſſent la peine de détromper le public (*Journ. de Trévoux, Avril* 1737, *pag.* 692. *Lettre Philoſophique pour raſſurer l'Univers, &c.* à Paris, chez Prault pere, Quai de Gèvres, 1736, 32 pages *in-*12.) Tout le monde à la fin de 1768 croyoit Saturne perdu, & on le débitoit dans les écrits périodiques les plus ſenſés, & dans les compagnies les plus cultivées. Mais ce n'eſt rien encore en comparaiſon de la ſenſation extravagante qu'a fait au commencement de Mai 1773, un Mémoire ſur les Cometes ; je n'avois fait que parler de celles qui dans certains cas pourroient approcher de la terre, & l'on a dit preſque généralement à Paris que j'avois prédit une Comete extraordinaire, & qu'elle alloit occaſionner la fin du monde. Lorſque la maſſe des connoiſſances répandues dans nos villes ſera plus étendue, on ne verra plus de rêveries pareilles prendre faveur dans le Public.

Les Cometes furent long-temps, mais dans un ſens tout différent, un de ces grands objets de terreur que l'Aſtronomie a enfin diſſipés, même parmi le Peuple. On eſt fâché de trouver encore des préjugés auſſi étranges, non-ſeulement dans Homere (*Iliad.* VI. 75), mais dans le plus beau Poëme du dernier ſiecle, où elles peuvent éterniſer la honte de nos erreurs :

Qual con le chiome ſanguinoſe horrende
Splender Cometa ſuol per l'aria aduſta,

Ch'i

Ch'i regni muta e i fieri morti adduce.
E ai purpurei tiranni infausta luce. *Jerus. Lib. VII.* 52.

Les charmes de la Poésie sont actuellement employés d'une maniere bien plus philosophique & plus utile ; témoin ce beau passage de M. de Voltaire au sujet des Cometes, dans son Epître à Madame la Marquise du Châtelet :

COMETES que l'on craint à l'égal du tonnerre,
Cessez d'épouvanter les peuples de la terre ;
Dans une ellipse immense achevez votre cours,
Remontez, descendez près de l'astre des jours ;
Lancez vos feux, volez, & revenant sans cesse,
Des mondes épuisés ranimez la vieillesse.

C'est ainsi que l'étude approfondie & les progrès de la véritable Astronomie ont dissipé des préjugés absurdes, & rétabli notre raison dans tous ses droits. Mais ce n'est point à cela seul que se réduit l'utilité de cette Science, elle contribue au bien général dans plus d'un genre.

On sait assez que la Cosmographie & la Géographie ne peuvent se passer de l'Astronomie. Les observations de la hauteur du Pole apprirent aux hommes que la Terre étoit ronde ; les éclipses de Lune servirent à connoître les longitudes des différents pays de la Terre, ou leurs distances mutuelles d'occident en orient. Nous ne savons pas, disoit Hipparque (cité par Strabon), si Alexandrie est au nord ou au midi de Babylone sans l'observation des climats ; & l'on ne peut savoir si un pays est à l'orient ou à l'occident d'un autre, sans l'observation des éclipses. On voit par l'Alcoran que

les Voyageurs traversoient les déserts de l'Arabie en observant les astres : Dieu, dit-il, nous a donné les étoiles pour nous servir de guides dans l'obscurité soit sur la terre, soit sur mer ; cela est conforme à ce que rapporte Diodore de Sicile des anciens Voyageurs.

La découverte des satellites de Jupiter a donné une plus grande perfection à nos Cartes Géographiques & Marines, que n'auroient pu faire dix mille ans de navigations & de voyages ; & quand leur théorie sera encore mieux connue, la méthode des longitudes sera plus exacte & plus facile.

L'étendue de la Méditerranée étoit presque inconnue vers l'an 1600 ; on la connoît aujourd'hui aussi exactement que celle de la France : dans le Livre de Gemma Frisius *de orbis divisione* 1530, on trouve 53° de différence en longitude depuis le Caire jusqu'à Tolede, au lieu de 35° qu'il y a réellement ; les autres distances y sont étendues à proportion ; nous avons encore 3 à 4 degrés d'incertitude par rapport à l'extrémité de la mer noire, & avant 1769 on étoit en erreur d'un demi-degré sur la longitude de Gibraltar & de Cadix.

C'est à l'Astronomie que l'on fut redevable des premieres navigations des Phéniciens, & c'est encore à elle que nous devons la découverte du nouveau Monde. Christophe Colomb avoit une connoissance intime de la sphere, peut-être plus que personne de son temps ; puisqu'elle lui donna cette certitude, & lui inspira cette confiance avec laquelle il dirigea sa route vers l'occident ; certain

de rejoindre par l'orient le continent de l'Aſie, ou d'en trouver un nouveau.

S'il reſte actuellement quelque choſe à deſirer pour la perfection & la ſûreté de la navigation, c'eſt de trouver aiſément les longitudes en mer; on les a, quand on veut, par le moyen de la lune (*a*); & ſi les Navigateurs étoient un peu Aſtronomes, leur eſtime ne les tromperoit jamais de 20 lieues, tandis qu'ils ſont quelquefois à plus de deux cents lieues de leur eſtime dans des voyages fort ordinaires: l'incertitude où étoit Milord Anſon ſur la poſition de l'Iſle de Juan Fernandez, en l'obligeant de tenir la mer plus long-temps qu'il n'eût été néceſſaire, coûta la vie à 80 hommes de ſon équipage.

L'utilité de la Marine pour le bien d'un Etat ſert donc à prouver celle de l'Aſtronomie; or il me ſemble qu'il eſt difficile à un bon Citoyen de méconnoître aujourd'hui l'utilité de la Marine, ſur-tout en France. Le ſuccès des Anglois dans la guerre de 1761, n'a que trop démontré que la Marine ſeule décide des Empires, de leur puiſſance, de leur commerce: que la paix & la guerre ſe décident ſur mer, & qu'enfin, comme dit M. le Mere:

Le trident de Neptune eſt le ſceptre du monde.

C'eſt à peu près ce que Thémiſtocle diſoit à Athenes, Pompée à Rome (*b*), Cromvvell en

(*a*) Les Montres marines faites en Angleterre par M. *Harriſon*, en France par M. *Berthoud* & par M. *Leroy*, nous donnent auſſi les longitudes à un demi-degré près dans l'eſpace de deux mois de navigation.

(*b*) *Pompeius cujus conſilium Themiſtocleum eſt; exiſtimat enim qui*

Angleterre, Richelieu & Colbert en France; il semble sur-tout que le Cardinal de Richelieu (*Testament Politique, ch. ix. sect.* 5.), prévoyoit de l'Angleterre ce que nous avons éprouvé.

L'état actuel des loix & l'administration ecclésiastique se trouvent essentiellement liés avec l'Astronomie, relativement au Calendrier; S. Augustin en recommandoit l'étude par cette seule considération; S. Hippolyte s'en étoit occupé autrefois, de même que plusieurs Peres de l'Eglise: cependant notre Calendrier étoit dans un tel état d'imperfection que les Juifs & les Turcs même avoient lieu d'être étonnés de notre ignorance à cet égard. Nicolas V, Léon X, &c. avoient bien eu le dessein de rétablir l'ordre dans le Calendrier, mais on n'avoit pas alors des Astronomes dont la réputation méritât assez de confiance. Grégoire XIII siégea dans un temps où les Sciences commençoient à renaître, & il eut seul la gloire de cette réformation en 1582.

L'Agriculture empruntoit autrefois de l'Astronomie ses regles & ses indications: Job, Hésiode, Varron, Eudoxe, Aratus, Ovide, Pline, Columelle, Manilius nous en fournissent mille preuves: les Pléïades, Arcturus, Orion, Sirius donnoient à la Grece & à l'Egypte le signal des différents travaux de la campagne. Le lever de Sirius annonçoit aux Grecs les moissons, aux Egyptiens les débordements du Nil: on en citeroit bien d'autres

mare teneat eum necesse rerum potiri; itaque qui numquam egit ut Hispaniæ per se tenerentur, navalis apparatûs cura ei semper antiquissima fuit. (*Cic. ad. Att.* L. x ep. 7.)

exemples, le Calendrier y ſupplée actuellement; M. De Gebelin entreprend de prouver, dans un ouvrage très-ſavant, que toute la mythologie ancienne ſe rapporte à l'Agriculture (*Allégories orientales*, 1773.)

La Chronologie ancienne tire de la connoiſſance & du calcul des éclipſes, les points les plus fixes qu'on puiſſe trouver, & dans les temps qui ſont plus éloignés l'on ne trouve qu'obſcurité; la Chronologie Chinoiſe eſt toute appuyée ſur les éclipſes, comme le P. Gaubil l'a vérifié: nous n'aurions dans l'Hiſtoire des Nations aucune incertitude ſur les dates, s'il y avoit toujours eu des Aſtronomes: on peut voir ſur-tout la liaiſon de l'Aſtronomie & de la Chronologie dans l'*Art de vérifier les dates*, *in-folio* 1770; & dans l'ouvrage Anglois de Kennedy, *A complete ſyſtem of aſtronomical chronology*, *London* 1762. *in*-4°.

C'eſt par une éclipſe de Lune qu'on a reconnu l'erreur de date qu'il y a dans l'Ere vulgaire par rapport à la naiſſance de J. C. On ſait qu'Hérode étoit Roi de Judée, mais nous ſavons par Joſeph (*Antiq. Jud.* XVII. 6.) qu'il y eut une éclipſe de Lune immédiatement avant la mort d'Hérode. On trouve cette éclipſe dans la nuit du 12 au 13 Mars de la quatrieme année avant l'Ere vulgaire, en ſorte que cette Ere devoit être reculée de trois ans au moins.

C'eſt par des éclipſes de Soleil que M. Coſtard a fixé à l'année 603 avant J. C. la fin de la guerre entre les Lydiens & les Medes, & à l'an 478 l'expédition de Xerxès contre la Grece, que l'on mettoit communément à l'an 480 (*Coſtard hiſt. of*

aſtron. p. 236), & qu'il concilie Hérodote & Xénophon ſur la conquête de la Médie par Cyrus.

C'eſt encore de l'Aſtronomie que nous empruntons la diviſion du temps dans les uſages de la vie, & l'art de régler les horloges & les montres : on peut dire que l'ordre & la multitude de nos affaires, de nos devoirs, de nos amuſements, le goût de l'exactitude & de la préciſion, notre habitude enfin, nous ont rendu cette meſure du temps preſque indiſpenſable, & l'ont miſe au nombre des beſoins de la vie.

Si au défaut des horloges & des montres on trace des méridiennes (art. 155) & des cadrans ſolaires, c'eſt un nouvel avantage de l'Aſtronomie, puiſque la Gnomonique n'eſt qu'une application de la Trigonométrie ſphérique & de l'Aſtronomie.

La Météréologie, c'eſt-à-dire, la connoiſſance des changements de l'air, des vents, des pluies, des ſécchereſſes, des mouvements du thermometre & du barometre, a certainement un rapport bien eſſentiel & bien immédiat avec la ſanté du corps humain. Il eſt très-probable que l'Aſtronomie y ſeroit d'une utilité ſenſible, ſi l'on étoit parvenu, à force d'obſervations, à trouver les influences phyſiques du ſoleil & de la Lune ſur l'athmoſphere, & les révolutions qui en réſultent. Galien avertit les malades de ne pas ſe mettre entre les mains des Médecins qui ne connoiſſent point le cours des aſtres, parce que les médicaments donnés hors des temps convenables, ſont inutiles ou nuiſibles ; je ne doute pas qu'il ne voulût parler des principes de l'Aſtrologie judiciaire, & des influences qu'on

imaginoit alors d'après une ignorante superstition ; mais en réduisant tout à sa juste valeur, il paroît que les attractions qui soulevent deux fois le jour les eaux de l'Océan, peuvent bien influer sur l'état de l'athmosphere. On peut consulter à ce sujet M. Hoffman & M. Méad qui en ont parlé assez au long, & le mot *Crise* dans l'Encyclopédie. Je voudrois que les Médecins consultassent au moins l'expérience à cet égard, & qu'ils examinassent si les crises & les paroxysmes des maladies n'ont pas quelque correspondance avec les situations de la Lune, par rapport à l'équateur, aux sysygies, & aux apsides; plusieurs Médecins habiles m'en ont parus persuadés, & c'étoit pour les engager à s'en occuper que je donnai, pendant quelques années dans la Gazette de Médecine, le détail des circonstances astronomiques dont on devoit tenir compte.

Ces différents avantages qui se rassemblent en faveur de l'Astronomie, l'ont fait rechercher de tous les temps & chez tous les peuples du monde. Josephe, dans ses Antiquités Judaïques, fait remonter jusqu'à Adam le goût de l'Astronomie, & les premieres découvertes qu'on y fit. Il nous dit que les descendants de Seth y avoient fait des progrès considérables, & que voulant en conserver la mémoire, ils avoient gravé sur des colonnes de pierre & de brique, leurs observations astronomiques. Josephe attribue à Abraham les premieres connoissances des Egyptiens. On voit plusieurs passages astronomiques dans le Livre de Job : *Numquid conjungere valebis micantes stellas Pleïadas, aut*

gyrum Arcturi poteris dissipare? Numquid producis Luciferum in tempore suo, & Vesperum super filios terræ consurgere facis? (38. 31.) On attribue aussi à Moyse des connoissances de même espece : du moins S. Etienne dit de lui dans les Actes des Apôtres, qu'il étoit versé *in omni sapientiâ Ægyptiorum*; ce qu'on ne doit entendre que de la connoissance des astres qui avoit rendu les Egyptiens si célebres.

Le Sage s'éleve avec raison contre ceux que l'admiration des astres a portés jusqu'à en faire des Dieux ; mais bien loin d'en condamner l'étude, il la conseille pour la gloire du Créateur : *Qui horum pulchritudine delectati Deos putaverunt, sciant quantò his Creator eorum speciosior est : à magnitudine enim speciei & creaturæ cognoscibiliter poterat Creator horum videri.* (Sap. c. 13.). David trouvoit aussi dans les astres de quoi s'élever à la contemplation de Dieu : *Cœli enarrant gloriam Dei.... Videbo cœlos tuos opera digitorum tuorum, Lunam & stellas quæ tu fundasti.* Et nous voyons Derham appeller *Théologie astronomique* un Ouvrage où il présente dans toute leur force, la singularité & la grandeur des découvertes qu'on a faites en Astronomie, comme autant de preuves de l'existence de Dieu. Voyez ce que pensoit Aristote à ce sujet, dans le huitieme Livre de sa Physique.

Ceux qui aiment la lecture de l'Histoire ancienne des Physiciens & des Poëtes Grecs & Romains, ont sur-tout besoin de connoître l'Astronomie ; on la retrouve à chaque page dans les Anciens, soit pour marquer le temps des labours & des semences,

ſoit pour les fêtes & les cérémonies religieuſes. Les Poëtes qui ont illuſtré la Grece & l'Italie, & dont les ouvrages ſont actuellement ſûrs de l'immortalité, aimerent tous & connurent l'Aſtronomie ; quelques-uns en ont même fait un uſage ſi fréquent, qu'on ne ſauroit entendre leurs ouvrages ſans le ſecours de cette Science. Les Commentateurs n'ont pas beaucoup avancé cette partie, & j'ai eu occaſion de remarquer qu'il y auroit encore beaucoup à faire : on le peut voir auſſi par différentes notes que j'ai fournies à M. l'Abbé de l'Iſle pour ſa traduction des Géorgiques, à M. de la Bonnetterie pour ſon édition des Auteurs qui ont écrit *de Re Ruſticâ*, & à M. Poinſinet pour ſa nouvelle traduction de Pline. On peut compter parmi les Grecs qui ont parlé d'Aſtronomie, Homere, Héſiode, Aratus ; parmi les Latins, Lucrece, Horace, Virgile, Ovide, Manilius, Lucain, Claudien ; ils paroiſſent dans pluſieurs endroits de leurs ouvrages, remplis d'admiration pour l'Aſtronomie. Horace nous annonce qu'il veut prendre ſon eſſor vers les aſtres :

. . . . . Juvat ire per alta
Aſtra, juvat terris & inani ſede relictis,
Nube vehi, validique humeris inſidere Atlantis.

Dans un autre endroit il nous raconte les objets de curioſité & de recherches dont il envioit l'occupation à ſon ami :

Quæ mare compeſcant cauſæ, quid temperet annum,
Stellæ ſponte ſua juſſæne vagentur & errent.
Quid premat obſcurum Lunæ, quid proferat orbem.
L. I. ep. 12. ad Iccium.

Virgile sembloit vouloir renoncer à toute autre étude pour s'occuper des merveilles de l'Astronomie :

Me verò primùm dulces ante omnia Musæ,
Quarum sacra fero, ingenti perculsus amore,
Accipiant, cœlique vias & sidera monstrent.
Defectus Solis varios, Lunæque labores,
Unde tremor terris, quâ vi maria alta tumescant
Objicibus ruptis, rursusque in se ipsa residant;
Quid tantùm Oceano properent se tingere soles
Hyberni, vel quæ tardis mora noctibus obstet. . . .
Felix qui potuit rerum cognoscere causas. *Georg. II* 475.

Ovide fait un éloge si pompeux des premiers Inventeurs de l'Astronomie, que je ne puis me refuser d'en placer ici une partie :

Felices animos quibus hæc cognoscere primis,
Inque domos superas scandere cura fuit,
Credibile est illos pariter vitiisque locisque,
Altiùs humanis exeruisse caput.
Non Venus aut vinum sublimia pectora fregit;
Officiumve fori, militiæve labor,
Nec levis ambitio, perfusaque gloria fuco,
Magnarumve fames sollicitavit opum.
Admovere occulis distantia sidera nostris,
Ætheraque ingenio supposuere suo.
Sic peritur cœlum. . . . . *Fast. I.* 297.

La connoissance des astres a été souvent la source de plusieurs beautés dans les ouvrages des Poëtes anciens : on voit rarement chez eux cette ignorance qui dépare quelques Ouvrages modernes ; telle est celle du Poëte qui parlant des deux poles, suppose que l'un est le *Pole brûlant*, & l'autre le *Pole glacé*. (M. de Jarry, *Prix de* 1714.)

La Fontaine parle de l'Astronomie d'une maniere très-noble quand il dit :

Quand pourront les neuf Sœurs loin des cours & des villes,
M'occuper tout entier, & m'apprendre des cieux
Les divers mouvements inconnus à nos yeux,
Les noms & les vertus de ces clartés errantes.

Songe d'un Habitant du Mogol.

M. de Voltaire, non-seulement le premier Poëte de notre siecle, mais le plus instruit qu'il y ait peut-être jamais eu, a fait voir dans plusieurs endroits de ses Ouvrages, combien il avoit de goût pour la Physique céleste. Dans une Lettre écrite en 1738, il sembloit imiter les regrets de Virgile & de la Fontaine, & tourner tout son goût vers les Sciences; il composa sur la Physique de Nevvton un Livre qui lui a fait honneur, & il en a fait beaucoup aux Sciences & aux savants qu'il a célébrés dans les plus beaux vers, sur-tout à Nevvton dont il parle ainsi dans une Epître à Madame la Marquise du Châtelet :

Confidents du Très-Haut, Substances éternelles,
Qui parez de vos feux, qui couvrez de vos ailes
Le trône où votre Maître est assis parmi vous :
Parlez ! Du grand Nevvton n'étiez-vous point jaloux ?

On ne peut comparer à cela que les deux vers de Pope sur le même sujet, que je n'ose traduire de peur de les affoiblir :

Nature and Nature's lavvs lay hid in night;
God said : let Nevvton be, ad all was light.

Jamais homme ne fut si digne de ces éloges sublimes, & si dignement célébré.

L'indifférence pour le plus beau ſpectacle de l'univers, a paru étrange aux plus grands Génies que nous ayons eu dans tous les genres ; le Taſſe met dans la bouche de Renaud des réflexions qui méritent d'être citées, pour l'inſtruction de ceux à qui le même reproche peut s'adreſſer ; c'eſt dans le temps où marchant, avant le jour, vers la montagne des Oliviers, il contemploit la beauté du Firmament :

Con gli occhi alzati contemplando intorno ;
Quinci notturne e quindi matutine,
Bellezze incorruttibili e divine.
Frà sè ſteſſo penſava, ò quante belle
Luci il tempio celeſte in ſe raguna !
Ha il ſuo gran Sole il dì, l'aurate ſtelle
Spiega la notte e l'argentata Luna ;
Ma non è chi vagheggi ò queſta ò quelle ;
E miriam noi torbida luce e bruna,
Ch'un girar d'occhi, un balenar di riſo
Scopre in breve confin di fragil viſo !

Jeruſ. Lib. Cant. XVIII. v. 94.

Les honneurs rendus de tous les temps & chez tous les Peuples du monde, aux Aſtronomes célebres, prouvent le cas qu'on a toujours fait de cette Science. L'on a vu en 1695 frapper une médaille à l'honneur de M. Caſſini, (elle eſt figurée dans la Deſcription de la Méridienne de Bologne) ; mais l'Hiſtoire ancienne fournit des traits plus éclatants en faveur de l'Aſtronomie. Les anciens Rois de Perſe & les Prêtres de l'Egypte, ſe choiſiſſoient parmi les plus habiles dans cette Science. Les Rois de Lacédémone avoient des Aſtronomes dans leur conſeil ; Alexandre en avoit à ſa ſuite

dans ſes expéditions militaires, & l'on aſſure qu'Ariſtote lui écrivoit de ne rien faire ſans leur avis ; il eſt vrai que le goût des prédictions y entroit pour beaucoup, mais la véritable Aſtronomie en profita. On ſait combien Ptolomée Philadelphe, ſecond Roi d'Egypte, favoriſa cette Science ; on vit de ſon temps une multitude d'hommes célebres, Hipparque, Callimachus, Apollonius, Aratus, Bion, Théocrite, Conon, qui n'étoient point des Aſtrologues.

Jules-Céſar ſe piquoit d'avoir des connoiſſances ſingulieres en Aſtronomie, comme on le voit par le diſcours que Lucain lui fait tenir à Achorée, Prêtre d'Egypte, dans le repas de Cléopatre. Tibere étoit fort appliqué à l'Aſtronomie, au rapport de Suétone. L'Empereur Claude prévit que le jour d'un anniverſaire de ſa naiſſance il devoit arriver une éclipſe ; il croignoit qu'elle n'occaſionnât à Rome des terreurs ou des tumultes, & il en fit faire un avertiſſement public, dans lequel il expliquoit les circonſtances & les cauſes de ce phénomene.

L'Aſtronomie fut cultivée ſpécialement par les Empereurs Adrien & Sévere, par Charlemagne, par Léon V, Empereur de Conſtantinople, par Alphonſe X, Roi de Caſtille, dont nous avons les tables Alphonſines, par Frédéric II, Empereur d'Occident, celui-ci fit traduire l'Ouvrage de Ptolomée en Latin, & en établit à Naples l'enſeignement public.

On peut voir dans mon Aſtronomie combien le Caliſe Almamon, le Prince Ulug-Beg, & beau-

coup d'autres Monarques de l'Asie & de la Chine aimerent l'Astronomie. On sait, dit le P. Gaubil, que c'est à l'Astronomie que la Religion doit son entrée dans la Chine ; sans l'Astronomie elle en seroit bannie depuis long-temps, (*T. II. p.* xvi, *& p* 117). On cite encore parmi les Héros qui ont chéri cette Science, Mahomet II, Conquérant de l'Empire Grec, l'Empereur Charles-Quint, Charles II, Roi d'Angleterre, & sur-tout Louis XIV ; la protection qu'il accorda aux Sciences, paroît assez dans l'établissement de l'Académie ; les Astronomes de Paris furent appellés plus d'une fois à la Cour par la curiosité de ce prince, & il les honora lui-même de sa présence (*Histoire céleste, p.* 261.) ; Louis XV leur donna chaque jour de semblables marques de l'intérêt qu'il prenoit à leurs travaux ; le Roi d'Angleterre s'en occupe lui-même avec plaisir, & vient de se faire bâtir un très-bel Observatoire pour son usage au Château de Richemond.

Hévélius, quoique né & établi à Dantzic, y reçut une preuve singuliere de l'estime que Louis XIV & le grand Colbert avoient pour lui ; ce fut après un affreux incendie qu'il éprouva le 26 sept. 1679, par la malice d'un de ses domestiques : M. Colbert, par une lettre datée de S. Germain le 28 décembre 1679, écrit à Hévélius que le Roi, prenant part à la perte qu'il avoit faite, lui faisoit présent de 2000 écus. On voit la copie de cette lettre, écrite à la main sur l'exemplaire de la Sélénographie d'Hévélius, qui est à la Bibliotheque du Roi.

C'eſt avec de pareilles marques de protection & d'eſtime que des Sciences, auſſi ingrates pour ceux qui les cultivent, peuvent ſe ſoutenir & ſe perfectionner. L'établiſſement des Académies de Londres, de Paris, de Berlin, de Pétersbourg, de Stockolm, de Bologne, &c. a ſignalé le goût de pluſieurs Princes & autres perſonnes en places pour les Sciences, & elles ont ſur-tout contribué au progrès de l'Aſtronomie.

Indépendamment de ces Compagnies célebres il y a quatre Etabliſſements qui ont principalement ſervi à l'Aſtronomie, ſoit en formant des éleves, ſoit en donnant à des aſtronomes déja célebres, la facilité de ſe livrer à leur goût ; le College Royal de France, le College de Gresham à Londres, & les Fondations d'Oxfort & de Cambridge en Angleterre ; j'en ai parlé aſſez au long dans la Préface de mon *Aſtronomie*, ainſi que de tous les Obſervatoires célebres où il s'eſt fait juſqu'ici des obſervations importantes, le nombre de ces Obſervatoires s'augmente de jour en jour ; on en projette un à Verſailles même, & nous avons lieu d'eſpérer que l'Aſtronomie fera bientôt les progrès qui exigent un grand nombre de coopérateurs.





TABLE

Des douze Livres qui composent cet Ouvrage, & de leurs subdivisions.

LIVRE PREMIER.

Trouver

LIVRE SECOND.

LIVRE III.

LIVRE IV.

LIVRE V.

LIVRE VI.

LIVRE VII.

LIVRE VIII.

LIVRE IX.

LIVRE X.

LIVRE XI.

LIVRE XII.

Fin de la Table des Livres.

Extrait des Registres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 22 Janvier 1774.

MEssieurs LE GENTIL & MESSIER, qui avoient été nommés par l'Académie pour examiner un *Abrégé d'Astronomie* par M. DE LA LANDE, en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé cet Ouvrage digne de l'impression, en foi de quoi j'ai signé le présent Certificat. A Paris, le 22 Janvier 1774.

GRANDJEAN DE FOUCHY, *Secr. perp. de l'Acad. Royale des Sciences.*

ABRÉGÉ





ABRÉGÉ D'ASTRONOMIE.

LIVRE PREMIER.

De la Sphere, & des Conſtellations.

LA méthode la plus ſimple pour apprendre à connoître le ciel & ſes divers mouvements, conſiſte à ſuivre l'ordre naturel des choſes qu'on y remarque, & des rapports qui en réſultent. Nous voyons tous que le ſoleil & la lune ſe levent & ſe couchent chaque jour; mais ſi nous paſſons une nuit à regarder les autres aſtres, nous les verrons ſe lever & ſe coucher auſſi, & nous en tirerons cette concluſion qu'il y a un mouvement commun par lequel les aſtres en général font le tour de la terre en 24 heures.

2. Si pour conſidérer plus attentivement les circonſtances de ce mouvement diurne, on ſe place en un lieu élevé, & qu'on regarde autour de ſoi, on ne pourra s'empêcher de remarquer le cercle le plus apparent, c'eſt-à-dire, l'horizon. Ce vaſte contour du ciel qui paroît autour de nous en forme de cercle, & qui termine la vue de tous côtés, quand nous ſommes en pleine mer ou dans un lieu élevé, diviſe le ciel en deux parties; mais celle qui eſt au deſſus de l'horizon eſt la ſeule viſible; elle paroît ſous la forme

d'un hémiſphere ou d'une moitié de boule. Les aſtres ne ſont viſibles que quand ils parviennent dans cet *hémiſphere ſupérieur* ; & nous diſons alors qu'ils ſe levent.

3. Après ce premier cercle, il s'en préſente d'autres qui ſont preſque auſſi remarquables ; car en examinant le mouvement général des aſtres, pendant l'eſpace d'une nuit ou de pluſieurs, on remarque bientôt que chaque étoile décrit un cercle dans l'eſpace d'environ 24 heures : les étoiles qui ſont plus au Nord, décrivent de plus petits cercles que les autres ; & l'on voit tous ces cercles décrits par différentes étoiles diminuer de plus en plus, aller enfin ſe perdre & ſe confondre en un point élevé de la rondeur du ciel, que nous appelons le POLE du monde ; celui que nous voyons eſt le pole boréal, ſeptentrional ou arctique.

4. Ainſi, pour ſe former une idée de l'aſtronomie, il faut d'abord apprendre à connoître le pole du monde, c'eſt-à-dire, l'endroit du ciel étoilé vers lequel il ſe trouve placé. On remarque dans le ciel une étoile qui en eſt fort proche, & qu'on nomme l'ETOILE POLAIRE. Cette étoile étant fort près de ce pole fixe, autour duquel les autres étoiles tournent chaque jour, paroît ſenſiblement dans la même place, à quelle heure & dans quelle ſaiſon de l'année qu'on la regarde ; mais elle eſt la ſeule dans ce cas là ; toutes les autres étoiles décrivent des cercles autour de l'étoile polaire, ou plutôt autour du pole, qui eſt comme le centre du mouvement, ou le moyeu de la roue. Nous ferons voir dans le cours de cet ouvrage, (article 400) que ces mouvements, qui ſont de pures apparences, proviennent du mouvement de la terre ; mais nous devons nous en tenir d'abord, comme les anciens aſtronomes, à remarquer les phénomenes, ſans remonter à leur cauſe ; notre marche en ſera plus naturelle & plus facile.

5. L'ETOILE POLAIRE pourroit ſe reconnoître ſans autre indication : le lecteur ſeul & iſolé, qui n'auroit jamais obſervé le ciel, & qui auroit ſeulement la patience d'examiner, pendant une partie de la nuit, les différentes étoiles, en remarquant leur hauteur & leur poſition par rapport à

des clochers, à des montagnes, ou à d'autres objets remarquables, s'appercevroit bientôt qu'il y a une assez belle étoile qui conserve à très-peu près, pendant toute la nuit, une même situation, & il reconnoîtroit par-là celle qu'on a dû nommer *Etoile polaire.* Si cette marque ne suffisoit pas pour la reconnoître, l'observateur s'y prendroit de la maniere suivante.

6. On connoît par-tout cette constellation, composée de sept étoiles, représentée dans la figure premiere, & que les gens de la campagne nomment le *Charriot de David*, parce qu'elle a en effet quelque apparence de charriot. Parmi les astronomes elle est appelée la *grande Ourse ;* si l'on tire une ligne par les deux étoiles qui sont les plus éloignées de la queue, marquées α & β dans la figure premiere, cette ligne prolongée du côté de l'étoile α, passera fort près de l'étoile polaire, qui est à peu près autant éloignée de l'étoile α, que celle-ci l'est de l'étoile η, qui forme l'extrêmité de la queue. L'étoile polaire sera plus élevée en certains temps que la grande ourse ; en d'autres temps elle sera plus basse : dans le premier cas, la ligne qui doit aller rencontrer l'étoile polaire, devra se prolonger au dessus de la grande ourse ; c'est ce qui arrive lorsqu'au commencement de Novembre on la regarde sur les 10 heures du soir : si c'étoit au commencement de Mai à la même heure, on verroit la grande ourse au plus haut du ciel ; & ce seroit en bas qu'il faudroit prolonger la ligne qui joint les deux étoiles précédentes du quarré de la grande ourse, pour rencontrer l'étoile polaire : d'autres fois enfin l'étoile polaire sera sur le côté ; & la ligne dont il s'agit, s'étendra ou à droite ou à gauche de la grande ourse ; mais dans tous les cas, c'est toujours du côté de l'étoile α, ou du même côté que la convexité de la queue, que doit se trouver l'étoile polaire ; & le pole du monde qui en est tout proche.

7. Un observateur qui connoît dans le ciel la situation du pole du monde, distinguera naturellement les Points Cardinaux ; le Nord & le Sud, l'Orient & l'Occident,

Premiérement, le NORD ou le septentrion, c'est le côté vers lequel on est tourné quand on regarde le pole; 2°. le SUD que nous nommons le midi dans nos climats, c'est le côté opposé; c'est celui où nous paroît le soleil vers le milieu du jour; 3°. l'ORIENT, le levant ou l'Est; 4°. l'OCCIDENT, le couchant ou l'Ouest; ces deux derniers sont placés entre les deux autres points du nord & du sud, à égale distance ou à angles droits; l'un du côté où les astres se levent, l'autre du côté où ils se couchent. L'orient est à droite quand on regarde le pole.

8. Le ZÉNITH est aussi un des points les plus nécessaires à considérer dans le ciel; & les astronomes en parlent à tout moment: c'est le point qui répond directement au dessus de notre tête, celui auquel va se diriger le fil à-plomb lorsqu'on y suspend un poids, & que l'on imagine ce fil prolongé vers le haut jusques dans la concavité du ciel.

9. Le zénith étant le point le plus élevé du ciel, il est toujours éloigné de 90 degrés ou d'un quart de cercle de tous les points de l'horizon (*a*). Si donc un astre paroît élevé au dessus de l'horizon de 60°, il sera éloigné du zénith de 30, car 60 & 30 font les 90° qu'il y a depuis l'horizon jusqu'au zénith; ainsi nous pourrons dire à l'avenir, que la hauteur d'une étoile est le complément de sa distance au zénith, parce que le complément d'un arc est ce qui lui manque pour aller à 90°.

10. Le NADIR est le point inférieur de la sphere céleste; celui qui est directement opposé au zénith, celui vers lequel se dirige par en-bas un fil à-plomb, par la gravité naturelle. Le nadir & le zénith étant directement opposés l'un à l'autre, si l'on conçoit un cercle qui fasse tout le tour du ciel, en passant par le zénith & par le nadir, il y aura 180°, ou un demi-cercle d'un côté, & autant de l'autre; nous appellerons *vertical* (184) un cercle allant ainsi du

(*a*) Nous supposons comme une chose connue, qu'on entend par un degré la trois cent soixantieme partie d'un cercle, & que par conséquent le quart d'un cercle entier est de quatre-vingt-dix degrés.

zénith au nadir, de quel côté qu'il ſoit; comme on appelle *ligne verticale* celle que marque le fil à-plomb, & dont la direction prolongée haut & bas, va marquer le zénith & le nadir.

11. Toutes les fois qu'on regarde le ciel de quelque endroit bien découvert, on conçoit naturellement qu'en voyant une moitié de globe ſur notre tête, il y en a auſſi la moitié que nous ne voyons pas. Ainſi l'horizon eſt un grand cercle de la ſphere qui, pour chaque lieu de la terre, ſépare la partie viſible du ciel de celle qui ne l'eſt pas.

12. Tel eſt l'horizon rationnel ou mathématique : nous ne parlerons pas de ce qu'on appelle quelquefois *horizon ſenſible*, que l'on conſidere comme un plan parallele à l'horizon rationnel, & qui touche la ſurface de la terre : nous ne ferons aucun uſage de celui-ci; & d'ailleurs il ne differe point de l'horizon rationnel, dès qu'il s'agit des aſtres qui ſont fort éloignés de nous; il en differe ſeulement à raiſon des objets qui nous environnent, & qui bornent la vue quand on n'eſt pas en pleine mer ou ſur un endroit très élevé. L'horizon ſenſible en pleine mer, quand l'œil eſt à cinq pieds de hauteur, s'étend environ à 2300 toiſes de diſtance. (Voyez art. 824.)

13. L'horizon eſt différent pour tous les différents points de la terre : chaque pays, chaque obſervateur a donc le ſien; & quand nous changeons de place, nous changeons d'horizon. L'obſervateur placé en *A*, (*fig.* 2) a pour horizon *HO*; s'il s'avançoit de 10° au point *B*, ſon horizon deviendroit *RI*, & feroit avec le précédent un angle qui ſeroit auſſi de 10°.

14. Ayant bien remarqué du côté du nord le lieu du pole boréal ou ſeptentrional, élevé au deſſus de l'horizon, il eſt aiſé de concevoir qu'il y en a un autre du côté du midi, qu'on a appelé *Pole méridional*, *auſtral* ou *antarctique*, oppoſé au premier, & abaiſſé d'autant au deſſous de l'horizon. A Paris, le pole boréal eſt élevé d'environ 49°; le pole auſtral eſt abaiſſé d'autant : ces deux poles

font les extrémités d'une ligne droite qu'on imagine aller de l'un à l'autre, & qui s'appelle l'AXE du monde, parce que c'eſt en effet autour de cette ligne comme axe ou eſſieu, que tout le ciel paroît tourner chaque jour.

15. Lorſqu'on connoît les deux extrémités de l'axe ou de l'eſſieu, il eſt aiſé de concevoir la roue ou le cercle qui eſt dans le milieu : & ce ſera l'EQUATEUR : il ſuffira d'imaginer un cercle placé dans le milieu de l'axe, & également éloigné des deux poles du monde. Soit un cercle *HPZE ORQH* (*fig.* 3), qui paſſe par les poles & qui repréſente la circonférence d'un vertical (art. 10), *P* le pole boréal, *R* le pole auſtral qui lui eſt oppoſé, *P R* l'axe du monde ; la ligne *E Q* repréſentera le diamètre de l'équateur, ou du cercle qui paſſe à égales diſtances des deux poles, & dont le plan eſt perpendiculaire à l'axe, comme le plan d'une roue eſt perpendiculaire à ſon eſſieu : ainſi l'on doit concevoir ſur le diamètre *E Q* un cercle qui ſoit perpendiculaire au plan de la figure, dont la moitié ſoit au deſſus de ce plan, & l'autre moitié au deſſous. Ce cercle ſera l'équateur. Ce fut là véritablement le premier cercle que les anciens aſtronomes ſe figurerent, & auquel les Chaldéens & les Egyptiens rapportoient tous les aſtres, du temps d'Hérodote, 450 ans avant J. C. La ſituation de l'équateur, ainſi placé à égale diſtance des deux poles, fait qu'on peut dire en général & indifféremment, que la ſphere avec ſon équateur *E Q*, tourne autour de l'axe *P R*, ou autour des poles *P* & *R* de l'équateur. La figure 6 repréſente auſſi l'équateur *EFQGE* vu en perſpective, & ſitué entre les poles *P* & *R*.

16. C'eſt ce mouvement diurne autour de l'axe & des poles du monde qui eſt exprimé dans les vers ſuivants de Manilius (*a*).

Aëra per gelidum tenuis deducitur axîs,
Libratumque gerit diverſo cardine mundum ;
Sidereus medium circa quem volvitur orbis,
Æternoſque rotat curſus immotus... *L. I. v.* 179.

(*a*) Le poëme de Manilius renferme une ample deſcription des cercles de la ſphere, des ſignes du zodiaque, des vertus qu'on leur attribuoit & des ſaiſons. Ceux qui aimeront ce genre de poéſie doivent lire auſſi les poëmes de Buchanan, du Pere Boſcovich & de M. Stay.

Le pole boréal, ou le pole arctique est désigné dans Lucain & Manilius par le voisinage de la grande ourse qu'on appeloit Arctos.

> Axis inocciduus geminâ clarissimus Arcto. *Luc. VIII.* 175.
> Alter in adversum positus succedit ad Arctos. *Manil. I.* 682:

Et Virgile désigne la différence des poles, dont l'un est élevé du côté du nord, l'autre abaissé au midi, en disant :

> Hic vertex nobis semper sublimis, at illum.
> Sub pedibus Styx atra videt, manesque profundi. *Georg. I.* 242.

17. De même qu'on a appelé les points *P* & *R* poles de l'équateur, parce que l'équateur est à égales distances de l'un & de l'autre ; on appelle en général Poles d'un cercle les deux points de la sphere qui sont les plus éloignés de ce cercle, ou ceux qui sont situés sur une ligne perpendiculaire au plan du même cercle, & passant par son centre. Ainsi le zénith est le pole de l'horizon ; il en est de même de tout autre cercle : son pole en est toujours éloigné de 90° en tout sens.

18. La ligne qui passe par les deux poles d'un cercle, s'appelle aussi en général l'Axe de ce cercle : par exemple, la ligne verticale est l'axe de l'horizon. Il ne faut pas confondre l'axe avec le diamètre d'un cercle ; ce sont deux choses tout-à-fait différentes : le diamètre est tiré dans le plan même du cercle, mais l'axe s'éleve perpendiculairement des deux côtés, & hors de ce plan ; il n'a qu'un seul point de commun avec le cercle, & c'est au centre même du cercle, où l'axe le traverse.

19. Après avoir examiné chaque jour les points où le soleil se leve & se couche, on sera naturellement tenté d'appeler milieu du jour, méridien, ou milieu du ciel, l'endroit où il est quand, après avoir monté au plus haut de sa course, il commence à descendre ; c'est-à-dire, le point où est sa plus grande élévation dans le milieu du jour. Si l'on remarque de même tous les astres qui se levent & se couchent, on verra qu'ils sont à leur plus grande hauteur

dans le milieu de l'intervalle du lever au coucher, quoique plus ou moins élevés ; & l'on dira de même qu'ils sont dans le méridien. Mais ce point est différemment élevé pour les différents astres, & même pour le soleil, que nous voyons tantôt plus haut, tantôt plus bas à midi ; l'on imaginera donc un grand cercle, tel que *H P Z E O R Q H* passant par le zénith, par le nadir, & par les poles, & ce sera le méridien. Il est ainsi appelé, parce qu'il marque le milieu du jour quand le soleil y arrive : chaque point de ce cercle est également éloigné de l'horizon à droite & à gauche ; en sorte que tous les astres entre leur lever & leur coucher se trouveront dans le méridien un fois au dessus de l'horizon, & une fois au dessous après leur coucher. Leur circulation diurne est donc partagée en quatre parties égales, depuis leur lever jusqu'à leur passage au méridien, depuis le passage au méridien jusqu'au coucher, depuis le coucher jusqu'au passage inférieur par le même cercle, & depuis ce passage à la partie inférieure du méridien, jusqu'au lever du jour suivant.

Le cercle du méridien partage tout le ciel en deux hémisphères, dont l'un est à l'orient, & l'autre à l'occident. On appelle l'un *hémisphere oriental*, & l'autre *hémisphere occidental*. Le méridien passe aussi par les deux poles du monde, puisqu'il partage en deux parties tous les cercles que les astres décrivent autour des poles.

20. Le méridien d'un pays situé plus à l'orient ou plus à l'occident que Paris est différent du méridien de Paris ; & l'observateur qui marche vers l'orient ou vers l'occident change de méridien, de toute la quantité dont il avance vers l'orient ou l'occident, puisque son méridien passe toujours par son nouveau zénith, & par les deux poles du monde. Ainsi de Paris à Brest, il y a environ 7°, dont Paris est plus oriental que Brest, & par conséquent le méridien de Paris differe de 7° de celui de Brest. Il n'y a qu'un moyen de changer de place sans changer de méridien ; c'est d'aller directement vers le nord ou vers le sud, c'est-à-dire, vers un des poles.

21. Tous les méridiens des différents pays de la terre se réunissent & se coupent aux deux poles du monde, puisqu'ils sont tous menés d'un pole à l'autre (19); ils sont tous coupés en deux parties égales par l'équateur, puisque l'équateur est par-tout à égale distance des deux poles; ils sont tous perpendiculaires à l'équateur. Mais quand l'observateur placé dans un lieu fixe, parle du méridien, il doit toujours entendre le méridien du lieu où il est; celui qui passe par son zénith, & que l'on conçoit comme fixe aussi-bien que l'horizon.

22. Après avoir établi dans la sphere céleste, trois cercles principaux, l'horizon, l'équateur & le méridien; l'observateur doit rapporter à ces cercles tous les astres qu'il observe. C'est d'abord à l'horizon qu'il est forcé, pour ainsi dire, de les comparer; car un astre n'est visible que quand il s'éleve au dessus de l'horizon : le soleil ne nous donne le jour, la lune n'éclaire nos belles nuits, qu'après avoir surmonté ce cercle terminateur; & plus un astre s'éleve au dessus de l'horizon, plus nous avons long temps à le voir. Cette élévation d'un astre au dessus de l'horizon est donc un des phénomenes auxquels il étoit le plus naturel de s'attacher; ainsi l'une des premieres observations qu'on ait eu à faire, c'étoit de mesurer la HAUTEUR d'un astre sur l'horizon.

23. Soit un observateur *O*, (*fig.* 4) dont *Z* est le zénith, & *HOR* l'horizon; puisqu'il est convenu, entre les astronomes de tous les temps, de diviser le cercle en 360°, on comptera nécessairement 90° depuis *Z* jusqu'en *R*; car *ZR* est le quart du cercle ou de la circonférence entiere; ainsi une étoile qui paroîtroit en *Z* auroit 90° de hauteur; celle qui seroit en *A* à égale distance de l'horizon *R*, & du zénith *Z*, en auroit 45, & ainsi des autres.

24. L'observateur *O* qui veut mesurer ces hauteurs n'a qu'à former un quart-de-cercle *BD*, de carton, de bois ou de métal, le diviser en 90 parties, placer un des côtés *BO* verticalement, au moyen d'un fil à-plomb, & dans cet état remarquer, en mettant l'œil au centre *O*, sur quel

point *C* répond l'aftre *A* ; le nombre de degrés compris entre *D* & *C* fur fon inftrument, fera le même que celui des degrés *AR* de la fphere célefte, qui marquent la hauteur de l'aftre *A* au deffus de l'horizon. En effet, fi l'arc *DC* eft la huitieme partie d'une circonférence entiere ou la moitié de *BD* fur le petit inftrument, l'arc célefte *AR* fera auffi la moitié de *ZR*; ainfi l'un & l'autre feront de 45°. Les degrés ne font autre chofe que des parties aliquotes ou des portions de la circonférence entiere, & il y en a 90 dans le quart d'un très-petit cercle, comme dans le quart d'un très-grand, tout comme il y a deux moitiés ou quatre quarts dans un objet quelconque, grand ou petit; c'eft fur cette confidération qu'eft fondée la MESURE DES ANGLES, dont nous ferons fans ceffe ufage, puifque toutes nos mefures dans le ciel, confifteront en degrés, ou en parties de cercle.

25. Les aftronomes difpofent d'une maniere plus commode le quart de cercle qu'ils emploient à mefurer les hauteurs : ils placent un des côtés *BO* (*fig.* 5), de maniere qu'il foit dirigé vers l'étoile *A*, dont ils veulent mefurer la hauteur; au centre *O* de cet inftrument, eft fufpendu librement un fil à-plomb *OED*, alors l'arc *EG* du quart-de-cercle que l'on emploie, compris entre le fil à-plomb & le rayon *OG*, aura autant de degrés que l'arc *AR*, qui eft la hauteur de l'aftre *A* au deffus de l'horizon *OR*; car la ligne verticale *ZOED* fait avec le rayon de l'étoile *BOA* un angle, dont la mefure eft l'arc *ZA* d'un côté, & de l'autre l'arc *BE* qui lui eft femblable, & a le même nombre de degrés; c'eft ce que nous appellerons *la diftance au zénith;* or, l'arc *ZA* eft le complément de l'arc *AR*, comme *BE* eft le complément de *EG*; ainfi l'arc *AR* eft femblable à l'arc *GE;* donc ce dernier arc exprime la hauteut de l'aftre, auffi bien que l'arc *AR*. Telle eft la maniere dont les aftronomes procedent dans cette obfervation fondamentale & qui revient fans ceffe ; il ne s'agit, pour obferver la hauteur d'un aftre au deffus de l'horizon, que de diriger un des côtés *BO* du quart-de-cercle *BEG* vers l'aftre fup-

posé en *A*, & de voir combien le fil à-plomb *ZOED*, suspendu librement au centre *O* de l'instrument, intercepte de degrés, en comptant de l'autre rayon *OG* de l'instrument, c'est-à-dire, de combien est l'arc *GE*. C'est là dessus qu'est fondé l'usage du quart-de-cercle astronomique, dont nous ferons une description détaillée en parlant des fondements de l'astronomie (331), mais dont il étoit nécessaire de donner une idée dès à présent.

26. La mesure des angles, faite par le moyen d'un quart-de-cercle ou d'une autre portion quelconque de circonférence, est la base de toute l'astronomie : en effet, un astronome veut connoître les mouvements & les révolutions des corps célestes, & assigner en tout temps la situation *apparente* de tous les astres, les uns par rapport aux autres ; il suffit pour cela de savoir qu'à partir d'un point donné dans le ciel, un astre est avancé plus qu'un autre, d'un nombre de degrés, ou d'une portion quelconque de la circonférence. Ce n'est point en lieues, en toises, ou autres mesures absolues, que nous avons besoin de connoître ces mouvements apparents, nous y parviendrons bien ensuite (585 ; mais il ne fut d'abord question parmi les anciens astronomes, & nous ne traitons nous-mêmes dans ce premier livre, que des mouvements relatifs & apparents, qui s'expriment en degrés, minutes & secondes, ou en portions de cercle, & qui suffisent pour représenter en tout temps l'état du ciel tel qu'il paroît à nos yeux.

On observe, par exemple, qu'un astre est éloigné d'un autre de la moitié du ciel, c'est-à-dire, de 180°, en sorte qu'il lui est diamétralement opposé ; c'est la plus grande de toutes les distances apparentes ; s'il se trouve un troisieme astre à la moitié de cet intervalle, & qui paroisse entre les deux autres, nous dirons qu'il est à 90° ou un quart-de-cercle de chacun d'eux ; nous mesurerons également 30°, 150, 50 de distance apparente entre d'autres astres, & toutes ces mesures se font en présentant aux objets que l'on observe un arc de cercle, comme *BD* (*fig.* 4), dont le centre soit à notre œil *O*, & dont la partie *CD* soit semblable

à la partie *AR* de la circonférence céleste, que nous voulons mesurer. Ainsi, quand nous dirons, par exemple, que la lune a un demi-degré ou 30 minutes de diametre, cela voudra dire qu'elle occupe la moitié de la trois cent soixantieme partie d'une circonférence, dont notre œil est le centre; ou, ce qui revient au même, que si elle étoit répétée 720 fois autour de nous, ou qu'il y eût 720 lunes à la suite l'une de l'autre, cela feroit tout le tour du ciel.

27. Tandis que la sphere entiere tourne sur ses deux poles *P* & *R* (*fig.* 6), les points situés dans l'équateur *EQ*, décrivent un cercle qui est de la grandeur même de la sphere, c'est-à-dire, qui forme l'un des grands cercles, & dont le centre *C* est aussi le centre de la sphere; mais les points qui sont plus près du pole, comme le point *A*, décrivent des cercles moindres; tel est le cercle *AB*, dont le centre est au point *D* de l'axe *PR*, & qui paroît ovale dans la figure, parce que nous le supposons vu en perspective & de côté. Ce sont ces petits cercles qu'on appelle les *paralleles à l'équateur*, ou simplement les PARALLELES. Chaque point du ciel, placé hors de l'équateur, décrit un parallele qui diminue de grandeur à mesure que ce point est plus éloigné de l'équateur. (art. 4.)

Tous ces paralleles *AB* sont coupés en deux parties égales par le cercle *HBPAO*; car leur centre *D* & leur pole *P* se trouvant dans le plan du méridien, ce plan les traverse par le centre, & par conséquent les coupe en deux parties égales (19); ainsi l'astre qui placé d'abord au point *A* dans le méridien, décrit par son mouvement diurne le parallele *AB*, sera aussi long-temps à la droite qu'à la gauche du méridien, & ce cercle partagera la durée de la révolution diurne en deux parties égales.

28. Si le parallele *AB* que décrit l'étoile, est tout entier au dessus de l'horizon *HO*, on la verra passer deux fois le jour au méridien, d'abord en *A*, puis 12 heures après en *B*; sa plus grande élévation au dessus de l'horizon, sera dans son passage supérieur en *A*, & sa plus petite hau-

teur dans son passage inférieur en *B*. Mais si le parallele de l'étoile se trouve n'avoir qu'une petite portion au dessus de l'horizon, comme le parallele *MNL*, dont la partie supérieure *MN* élevée sur l'horizon, est beaucoup moindre que la partie invisible *NL*, on ne verra l'étoile que pendant la plus petite partie des 24 heures.

29. Il y a cette différence entre les *grands cercles* de la sphere & les *petits cercles*, que les plans des grands cercles passant tous par le centre de la sphere, la coupent en deux parties égales, au lieu que les petits cercles, tels que *AB*, coupent la sphere en deux segments, dont l'un est le plus petit, comme *APB*, & l'autre le plus grand, comme *AEM ORLQB*.

30. Une autre différence qu'on doit remarquer entre les grands cercles & les petits, c'est qu'un grand cercle coupe nécessairement tous les autres grands cercles en deux parties égales, au lieu qu'un petit cercle est souvent coupé par un grand cercle en deux parties inégales; la raison est évidente, si l'on considere que deux grands cercles ayant chacun leur centre au centre de la sphere, l'un des cercles passe par le centre de l'autre; ils ont donc un diamètre commun, qu'on appelle *la Commune Section* de leurs deux plans: or il est de la nature d'un diamètre de couper le cercle en deux parties égales; ainsi chaque cercle est coupé par l'autre, suivant son diamètre même & en deux parties égales. Au contraire, le petit cercle étant éloigné du centre du globe, peut non-seulement être coupé en deux portions inégales, mais encore ne l'être point du tout par un grand cercle du même globe. Ce sont-là les premiers axiomes de la Trigonométrie-Sphérique, dont il faut lire les traités, quand on veut faire quelques progrès dans l'astronomie; mais les notions que nous en donnerons ici seront suffisantes pour l'intelligence de ce livre.

Nous verrons, en parlant de la Sphere Armillaire (100), qu'on y distingue principalement six grands cercles & quatre petits; l'ordre des observations nous a conduit à distinguer déja trois grands cercles appelés l'*Horizon*,

l'*Equateur* & le *Méridien*. Nous avons parlé en général des petits cercles appelés *paralleles à l'équateur*, nous parlerons des autres à mesure que les phénomenes l'exigeront.

Trouver la hauteur du Pole par le moyen des étoiles.

31. LA DISPOSITION des trois grands cercles de la sphere, l'équateur, l'horizon & le méridien, doit former désormais la base de toutes nos observations; nous y rapporterons les astres pour en déterminer la situation & les mouvements. Ainsi la premiere chose que nous devons faire, est de connoître leur situation réciproque, de savoir comment l'équateur est placé par rapport à notre horizon; combien le pole est élevé du côté du nord; combien l'équateur est élevé du côté du midi.

32. Puisque l'équateur n'est autre chose que le cercle sur lequel se fait le mouvement diurne, c'est ce mouvement qui doit déterminer l'équateur; & puisque ce mouvement se fait autour des poles, il servira aussi à les reconnoître. Si l'étoile polaire, dont nous avons parlé, étoit précisément & exactement située au pole du monde, en sorte qu'elle pût en être la marque sûre & permanente, il suffiroit d'en mesurer la hauteur (23), & l'on auroit la hauteur du pole, mais cette étoile en est à 2°. Il est vrai qu'on a peine à distinguer si elle a changé de place, quand on ne la regarde qu'à la vue simple, & sans avoir devant les yeux quelque terme fixe auquel on puisse la comparer; mais avec des instruments & une attention suivie, on reconnoît qu'elle décrit aussi-bien que les autres étoiles un petit cercle autour du pole. Cependant si l'étoile polaire ne marque pas immédiatement le point du ciel où est le pole, du moins le milieu du cercle qu'elle décrit chaque jour, en doit donner la plus sure indication.

33. L'étoile *A* (*fig.* 3 & 6) décrivant autour du pole *P* un cercle *AB*, si cette étoile est à 2° du pole, l'arc *AP* sera de 2°, aussi-bien que l'arc *PB*, & l'arc entier *APB*, qui marque la largeur du parallele, sera de 4°; ainsi l'étoile

étant au méridien en *A*, dans la partie supérieure de son parallele, aura une hauteur *AH* au dessus de l'horizon, plus grande de 4° que la hauteur *BH* de cette même étoile, lorsque 12 heures après elle sera au dessous du pole : la différence *AB* de ces deux hauteurs sera donc de 4°. Supposons actuellement qu'on ait observé la hauteur de l'étoile en *A* & sa hauteur en *B*, il faudra, pour avoir la hauteur du pole *P*, partager en deux la différence *AB* des deux hauteurs; la moitié de cette différence sera *PB*, on l'ajoutera avec la plus petite hauteur *HB* de l'étoile, & l'on aura *HP* qui est la hauteur du pole. Par exemple, si l'étoile polaire observée à Paris, a d'abord 47°, & ensuite 51° de hauteur, la différence étant 4°, on en prendra la moitié, c'est-à-dire, 2°, ce sera la distance de l'étoile au pole; ces 2° ajoutés à 47°, qui est la plus petite hauteur de l'étoile, donneront la hauteur du pole, qui sera par conséquent de 49°; ou, ce qui revient au même, on prendra la moitié de la somme des deux hauteurs 51 & 47, & l'on trouvera 49°. C'est ainsi que les étoiles circompolaires, ou voisines du pole, servent à trouver sa hauteur.

34. La hauteur du pole & la hauteur de l'équateur font ensemble 90°, en sorte que la premiere étant connue, on a nécessairement la seconde. Soit *P* le pole, & *E* l'équateur, *PH* la hauteur du pole, *EO* celle de l'équateur, le demi-cercle *HZO* est la partie visible du ciel qui a 180°. Si l'on en retranche le quart de cercle *PZE* qui est la distance du pole à l'équateur; c'est-à-dire, 90°, il en doit rester nécessairement 90 autres; donc les arcs *HP* & *EO*, qui restent après avoir ôté *PZE*, font ensemble 90° : *donc la hauteur du pole* HP *est le* COMPLÉMENT (a) *de la hauteur de l'équateur* EO.

35. De là il suit que la hauteur de l'équateur est égale à la distance du pole au zénith, c'est-à-dire, à *PZ*; car *ZH* est de 90°, puisque du zénith à l'horizon il y a nécessairement un quart-de-cercle; ainsi *ZP* est le complément de

(a) On appelle *Complément d'un arc*, ce qui lui manque pour faire 90 degrés & *Supplément* ce qui lui manque pour aller à 180 degrés.

PZ : mais nous venons de voir dans l'article précédent ; que *HP* eſt le complément de *EO* ; donc *PZ* eſt égal à *EO*, c'eſt à dire, que la diſtance du pole au zénith eſt égale à la hauteur de l'équateur.

36. Il eſt évident par la même raiſon, que la diſtance *ZE* du zénith à l'équateur eſt égale à la hauteur du pole *PH* : car *ZH* & *PE* ſont chacun de 90° : ſi vous en retranchez la partie commune *PZ*, il reſtera deux arcs égaux *PH* & *ZE*, c'eſt-à-dire, la hauteur du pole & la diſtance de l'équateur au zénith.

De la grandeur de la Terre.

37. L'OBSERVATION de la hauteur du pole & de la hauteur de l'équateur, ou, ſi l'on veut, de la hauteur méridienne du ſoleil en différents pays, fut la premiere choſe qui dut apprendre aux hommes que la terre étoit ronde. Ce fut d'abord par l'ombre du ſoleil que l'on détermina les différences de hauteurs du pole ; plus on avançoit vers le nord, plus ces ombres meſurées le même jour ſe trouvoient longues ; ce qui prouvoit que la hauteur du ſoleil au deſſus de l'horizon étoit devenue plus petite, & que l'obſervateur ſitué vers le nord n'étoit pas ſur le même plan que l'obſervateur ſitué vers le midi, on dut en conclure que la terre étoit arrondie.

38. L'ombre de la terre dans les éclipſes de lune paroît toujours ronde ; les vaiſſeaux vus de loin en pleine mer, diſparoiſſent par degrés ; on les voit deſcendre & ſe perdre peu à peu, par la courbure de la ſurface des eaux. Telles furent les marques auxquelles les anciens philoſophes reconnurent la courbure & la rondeur de la terre.

39. Après avoir ainſi reconnu la rondeur de la terre, on ſe ſervit du même moyen pour connoître ſa grandeur : & le changement des latitudes & des hauteurs, ſoit du pole, ſoit des aſtres, ſervit à connoître l'étendue de notre globe en en meſurant une petite partie. Poſidonius obſerva, il y a 1900 ans, que l'étoile appelée Canopus, qui paſ-

ſoit



soit au méridien d'Alexandrie, à la hauteur d'une 48e partie du cercle, ou de 7° $\frac{1}{2}$, ne s'élevoit presque pas à Rhodes, mais qu'elle passoit à l'horizon, & ne faisoit qu'y paroître; il suivoit de là que ces deux villes (situées d'ailleurs sous le même méridien ou à peu près) étoient éloignées de la 48e partie du cercle; d'un autre côté leur distance itinéraire en ligne droite étoit de 3250 stades, suivant Eratosthène, cité par Pline & Strabon, ainsi prenant 48 fois ce nombre de stades, on trouva que les 360° de la terre faisoient 180000 stades; c'est ainsi que Ptolomée le suppose dans sa géographie composée environ cent ans après J. C. Si l'on évalue le stade Egyptien avec M. le Roy (*Ruines des monuments de la Grece*, *p.* 55) à 114 toises $\frac{83}{109}$, on aura pour la circonférence de la terre 8999 lieues, chacune de 2283 toises, ce qui s'éloigne bien peu de la mesure constatée par l'Académie, qui est d'environ 9000 lieues. (802)

40. Autre exemple : on trouve en allant vers le nord que la latitude d'Amiens est plus grande que celle de Paris d'un degré, ou que le soleil à midi est d'un degré plus bas à Amiens qu'à Paris, c'est une preuve que la terre a un degré de courbure depuis Paris jusqu'à Amiens; or cette distance mesurée en allant toujours du midi au nord, s'est trouvée de 25 lieues, chacune de 2283 toises (802); donc un degré de la terre, ou la 360e partie de toute sa circonférence, a 25 lieues d'étendue; d'où il suit que la circonférence entiere ou le tour de la terre vaut 9000 lieues; car 25 fois 360 font 9000. Lorsqu'on voit les astres augmenter d'un degré en hauteur, c'est une preuve que notre zénith & notre horizon ont changé d'un degré; car ce sont les termes fixes auxquels se rapportent nos observations des hauteurs; si notre zénith a changé d'un degré, il a fait la 360e partie du cercle ou du tour entier de la sphere; & si 25 lieues de chemin du midi au nord le font changer d'un degré, les 9000 lieues le feroient changer de 360°, c'est-à-dire, lui feroient faire

le tour du ciel, tandis que nous ferions celui de la terre; donc la terre a 9000 lieues de circuit.

Des Latitudes Géographiques ou Terrestres.

41. L'ÉQUATEUR & les poles que nous avons remarqués dans le ciel, se remarquent également sur la terre; car le point de la terre qui a pour zénith le pole du ciel, s'appelle naturellement le pole de la terre; & tout de même que l'équateur céleste détermine les saisons, celui de la terre détermine la température & le degré de chaleur ou de froid, qu'on éprouve en différents pays.

42. On dut remarquer d'abord les étoiles qui dans le ciel répondoient à l'équateur, c'est-à-dire, étoient précisément à égales distances des poles célestes : voyageant ensuite sur la terre, on vit en allant vers le midi, que ces étoiles se rapprochoient de la verticale, & passoient au méridien plus près du zénith, à mesure qu'on se trouvoit dans des pays plus méridionaux.

43. On comprit qu'en avançant encore, on parviendroit dans les endroits de la terre, où ces étoiles passent exactement par le zénith, & où les deux poles sont dans l'horizon; en effet dans ce cas-là on est évidemment sous l'équateur céleste, ou bien sur l'équateur terrestre; car l'un correspond à l'autre, ils sont dans un seul & même plan, parce que l'équateur céleste détermine l'autre; & qu'en voyant passer le soleil sur sa tête, quand il est à même distance des deux poles, c'est-à-dire, dans l'équateur, on pourroit dire : je suis sous l'équateur céleste, ou bien : je suis sur l'équateur de la terre.

44. L'équateur terrestre ou la *ligne équinoxiale*, fait tout le tour de la terre, passe au milieu de l'Afrique, dans les états peu connus du Macoco & du Monoémugi, traverse la mer des Indes, les isles de Sumatra & de Borneo, & la vaste étendue de la mer Pacifique; l'équateur passe ensuite au travers de l'Amérique Méridionale, de-

puis la province de Quito au Pérou, jusqu'à l'embouchure de la riviere des Amazones. Nous disons que les pays qui sont sur cette ligne, n'ont aucune *latitude*, parce que l'on appelle *latitude* les distances à l'équateur. A mesure qu'on quitte l'équateur pour avancer vers les poles, soit au septentrion, soit au midi, on avance en latitude ; lorsqu'on est à un degré, ou à 25 lieues de l'équateur, on a un degré de latitude.

La Latitude ou la distance à l'équateur se mesure ou vers le midi ou vers le nord : on appelle *Latitude Septentrionale*, ou latitude nord, la distance à l'équateur, pour les pays qui sont du côté du nord, & *Latitude Méridionale*, ou latitude sud, celle qui est comptée de l'autre côté de la ligne.

45. Les pays qui sont à moitié chemin de l'équateur au pole, ont donc 45° de latitude ; telle est la ville de Bordeaux ; telles sont encore Sarlat, Aurillac, le Puy, Valence, Briançon, Turin, Casal & Plaisance, Mantoue, Rovigo, & les Bouches du Pô ; en Asie, Astracan, la Tartarie Chinoise & la Terre d'Yeço. On ne sauroit avoir plus de 90° de latitude ; car il n'y a que 90° entre l'équateur, d'où on les compte, & les poles où toutes les latitudes finissent & se confondent en un point.

46. La hauteur du pole, dont nous avons parlé (art. 33.) est égale à la latitude du lieu ; car la latitude n'est autre chose que la distance d'un pays à l'équateur terrestre, ou la distance de son zénith à l'équateur céleste, c'est-à-dire, ZE, mais ZE est égal à PH (36) ; donc *la latitude est égale à la hauteur du pole.*

Des Longitudes Géographiques (a).

47. Après avoir mesuré les distances du midi au nord, sous le nom de *latitudes*, il a été nécessaire de mesurer les distances dans l'autre sens, c'est-à-dire, d'occident en orient;

(a) Géographie vient de Γῆ, *terre*, & de γράφω, *j'écris*, parce que c'est la description de la terre.

& on les a appelées LONGITUDES, parce que la longueur des pays connus étoit plus grande dans ce ſens-là que du midi au nord, lorſque les premiers géographes ont établi leurs meſures, il y a 1800 ans.

Pour meſurer les longitudes, on conçoit pluſieurs cercles perpendiculaires à l'équateur, & paſſant par les deux poles de la terre, tels que les cercles *PAR*, *PSR*, que l'on voit ſur le globe de la figure 12. Ce ſont les méridiens terreſtres; tous les pays qui ſont ſur un même méridien, ont la même longitude.

48. LE PREMIER MÉRIDIEN, celui d'où l'on part pour compter les longitudes, eſt une choſe arbitraire & de pure convention, parce que le ciel ne donne aucun terme fixe ſur la terre pour les longitudes, au lieu que l'équateur en fournit un pour compter les latitudes. On a varié ſur le choix d'un premier méridien, & encore actuellement la choſe n'eſt pas bien fixe parmi les géographes. Voyez le P. Riccioli (*Geographia reformata*, pag. 385).

49. La déclaration du 25 avril 1634, fixa notre premier méridien à l'extrémité de l'iſle de Fer, la plus occidentale des iſles Canaries. Le bourg principal de cette iſle eſt à 19° 55′ 45″ à l'occident de Paris; mais M. de l'Iſle, notre plus fameux géographe, ayant ſuppoſé pour plus de facilité & en nombres ronds, que Paris étoit à 20° de longitude, les géographes de France ont ſuivi ſon exemple; ainſi dans la plupart de nos cartes *on établit le premier méridien univerſel à* 20° *du méridien de Paris, du côté de l'occident*; & l'on continue de compter les longitudes terreſtres vers l'orient juſqu'à 360°, en faiſant tout le tour de la terre.

50. Cependant les aſtronomes François qui déterminent communément les longitudes par la comparaiſon des obſervations faites à Paris, avec celles des différents lieux de la terre, ont une autre maniere de compter. Ils prennent, non pas en degrés, mais en temps, la différence des méridiens, ou la différence de longitude entre Paris & les autres pays; 15° de longitude font une heure, parce que

les 24 heures du jour font tout le tour de la terre ; chaque degré fait 4′ de temps; & au lieu de dire, par exemple, que Poitiers est à 18_0 de longitude, parce que cette ville est de 2° plus occidentale que Paris, ils disent que la différence des méridiens est de 8′, occidentale. C'est ainsi que Ptolomée en usa par rapport à Alexandrie, les Arabes pour Tolede, Copernic pour Frawenberg, Reinhold pour Konisberg, Tycho & Képler pour Uranibourg, les Hollandois pour Amsterdam, & les Anglois pour Gréenwich où est l'observatoire royal d'Angleterre.

51. Les différences des méridiens nous font juger de celles des heures que l'on compte en même temps dans ces différents pays. Un observateur qui s'avanceroit à 15° de Paris, du côté de l'orient, par exemple, à Vienne en Autriche, compteroit environ une heure de plus qu'à Paris, parce qu'allant au devant du soleil qui tourne chaque jour de l'orient à l'occident, il le verroit une heure plutôt que nous. En continuant d'avancer ainsi vers l'orient de 15 en 15_0, il gagneroit une heure à chaque fois ; & s'il faisoit le tour entier de la terre, il se trouveroit, en arrivant à Paris, avoir gagné 24 heures, & compteroit un jour de plus que nous ; il seroit au lundi, tandis que nous serions encore au dimanche.

52. Un autre observateur qui s'avanceroir du côté du couchant, retarderoit de la même quantité, & revenant à Paris après le tour du monde, il ne compteroit que Samedi lorsque nous serions au dimanche. On éprouvera cette singularité dans la maniere de compter, toutes les fois qu'on verra arriver un vaisseau qui aura fait le tour du monde, en continuant de compter les jours dans le même ordre, sans s'assujetir au calendrier des pays où il aura passé.

53. Par la même raison, les habitants des isles de la mer du Sud qui sont éloignés de 12 heures de notre méridien, doivent voir les voyageurs qui viennent des Indes & ceux qui leur viennent de l'Amérique, compter différemment les jours de la semaine, les premiers ayant un jour de plus que les autres; car supposant qu'il est dimanche



à midi pour Paris, ceux qui sont dans les Indes, disent qu'il y a 6 heures que dimanche est commencé; & ceux qui sont en Amérique, disent qu'il s'en faut au contraire plusieurs heures. Cela parut très-singulier à nos anciens voyageurs qu'on accusa d'abord de s'être trompés dans leur calcul & d'avoir perdu le fil de leurs almanachs. Dampier étant allé à Mendanao par l'ouest trouva qu'on y comptoit un jour de plus que lui. (Voyez les voyages de Dampier, Tome I.) Varenius dit même qu'à Macao, ville maritime de la Chine, les Portugais comptent habituellement un jour de plus que les Espagnols ne comptent aux Philippines; les premiers sont au dimanche, tandis que les seconds ne comptent que samedi, quoiqu'ils soient peu éloignés les uns des autres; cela vient de ce que les Portugais établis à Macao y sont allés par le Cap de Bonne-Espérance, ou par l'orient, & que les Espagnols sont allés aux Philippines par l'occident, c'est-à-dire, en partant de l'Amérique, & traversant la mer du Sud.

54. C'est une chose des plus nécessaires, mais en même temps des plus difficiles dans l'astronomie, la géographie & la navigation, que de trouver les longitudes: il s'agit de savoir, par exemple, combien le méridien de la Martinique est éloigné de celui de Paris, ou combien il faut faire de degrés vers l'occident pour arriver à la Martinique: la méthode que les astronomes emploient, consiste à chercher dans le ciel un phénomene ou un signal qui puisse être apperçu au même instant de Paris & de la Martinique; par exemple, le moment où commence une éclipse de lune: s'il est minuit à la Martinique quand l'éclipse y commence, & que dans ce même moment on ait compté $4^h\ 13'$ du matin à Paris, nous sommes assurés qu'il y a $4^h\ 13'$ de temps, ce qui fait un arc de $63^\circ\ 15'$, du méridien de Paris au méridien de la Martinique. En effet, le soleil emploie 24 heures à faire le tour du globe, & une heure à faire 15°: si les habitants de la Martinique avoient le midi plus tard que nous d'une heure, nous serions assurés par là même, qu'ils sont à 15° de nous vers l'occident; mais ils

l'ont plus tard que nous de 4h 13′, ſuivant l'obſervation ; ils ſont donc plus avancés de 63° ¼, qui répondent à 4h 13′, à raiſon de 15° pour chaque heure, & d'un degré pour 4′ de temps.

Du mouvement propre de la Lune & de ſes phaſes.

55. Après avoir obſervé le mouvement diurne commun à tous les aſtres, comme le premier de tous les phénomenes céleſtes que les hommes ont dû remarquer, même ſans aucune eſpece d'application, nous paſſerons au mouvement *propre*, ou mouvement particulier des planetes qui ſe fait en ſens contraire, c'eſt-à-dire, vers l'orient. Le plus ſimple & le plus ſenſible de tous ces mouvements propres, celui qui dut frapper le plus tous les yeux, fut le mouvement de la lune. Tous les mois cet aſtre change de figure, & fait le tour du ciel dans un ſens contraire à celui du mouvement général ; & tandis que chaque jour la lune paroît ſe lever & ſe coucher comme tous les autres aſtres en allant d'orient en occident, elle retarde chaque jour & ſemble reſter en arriere des étoiles, ou reculer vers l'orient d'environ 13°. Ce mouvement particulier par lequel la lune ſe retire peu à peu vers l'orient, dans le temps même qu'elle va comme les autres aſtres vers le couchant, s'appelle *le mouvement propre*, ou mouvement périodique, & c'eſt un mouvement réel qui a lieu dans cette planète. Il eſt ſi conſidérable que dans 27 jours la lune qui aura paru d'abord auprès de quelque belle étoile, s'en détache, s'en éloigne, & fait le tour du ciel à contre-ſens du mouvement diurne ou commun : elle revient au bout des 27 jours ſe replacer à côté de la même étoile ; à la fin du premier jour elle s'en étoit éloignée de 13° ou un peu plus ; le ſecond jour elle en étoit à 26°, le troiſieme à 39, &c. : enfin après 27 jours elle s'en étoit éloignée de 360°, & par conſéquent elle eſt revenue la joindre par le côté oppoſé : ainſi elle ſe retrouve au même point où elle paroiſſoit le mois d'auparavant, après avoir

paru répondre successivement aux étoiles qui sont autour du ciel.

56. Les phases (*a*) de la lune ou les diverses apparences de sa lumiere furent des phénomenes encore plus remarquables & plus sensibles à tous les yeux ; après avoir paru pendant toute la nuit sous une forme ronde, large & brillante que nous appelons la pleine lune, elle perd peu à peu de sa lumiere, de sa largeur & de son disque apparent, elle se leve plus tard, elle n'éclaire plus que pendant la moitié de la nuit, elle devient *dichotome* (*b*) & ressemble à un cercle dont on auroit coupé la moitié ; quelques jours après, continuant de se rapprocher du soleil, ce n'est plus qu'un croissant qui paroît le matin à l'orient avant que le soleil se leve, les cornes vers le haut, opposées au soleil, mais qui diminuant peu à peu de grandeur & de lumiere se perd dans les rayons du soleil, & disparoît enfin totalement.

67. La lune, après avoir disparu totalement pendant 3 ou 4 jours, reparoît le soir à l'occident après le coucher du soleil, sous la forme d'un croissant dont les pointes sont toujours vers le haut, ou à l'opposite du soleil ; mais continuant d'avancer vers l'orient, & de s'éloigner du soleil par son mouvement propre, elle augmente de grandeur & de lumiere ; son croissant est plus fort, on la voit plus aisément & plus long-temps. Elle devient ensuite comme un demi-cercle & paroît en quartier, ou en quadrature, lorsqu'elle s'est éloignée du soleil de 90° ; c'est ce qu'on appelle premier quartier : enfin 7 à 8 jours après elle reparoît pleine, ronde & lumineuse comme elle étoit un mois auparavant, elle passe alors au méridien à minuit, & l'on voit qu'elle est opposée au soleil.

58. Ce sont ces phases & ces aspects de la lune qui occasionnerent autrefois l'usage de compter par mois & par semaines de sept jours (542), à cause du retour des phases de la lune en un mois, & parce que la lune tous

(*a*) Φάσις, *Apparitio*; Ce sont les différentes manieres dont la lune paroît à nos yeux.

(*b*) Δίκερος, *bicornis*; Τόμος, *frustum sectione ablatum*.

les sept jours environ paroît, pour ainsi dire, sous une forme nouvelle ; aussi les premiers peuples du monde se servirent de la lune pour compter les temps ; il n'y avoit dans le ciel aucun signal dont les différences, les alternatives & les époques fussent plus remarquables, & il est probable que tous ces peuples avoient puisé dans la plus haute antiquité, & comme dans la source commune du genre humain, ou dans un instinct également naturel à tous, cette maniere de distribuer leurs exercices & de fixer leurs assemblées par le moyen de la lune. (Voyez *le Spectacle de la nature, tome IV, page* 283) : nous en parlerons plus au long dans le IVe livre, nous y expliquerons les phases de la lune, & nous ferons voir qu'elles sont produites par la lumiere du soleil qui éclaire toujours la moitié de la lune. Si nous n'appercevons souvent qu'une petite partie de cet hémisphere éclairé, & si nous le perdons même de vue tous les mois, c'est parce que la lune étant presque pour lors entre le soleil & nous, elle tourne vers le soleil son hémisphere lumineux, & vers nous son hémisphere obscur ; or un objet qui n'est point éclairé ne peut être apperçu, à moins que ce ne soit un corps de lumiere comme le soleil.

Du Mouvement annuel & de l'Ecliptique.

59. Le mouvement propre de la lune est le plus prompt & le plus remarquable de tous ceux que l'on observe dans le ciel ; mais il en est un encore plus important pour nous, c'est le mouvement périodique annuel que le soleil paroît avoir, qu'on appelle aussi mouvement propre du soleil ; c'est après le mouvement diurne, un des phénomenes les plus frappants, puisque la différence des saisons, les chaleurs de l'été & les rigueurs de l'hiver en dépendent aussi bien que la longueur des jours & des nuits qui varie si fort dans le cours d'une année. Ce mouvement n'est en lui-même qu'une apparence (400), & il provient du mou-

vement annuel de la terre ; mais il ne s'agit encore que d'examiner les phénomenes & les apparences, avant que de nous élever à la contemplation des causes qui les produisent.

60. Si l'on remarque le soir du côté de l'occident quelqu'étoile fixe après le coucher du soleil, & qu'on la considere attentivement plusieurs jours de suite à la même heure, on la verra de jour en jour plus près du soleil ; en sorte qu'elle disparoîtra à la fin, & sera effacée par les rayons & la lumiere du soleil, dont elle étoit assez loin quelques jours auparavant. Il sera aisé en même temps de reconnoître que c'est le soleil qui s'est approché de l'étoile, & que ce n'est pas l'étoile qui s'est approchée du soleil. En effet, voyant que toutes les étoiles se levent & se couchent tous les jours aux mêmes points de l'horizon, vis-à-vis des mêmes objets terrestres, qu'elles sont toujours aux mêmes distances, tandis que le soleil change continuellement les points de son lever & de son coucher & sa distance aux étoiles ; voyant d'ailleurs chaque étoile se lever tous les jours environ 4′ plutôt que le jour précédent, c'est ce que nous appelons l'accélération diurne des étoiles (350), on ne doutera pas que le soleil seul n'ait changé de place par rapport à l'étoile, & ne se soit rapproché d'elle. Cette observation peut se faire en tout temps, mais il faut prendre garde à ne pas confondre une étoile fixe avec une planète : nous apprendrons bientôt la maniere de les distinguer (83).

61. Le premier phenomene que présente le mouvement propre du soleil est donc celui-ci : *le soleil se rapproche de jour en jour des étoiles qui sont plus orientales que lui ;* c'est-à-dire, qu'il s'avance chaque jour vers l'orient : ainsi le mouvement propre du soleil se fait d'occident en orient : tous les jours il est d'environ un degré, & au bout de 365 jours on revoit l'étoile vers le couchant, à la même heure & au même endroit où elle paroissoit l'année précédente à pareil jour ; c'est-à-dire que le soleil est

revenu se placer au même point par rapport à l'étoile ; il aura donc fait une révolution : c'est ce que nous appelons le *mouvement annuel*.

62. Pour combiner le mouvement annuel avec le mouvement diurne du soleil, imaginons un grand globe, ou, si l'on veut, une grosse boule, traversée au centre, ou diamétralement, par un *axe* ou essieu, qui soit soutenu à ses extrêmités dans les points *P* & *R* (*fig.* 12); & qu'on fasse tourner ce globe, on aura une idée du mouvement diurne de la sphere. Si l'on place un insecte en *S*, à égale distance des deux poles *P* & *R*, il sera obligé de tourner avec le globe, & il décrira *l'équateur A S Q* : si l'on en place un autre en *B*, plus près d'un des poles que de l'autre, il décrira un *parallele B C*, dont la circonférence est plus petite. Mais tandis que ce globe tourne dans un sens, l'insecte que nous supposons en *S*, pourroit aussi marcher insensiblement dans le sens opposé ; il imiteroit alors le mouvement annuel ou propre du soleil, qui s'avance peu à peu vers l'orient, pendant qu'il est emporté chaque jour avec tout le ciel & d'un mouvement commun, vers l'occident. Ces deux mouvements sont fort bien exprimés dans ces quatre vers d'Ovide :

> Adde quod assiduâ rapitur vertigine cœlum,
> Sideraque alta trahit, celerique volumine torquet ;
> Nitor in adversum ; nec me (qui cætera) vincit
> Impetus ; & rapido contrarius evehor orbi. *Metam. II.* 70.

63. Ce mouvement annuel, ou mouvement propre du soleil, qui se fait d'occident en orient, est donc contraire au mouvement diurne, au mouvement commun de tout le ciel, qui se fait vers l'occident, & que nous avons expliqué en commençant. Chaque jour, le soleil, aussi bien que les étoiles, fait une révolution autour de nous, du levant au couchant, ou d'orient en occident ; mais pendant ce temps-là le soleil fait environ un degré en sens contraire, ou d'occident en orient, & répond successivement à différentes étoiles.

64. La trace de ce mouvement annuel, observée avec

ſoin, s'eſt trouvée être un cercle; & ce cercle a été appelé ECLIPTIQUE (a); il a fallu d'abord en déterminer la ſituation : c'eſt la premiere recherche que les anciens Aſtronomes aient faite, & nous allons les ſuivre ou les deviner, s'il eſt poſſible, dans leur marche.

L'écliptique, la route apparente & annuelle du ſoleil, eſt différente de l'équateur ou du cercle diurne, dont nous avons indiqué la poſition (15). Les premiers Chaldéens qui obſerverent à Babylone, avoient l'équateur élevé de 54°; & ſi le ſoleil avoit fait ſon mouvement annuel en ſuivant l'équateur, il auroit paru tous les jours à midi élevé de 54°. Bien loin de là, ils appercevoient en été que le ſoleil s'élevoit de 24° au deſſus de l'équateur, & deſcendoit en hiver de 24° au deſſous, en ſorte que ſa hauteur vers le milieu du jour, ou ſa hauteur méridienne (19) étoit de 78° en été, & de 30° ſeulement en hiver; d'où il ſuivoit évidemment que l'écliptique étoit un cercle différent de l'équateur de 24°. Ce cercle devoit ſeulement traverſer ou couper l'équateur en deux points diamétralement oppoſés; car on obſervoit deux fois l'année, au printemps & en automne, que la hauteur du ſoleil à midi étoit préciſément égale à la hauteur de l'équateur, c'eſt-à-dire, de 54°; d'où il ſuivoit que dans ces deux jours-là le ſoleil étoit dans l'équateur même, dont 3 mois auparavant il avoit été éloigné de 24°.

65. Ainſi l'écliptique, la trace du mouvement annuel du ſoleil, eſt un cercle de la ſphere, qui coupe l'équateur en deux points, mais qui s'en éloigne enſuite de 24° au nord & au midi. Et comme ces deux diſtances ſont égales, on dut en conclure que l'écliptique étoit un grand cercle de la ſphere; car c'eſt la propriété des grands cercles de ſe couper en deux parties égales (30.) Il s'agiſſoit enſuite de déterminer dans la voûte céleſte & parmi les étoiles fixes, la route ou la trace de l'écliptique, & de reconnoître les étoiles par leſquelles devoit paſſer le ſoleil

(a) Du mot grec Ἐκλείπω, *deficio*, parce que la lune eſt toujours dans l'écliptique, à très-peu près, lorſqu'il y a éclipſe de lune ou de ſoleil.

à chaque jour de l'année, pour être en état de repréſenter ce cercle ſolaire ſur le globe où nous avons tracé l'équateur (15).

66. Pour cet effet on dut remarquer d'abord qu'il y avoit deux jours dans l'année, éloignés de ſix mois l'un de l'autre, où le ſoleil ſe trouvoit avoir 54° de hauteur méridienne, & par conſéquent la même hauteur que l'équateur. On appela ces deux jours-là *jours des équinoxes*, parce que le ſoleil décrivant ces jours-là l'équateur, étoit 12 heures au deſſus de l'horizon, & 12 heures au deſſous, c'eſt-à-dire, que le jour étoit égal à la nuit ; l'un a été appelé équinoxe du printemps, parce qu'il arrive à la fin de l'hiver, l'autre eſt l'équinoxe d'automne.

67. Ayant remarqué, le jour de l'équinoxe du printemps, quelle étoile ou quel point du ciel paſſoit au méridien, 12 heures après le ſoleil, ou à minuit, à la même hauteur que le ſoleil, c'eſt-à-dire, à la hauteur de l'équateur, on étoit sûr de connoître le point oppoſé au ſoleil, c'eſt-à-dire, l'équinoxe d'automne, & l'endroit où devoit ſe trouver le ſoleil ſix mois après, en traverſant l'équateur dans le point oppoſé.

C'eſt ainſi qu'on a dû reconnoître & remarquer dans le ciel le point équinoxial d'automne, quand le ſoleil étoit dans celui du printemps, & celui du printemps quand le ſoleil étoit parvenu à l'équinoxe d'automne, ou dans le point oppoſé ; par là on a appris à diſtinguer dans le ciel étoilé ces deux points eſſentiels dans l'Aſtronomie.

68. Les points de l'écliptique ſitués entre les équinoxes, & dans leſquels ſe trouve le ſoleil lorſqu'il eſt le plus éloigné de l'équateur, ont été appelés ſolſtices (*ſolis ſtationes*) parce que le ſoleil étant arrivé à ce plus grand éloignement, ſemble être quelques jours à la même diſtance de l'équateur, ſans s'en éloigner ni s'en rapprocher, du moins ſenſiblement, c'eſt ce qui arrive le 21 de Juin & le 21 de Décembre.

Ainſi tout eſt déterminé à l'égard de l'écliptique : nous

connoiſſons les deux points équinoxiaux où ce cercle traverſe l'équateur ; nous ſavons qu'il s'en éloigne enſuite au deſſus & au deſſous, au nord & au midi, dans les ſolſtices, & cet éloignement étoit autrefois de 24° ; il ne manque donc rien pour tracer dans le ciel la route annuelle ou le grand cercle de l'écliptique : nous parlerons bientôt de la diviſion de ce cercle en 12 ſignes (art. 76).

69. Ayant formé un globe artificiel, tel que celui qui eſt repréſenté dans la figure 12, & marqué ſur ce globe, les étoiles dont on avoit remarqué les poſitions ; après y avoir tracé l'équateur & les poles (15), on fut en état de tracer auſſi l'écliptique, & de remarquer les étoiles parmi leſquelles ce cercle devoit paſſer ; c'eſt ce que firent les plus anciens Aſtronomes.

De l'obliquité de l'Ecliptique ; & des Tropiques (a).

70. La diſtance ou l'arc d'environ 24° compris entre l'équateur & l'écliptique dans les points ſolſticiaux, s'appelle l'OBLIQUITÉ DE L'ECLIPTIQUE. Il a fallu, pour connoître cette obliquité, obſerver combien le ſoleil en été s'élevoit au deſſus de l'équateur, & combien en hiver il s'abaiſſoit au deſſous (64), ou, ſi l'on veut, il a fallu remarquer combien le ſoleil étoit plus élevé à midi en été qu'il ne l'étoit à midi en hiver ; & ayant trouvé 47° de différence, la moitié de cette différence, ou 23° ½, a donné la plus grande diſtance entre l'écliptique & l'équateur. Nous n'avons pas actuellement même d'autre méthode, pour déterminer l'obliquité de l'écliptique.

71. Cette obliquité de l'écliptique étoit, il y a 2000 ans, d'environ 24° ; elle n'eſt plus aujourd'hui que de 23° 28′, & diminue d'environ une minute tous les 100 ans. (art. 758).

72. Les anciens, pour déterminer l'obliquité de l'é-

(a) Les Tropiques tirent leur nom du mot grec Τρέπω, *verto*, parce que le ſoleil arrivé aux tropiques, ſemble retourner ſur ſes pas, ou du moins vers l'équateur.

écliptique, observoient les ombres solsticiales du soleil. Soit *A B* (*fig.* 7) un Gnomon (*a*), un style quelconque élevé verticalement, comme étoit l'obélisque du champ de Mars à Rome, ou une ouverture *A* faite dans un mur *A B* pour laisser passer un rayon du soleil; soit *S A E* le rayon au solstice d'hiver, *B E* l'ombre du soleil; *O A C* le rayon du solstice d'été, & *B C* l'ombre solsticiale la plus courte; dans le triangle *A B C*, rectangle en *B*, & dont on connoît les côtés *A B*, *B C*, il est aisé de trouver, ou par le moyen d'un compas, ou par les regles de la Trigonométrie, le nombre de degrés que contient l'angle *A C B* ou *O C B*, qui exprime la hauteur du soleil au solstice d'été; on en fera autant pour le triangle *A B E*, & l'on aura l'angle *E*, égal à la hauteur du soleil au solstice d'hiver. C'est ainsi que, suivant Pythæas cité par Strabon & Ptolomée, d'après Hipparque, la hauteur *A B* du gnomon étoit à la longueur de l'ombre en été à Bizance & à Marseille 250 ans avant Jesus-Christ, comme 120 sont à $41\frac{4}{5}$, d'où Gassendi conclut l'obliquité de l'écliptique d'environ 23° 52′ pour ce temps-là.

73. Chacun des paralleles à l'équateur que le soleil paroît décrire de jour en jour par son mouvement diurne, est autant éloigné de l'équateur que le point de l'écliptique où se trouve le soleil; quand le soleil est éloigné de 10° de l'équateur, ou qu'il a 10° de déclinaison, il décrit un parallele qui s'éloigne de l'équateur de 10°, & passe au zénith de tous les pays de la terre qui ont 10° de latitude. Quand il est parvenu à son plus grand éloignement *B*, qui est de $23^{\circ}\frac{1}{2}$, il décrit un parallele *B C* (*fig.* 12) le plus éloigné de l'équateur, le plus petit qu'il puisse décrire, c'est celui-là qu'on appelle *Tropique*, du mot grec qui signifie *je retourne*. Il y a un tropique de chaque côté de l'équateur; l'un se nomme le *Tropique du Cancer*, parce que le soleil décrit celui-ci le jour du solstice d'été, en-

(*a*) Γνώμων, Regle droite, Style droit.

(*b*) Les plus fameux gnomons qui aient servi à cet usage sont ceux de Bologne, de Saint Sulpice, de Florence, de Paris & de Rome.

trant dans le ſigne du cancer ; l'autre s'appelle le *Tropique du Capricorne*, parce qu'il eſt décrit au temps du ſolſtice d'hiver où le ſoleil entre dans le capricorne. Ainſi les tropiques comprennent tout l'eſpace dans lequel peut ſe trouver le ſoleil, & cet eſpace eſt de 47°. Les tropiques touchent l'écliptique, & ſe confondent avec ce cercle dans les points ſolſticiaux.

74. Le tropique du cancer paſſe ſur la terre un peu au-delà du mont Atlas, ſur la côte occidentale de l'Afrique, puis à Syene en Ethiopie, de là ſur la Mer rouge, le Mont Sinaï, ſur la Mecque, patrie de Mahomet, ſur l'Arabie heureuſe, l'extrémité de la Perſe, les Indes, la Chine, la Mer pacifique, le Mexique & l'iſle de Cuba. Le tropique du capricorne paſſe dans le pays des Hottentots en Afrique, dans le Bréſil, le Paraguay & le Pérou.

75. Quand nous diſons que le ſoleil décrit chaque jour un parallele à l'équateur, nous ſuppoſons que ſa déclinaiſon ſoit la même pendant les 24 heures, & qu'il reſte au même point de l'écliptique, ou du moins à même diſtance de l'équateur ; cela n'eſt pas rigoureuſement exact, puiſque le ſoleil change continuellement de diſtance à l'équateur, & par conſéquent ſe trouve à chaque inſtant dans un parallele différent ; il décrit plutôt une ſpirale qu'un cercle ; mais pour ſimplifier les expreſſions & les idées, on ſuppoſe dans les premiers éléments d'Aſtronomie que le mouvement diurne du ſoleil ſe faſſe dans un cercle parallele à l'équateur ; c'eſt-à-dire, qu'on regarde comme inſenſible la petite quantité dont le ſoleil ſe rapproche d'un des poles, dans l'eſpace de 24 heures.

Mouvement du Soleil.

76. Pour compter & meſurer les mouvements du ſoleil & des autres corps céleſtes, il falloit néceſſairement choiſir dans le ciel un point d'où l'on pût partir, & auquel on pût tout rapporter. Le retour des ſaiſons, qui étoit pour les

les hommes la chose la plus remarquable & la plus intéressante de toute l'Astronomie fixa ce point de départ. Le soleil, par son cours annuel dans l'écliptique, revenoit chaque année traverser l'équateur, & redonner le printemps aux campagnes (66) ; ce renouvellement de la nature servit à marquer le commencement de l'année, & les astronomes se servirent, pour commencer leurs mesures, du point où arrivoit ce changement, c'est-à-dire, du point d'intersection de l'écliptique & de l'équateur. On appelle donc LONGITUDE la distance du soleil au point équinoxial, comptée le long de l'écliptique. Quand le soleil a parcouru 30° de l'écliptique par son mouvement annuel en partant de l'équinoxe, on dit qu'il a 30°, ou un signe de longitude, & ainsi de suite jusqu'à 12 signes. Les 30 premiers degrés sont compris sous le nom de *Bélier* qu'on représente par ce caractere ♈ ; les 30 degrés qui suivent forment le *Taureau* ♉, après quoi viennent les *Gemeaux* ♊, l'*Ecrevisse* ♋, le *Lion* ♌, la *Vierge* ♍, la *Balance* ♎, le *Scorpion* ♏, le *Sagittaire* ♐, le *Capricorne* ♑, le *Verseau* ♒, les *Poissons* ♓, comme l'indiquent les deux vers suivants :

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.]

77. Ces douze signes, dont les noms appartiennent aux douze portions de l'écliptique comptées depuis l'équinoxe, sont différents des *Constellations* ou figures étoilées qui portent les mêmes noms (230) ; on distingue le signe du Bélier de la constellation du Bélier ; l'un n'est autre chose que la premiere douzieme ou les 30 premiers degrés du cercle de l'écliptique, l'autre est un assemblage d'étoiles, qui, à la vérité, répondoit autrefois dans le ciel au même endroit que le signe du Bélier, auquel il a donné son nom, mais qui est actuellement beaucoup plus avancé, comme nous le dirons en parlant de la précession des équinoxes (319).

78. Pour déterminer la longitude du soleil, les premiers astronomes n'eurent pas besoin d'autre chose, que

des deux ſolſtices & des deux équinoxes : ces quatre obſervations partageoient l'année en quatre ſaiſons ; on examinoit par le moyen des ombres, la plus petite hauteur du ſoleil, on avoit le ſolſtice d'été ; la plus grande hauteur indiquoit le ſolſtice d'hiver ; & la hauteur intermédiaire ou moyenne entre les deux hauteurs ſolſticiales, ou la hauteur de l'équateur, indiquoit les jours des équinoxes ; ces obſervations firent connoître aux premiers obſervateurs, quelle étoit la longueur de l'année exprimée en jours, & en même temps elle leur fit connoître à quels jours de l'année civile le ſoleil ſe trouvoit au commencement de chaque ſigne.

79. Nous obſervons actuellement que le ſoleil entre dans le Bélier, le 20 de mars ; dans le Taureau, le 20 avril ; dans les Gemeaux, le 21 mai ; dans le Cancer, le 21 juin ; dans le Lion, le 22 juillet ; dans la Vierge, le 23 août ; dans la Balance, le 23 ſeptembre ; dans le Scorpion, le 23 octobre ; dans le Sagittaire, le 22 novembre ; dans le Capricorne, le 21 décembre ; dans le Verſeau, le 19 janvier ; dans les poiſſons, le 18 février : cela ſuffit pour montrer comment on marque ſur les globes la correſpondance des jours avec les ſignes du zodiaque, & pour trouver le jour de l'année où le ſoleil répond à chaque degré des douze ſignes.

80. Les quatre obſervations des équinoxes & des ſolſtices ſuffiſoient pour faire connoître aux anciens obſervateurs, quelle étoit la longueur de l'année exprimée en jours, c'eſt-à-dire, combien de fois le ſoleil ſe levoit & ſe couchoit entre deux équinoxes du printemps, ou entre deux ſolſtices ; ils pouvoient auſſi reconnoître le mouvement annuel ou le mouvement propre du ſoleil (60), en remarquant les étoiles dont il ſe rapprochoit ſucceſſivement dans le cours d'une année ; il ne fut pas difficile de voir qu'il falloit 365 jours pour ramener le ſoleil vers les mêmes étoiles, c'eſt-à-dire, qu'il ſe couchoit & ſe levoit 365 fois avant que de ſe retrouver au même point du ciel. Il fallut bien des années, peut-être

bien des siecles, pour remarquer qu'il y avoit environ six heures de plus, c'est-à-dire, que tous les quatre ans, à pareil jour, on voyoit le soleil un peu moins avancé vers l'étoile, à laquelle on avoit imaginé de le comparer, & cela d'un degré, ou de la valeur d'un jour : ce retard devint ensuite plus sensible ; & au bout de soixante ans, on dut voir le soleil arriver à l'étoile 15 jours plus tard qu'il n'auroit dû faire, si chaque retour eût été exactement de 365 jours.

81. Le retour des saisons fut un moyen encore plus naturel & plus sensible de déterminer la durée des révolutions du soleil : les anciens astronomes observoient le retour du soleil à l'équinoxe, c'est-à-dire, son passage dans l'équateur (78) ; ils voyoient qu'en 60 années, de 365 jours chacune, le soleil ne revenoit point précisément à l'équateur, & qu'il lui falloit environ 15 jours de plus : il s'ensuivoit naturellement que la durée de sa période étoit, non pas de 365^j exactement, mais de 365 j & six heures.

82. On a observé depuis ce temps-là plus souvent & plus exactement les équinoxes ; ainsi l'on a déterminé la longueur de l'année avec plus de précision ; on l'a trouvée de $365^j\ 5^h\ 48'\ 45''$ (art. 315). L'incertitude ne va pas à 3 ou 4 secondes de temps. Mais il faut bien remarquer que c'est ici la durée de l'année *tropique*, ou du retour des saisons ; car l'année *sidérale*, c'est-à-dire, celle qui ramene le soleil à une même étoile, est plus longue, étant de $365^j\ 6^h\ 9'\ 10''$. On en verra la raison lorsqu'il sera question de la précession des équinoxes (321).

Des Planetes en général.

83. Le premier de tous les mouvements célestes que les hommes apperçurent, fut le mouvement diurne (2), commun à tout le ciel ; les mouvements propres du soleil & de la lune furent ensuite les plus faciles à remarquer ; enfin, des observations plus répétées, plus assidues, firent voir que parmi les astres qui brillent dans une belle nuit,

il y en avoit ſix dont le mouvement propre ſe faiſoit auſſi remarquer, & on les appela PLANETES (*a*). Leurs noms ſont *Mercure* ☿, *Vénus* ♀, *Mars* ♂, *Jupiter* ♃, & *Saturne* ♄. Ces planetes ſont quelquefois plus brillantes que les étoiles, mais d'une lumiere tranquille, & ſans aucune ſcintillation (excepté peut-être Vénus) tandis que les étoiles fixes répandent une lumiere éclatante & vive, dont la ſcintillation, c'eſt-à-dire, le frémiſſement, annonce que les étoiles ſont des corps lumineux par eux-mêmes, des eſpeces de ſoleils, que l'éloignement ſeul nous fait paroître très-petits.

84. Les planetes ſeront faciles à diſtinguer dans le ciel, lorſqu'on aura reconnu les douze conſtellations du zodiaque, dont nous parlerons ci-après (230); car il n'y a dans ces douze conſtellations, que quatre étoiles de la premiere grandeur, *Aldebaran*, *Regulus*, *l'Epi* & *Antarès*, qui reſſemblent aux planetes par leur éclat. Lorſqu'on connoît la ſituation de ces quatre étoiles, on diſtingue bientôt une planete d'une étoile fixe, dès qu'on voit la premiere aux environs de l'écliptique; mais pour diſtinguer laquelle des ſix planetes on apperçoit, il faut ſavoir calculer ſa ſituation actuelle (442).

85. Les planetes parcourent le zodiaque auſſi-bien que le ſoleil, par un mouvement propre à chacune, & décrivent des orbites fort approchantes de l'écliptique; car Vénus, qui s'en écarte le plus, n'a jamais au-delà de $8^\circ \frac{1}{3}$ de latitude ou de diſtance à l'écliptique. Les révolutions périodiques des planetes, ou les temps qu'elles emploient à revenir au même point du ciel, ſont faciles à déterminer, en obſervant leurs retours à une étoile; en voici les durées, d'après les obſervations les plus récentes, car les anciens s'étoient trompés de beaucoup dans les durées de ces révolutions. Mercure, 87 23^h; la lune $27^j\ 7^h\ 43'$; Vénus, $224^j\ 17^h$; le ſoleil, $365^j\ 6^h$; Mars, un an $321^j\ 23^h$; Jupiter, onze années communes 317^j; & Saturne, 29 ans 177^j. Nous verrons bientôt la maniere de les

(*a*) Πλανήτης, *erraticus*, parce que ce ſont des aſtres errants dans le ciel.

trouver exactement par rapport aux équinoxes (454).

Des Ascensions droites, Déclinaisons, Longitudes & Latitudes des Astres.

86. Quand les premiers astronomes eurent reconnu les planetes & les durées de leurs révolutions, ils voulurent partager ces révolutions en différentes parties, & assigner à chaque planete une place pour chaque jour en partant du point fixe que l'on avoit choisi, c'est-à dire, de la section du Bélier ou du point équinoxial (76): mais le cercle que décrit le soleil par son mouvement annuel, ne servit d'abord qu'à mesurer la marche du soleil; on trouva qu'il étoit facile de rapporter à l'équateur les mouvements des autres planetes, & on employa véritablement l'équateur à cet usage, de la maniere suivante.

87. Supposons qu'on ait reconnu dans le ciel une étoile qui soit voisine de l'équinoxe ou du point où se coupent les deux cercles de l'écliptique & de l'équateur, & qu'on veuille par son moyen déterminer les positions des autres étoiles, la méthode la plus simple sera de suivre l'équateur tout autour du ciel, à mesure que les astres se succedent par le mouvement diurne: on appelle les intervalles de l'un à l'autre, *différences d'ascension droite*. La raison de cette dénomination, est que quand on suppose la sphere droite, c'est-à-dire, l'équateur à angles droits sur l'horizon, comme cela auroit lieu si nous étions situés sous l'équateur ou sous la ligne équinoxiale, les astres se levent tout droit, & non point obliquement; alors les étoiles qui sont plus avancées vers l'orient de 15° que la premiere étoile d'où l'on est parti, se levent une heure plus tard: on dit alors que leur différence d'ascension droite est de 15° ou d'une heure.

88. Dans une sphere oblique où l'équateur est incliné à l'horizon, comme dans toute l'Europe, ce n'est pas le lever des étoiles qu'il faut choisir, mais leur passage au méridien; ce cercle étant toujours perpendiculaire à l'équa-

teur, toutes les étoiles qui répondent perpendiculairement au même point de l'équateur, paſſent au méridien enſemble; & nous diſons que leur aſcenſion droite eſt la même, parce qu'elles ſe leveroient toutes en même temps ſi nous étions ſous l'équateur.

89. Soit *EQ* (*fig* 17) une portion de l'équateur; *ZM* le méridien; les étoiles *A*, *B*, qui paſſent par le méridien avec le point *M* de l'équateur ont leur aſcenſion droite marquée par ce point *M*; & ſi ce point de l'équateur paſſe au méridien une heure plus tard que le point équinoxial, nous dirons que toutes ces étoiles ont une heure ou 15° d'aſcenſion droite; celles qui paſſeront deux heures plus tard que la premiere étoile du Bélier, auront par rapport à elle 30° de différence d'aſcenſion droite : ainſi L'ASCENSION DROITE d'un aſtre eſt ſa diſtance à l'équinoxe comptée ſur l'équateur.

90. Si l'on connoît l'aſcenſion doite d'une étoile ou ſa diſtance à l'équinoxe comptée le long de l'équateur, on trouvera aiſément celles de toutes les autres étoiles, en obſervant combien elles paſſent au méridien plus tard que la premiere; les intervalles de temps convertis en degrés à raiſon de 15° par heure, donneront leurs différences d'aſcenſion droite, qui étant ajoutées à celle de la premiere étoile que l'on connoît, donneront les aſcenſions droites de toutes les autres. Il eſt vrai que nous ſuppoſons ici qu'on reconnoiſſe dans le ciel le point équinoxial, ou qu'on connoiſſe bien d'avance l'aſcenſion droite de la premiere étoile; on verra ci-après la maniere de la trouver exactement (316).

91. Lorſqu'on voit pluſieurs étoiles paſſer enſemble par le méridien, quoiqu'elles aient toutes la même aſcenſion droite, elles ſont plus élevées les unes que les autres; l'une paroît en *A*, l'autre en *B*, & leur diſtance à l'équateur *EMQ*, s'appelle DÉCLINAISON : ainſi *BM* eſt la déclinaiſon de l'étoile *B*; *AM* eſt la déclinaiſon de l étoile *A*. Si l'on obſerve l'étoile *A* paſſant dans le méridien à 51° de hauteur (23) & que l'on connoiſſe la hauteur de l'é-

quateur de 41° (33), on en conclura naturellement que l'étoile est plus haute de 10° que l'équateur, ou qu'elle a 10° de déclinaison. Quand l'étoile est au dessus de l'équateur, ou du côté du nord, on dit que sa déclinaison est BORÉALE ou septentrionale; mais quand elle est au dessous, plus basse que l'équateur, ou du côté du midi, on dit que sa déclinaison est AUSTRALE ou méridionale.

92. Par la même raison, l'on appelle CERCLES DE DÉCLINAISON, tous les cercles qui passant par les deux poles du monde, sont perpendiculaires à l'équateur. Ces cercles, sont des *méridiens* quand on les considere sur la surface de la terre; ce sont des CERCLES HORAIRES quand on n'examine que leur distance au méridien, parce qu'ils indiquent l'heure qu'il est : ces noms de cercles de déclinaison, de méridiens, ou de cercles horaires, se prennent souvent l'un pour l'autre; mais le sens propre de ces trois dénominations est relatif à trois usages différents; la premiere se rapporte à l'équateur; la seconde aux longitudes géographiques & terrestres; la troisieme à la distance des astres par rapport au méridien d'un observateur, comme nous l'expliquerons en parlant du temps vrai (101).

93. Le mouvement diurne de tous les astres nous a fourni une méthode simple & naturelle de les rapporter à l'équateur, de marquer leurs situations le long de ce cercle céleste, c'est-à-dire, leurs ascensions droites, & leurs distances à ce cercle ou leurs déclinaisons. Si l'on veut préférer l'écliptique (64) en rapportant chaque étoile au point de l'écliptique où elle répond perpendiculairement, comme cela se pratique depuis long temps parmi les astronomes, on appellera LONGITUDES ces distances ainsi mesurées le long de l'écliptique, en partant toujours du même point équinoxial, comme nous l'avons fait pour le soleil (76).

94. Soit ♈ *Q* (*fig.* 18) l'équateur, ♈ *C* l'écliptique inclinée à l'équateur de 23° ½, *S* une étoile qui répond perpendiculairement au point *M* de l'équateur; si l'on tire

également un arc de cercle *SEB* perpendiculaire ſur l'écliptique, le point *B* marquera le point de l'écliptique auquel ſe rapporte l'étoile *S*, & l'arc de l'écliptique ♈ *B* ſera la longitude de l'étoile; ainſi *la longitude d'un aſtre eſt l'arc ou la diſtance entre l'équinoxe & le point de l'écliptique, auquel cet aſtre répond perpendiculairement.*

95. Entre pluſieurs aſtres qui répondent au même point de l'écliptique, les uns en ſont plus voiſins que les autres; ils ont différentes LATITUDES, c'eſt-à-dire, différentes diſtances à l'écliptique. Si l'étoile placée en *S*, eſt éloignée de l'écliptique ♈ *BC* d'une quantité *SB* meſurée perpendiculairement, on dit que la latitude eſt *SB*; ſi elle étoit placée en *E*, elle auroit la même longitude, mais ſa latitude *EB* ſeroit moindre.

96. Les cercles tracés ſur la ſurface du globe perpendiculairement à l'écliptique, tels que *SB* s'appelent CERCLES DE LATITUDES, parce qu'ils ſervent en effet à compter les latitudes, en même temps qu'ils ſervent à marquer les longitudes ſur l'écliptique.

97. Les obſervations que font les aſtronomes ſur la poſition des aſtres, procedent toujours par aſcenſion droite & déclinaiſon: ils n'emploient preſque jamais d'autre méthode pour déterminer les ſituations & les mouvements des planetes, parce que l'équateur & le méridien ſont les cercles les plus familiers, les plus conſtants, les plus aiſés à déterminer & à reconnoître; ce qui rend les meſures plus naturelles, plus faciles, & plus exactes (89).

98. Cependant les aſtronomes comptent enſuite les mouvements des planetes par longitudes & latitudes, c'eſt-à-dire, qu'ils les rapportent à l'écliptique dans toutes leurs tables aſtronomiques; la raiſon en eſt également naturelle; c'eſt dans l'écliptique où le ſoleil paroît ſe mouvoir, il eſt accompagné de toutes les planetes dont les orbites ſont très proches de l'écliptique: les calculs ſont donc plus ſimples en rapportant les planetes à ce cercle dont elles ſont toujours peu écartées; leurs inégalités paroiſſent moindres; on trouve plus d'uniformité, plus de facilité,

plus de briéveté dans les tables astronomiques : c'étoit bien assez pour faire préférer les longitudes & les latitudes lorsqu'il s'agissoit de calculs, comme l'on préfere les ascensions droites & les déclinaisons lorsqu'il est question d'observer.

99. Ainsi dans la pratique ordinaire, on observe l'ascension droite & la déclinaison d'un astre ; mais avant que de l'insérer dans les tables générales des mouvements célestes, on en conclut la longitude & la latitude par la Trigonométrie sphérique (318).

De la Sphere Armillaire.

100. Jusqu'ici nous n'avons entendu sous le nom de sphere céleste, que la concavité apparente du ciel, figurée en forme de globe : car une boule quelconque peut être appelée sphere, & servir à représenter les cercles & les mouvemens dont nous avons parlé. Cependant l'usage s'est introduit d'appeler *sphere*, ou plutôt SPHERE ARMILLAIRE, un instrument composé de plusieurs cercles évidés & placés les uns sur les autres, à peu près comme on conçoit les cercles de la sphere céleste ; cette sphere armillaire est représentée en grand dans la Planche seconde, figure 11. Son nom vient de celui d'*Armille*, qui signifie un anneau ou un collier, parce qu'en effet les cercles de la sphere en ont, pour ainsi dire, la forme.

101. L'horizon est le cercle *AGB*, (*fig.* 11) posé sur 4 soutiens qui sont attachés au pied de la sphere.

Le méridien est le cercle *AZB*, élevé verticalement sur l'horizon, qui est retenu par en bas dans une entaille faite au pied de l'instrument, & par les côtés dans deux entailles faites sur l'horizon au nord & au midi : ces deux cercles sont fixes.

102. Les cercles mobiles forment un assemblage ou une espece de charpente qui tourne sur un axe *P R* ; on en distingue quatre grands, l'équateur (15), l'écliptique (64), & les deux colures ; on appelle colure des solstices

un grand cercle paſſant par les poles du monde ou de l'équateur, & par les points ſolſticiaux ; c'eſt un méridien auquel on a donné un nom particulier ; il eſt auſſi le plus remarquable de tous, parce qu'il ſert à meſurer l'obliquité de l'écliptique, & qu'il eſt à la fois cercle de déclinaiſon & cercle de latitude. Tous les aſtres placés ſur ce colure ont 90° ou 170° d'aſcenſion droite & de longitude. Le colure des équinoxes eſt perpendiculaire au premier, il paſſe auſſi par les poles du monde & par les points équinoxiaux ; il ſert à compter les aſcenſions droites par les angles qu'il fait avec tous les autres méridiens ou cercles de déclinaiſon. Tous les aſtres placés ſur ce colure ont zéro ou 1300 d'aſcenſion droite, mais leurs longitudes varient. L'on voit ſur le même aſſemblage quatre petits cercles, ſavoir les deux tropiques *HM*, *DI* (73), & les deux cercles *polaires XV*, *SO*, qui ſont éloignés des poles du monde de 23° ½, autant que les tropiques le ſont de l'équateur; ils ſont inutiles dans l'aſtronomie, mais ils ſervent aux Géographes à indiquer les pays de la terre qui ſont ſitués dans les zones glaciales (140).

103. Le ZODIAQUE (*a*) eſt une bande céleſte *HI*, qu'on place ordinairement dans la ſphere armillaire ; elle a environ 17° ⅓ de largeur, c'eſt à-dire, 8° ⅔ de chaque côté de l'écliptique ; on n'en fait point mention dans l'aſtronomie, elle ſert ſeulement à indiquer l'eſpace dans lequel ſont renfermées les planetes, qui s'éloignent de l'écliptique tout au plus de 8 ou 9°.

104. On place auſſi ſur la ſphere une *Roſette KL* ou petit cercle diviſé en 24 heures, qui ſert à réſoudre différents problêmes d'une maniere commode & ſans aucun calcul, comme nous l'expliquerons en parlant du globe céleſte (171 *& ſuiv.*). La roſette eſt fixée ſur le méridien, elle a ſon centre au pole de la ſphere ; l'extrémité *P* de l'axe eſt par conſéquent au centre de la roſette : elle porte une aiguille qui tourne à meſure qu'on fait tourner la

(*a*) Ζώδιον, animal, parce que les figures ou portions du Zodiaque portent les noms de pluſieurs animaux.

ſphere, mais ſans que le cadran ou la roſette change de place ; enfin on voit le ſoleil & la lune portés ſur deux bras qui tournent l'un autour du pole de l'écliptique, & l'autre autour d'un point qui en differe de 5° (565).

105. L'invention de la ſphere armillaire, eſt certainement auſſi ancienne que celle de l'aſtronomie même. On l'attribue à Atlas, que l'on croit avoir vécu 1600 ans avant Jeſus-Chriſt, à Hercule & à Muſæus, 12 à 1300 ans avant Jeſus-Chriſt ; mais il eſt plus naturel de croire qu'elle vint de Babylone ou de l'Egypte. La ſphere d'Archimede, qui fut dans la ſuite ſi fameuſe, ne ſe bornoit pas à repréſenter les cercles de la ſphere ; c'étoit un *planétaire* ou une machine propre à repréſenter auſſi les mouvements des planetes dans un globe de verre, & que Claudien a célébré (*Epig.* 3).

C'eſt encore de la ſphere artificielle d'Archimede que parlent Ovide & Statius :

> Arte Syracuſia ſuſpenſus in aëre clauſo *Faſt. IV.*
> Stat globus immenſi parva figura poli. *Stat.*

De la Sphere droite, oblique & parallele.

106. On diſtingue trois poſitions différentes de la ſphere armillaire, pour repréſenter trois ſortes de ſituations dans les différents pays de la terre, la ſphere *droite*, la ſphere *oblique*, la ſphere *parallele*, ſuivant que l'équateur coupe l'horizon à angles droits, qu'il le coupe obliquement, ou qu'il lui eſt parallele : les apparences du mouvement diurne ſont fort différentes dans ces trois poſitions, qui ſont repréſentées dans les figures 9, 10 & 13, & nous allons en donner une idée. Il eſt néceſſaire d'avertir auparavant, qu'en parlant du ſoleil nous parlerons de ſon centre ſeulement, ſans faire attention à ſon diamètre ou à ſa largeur. Il y a auſſi deux cauſes qui contribuent à rendre le jour plus long qu'il ne devroit l'être par la poſition de la ſphere ; l'une eſt la *réfraction* des rayons, l'autre eſt la lumiere crépuſculaire.

107. La RÉFRACTION fait que les rayons du ſoleil ſe plient & ſe détournent en traverſant l'athmoſphere (738), de maniere à arriver vers nous plutôt qu'ils n'y ſeroient venus par la ligne droite ; cette réfraction eſt telle que quand le bord ſupérieur du ſoleil eſt véritablement à l'horizon, en ſorte qu'il ne faſſe que paroître, le diſque entier étant encore ſous l'horizon, la réfraction l'éleve aſſez pour qu'il paroiſſe tout entier au deſſus, c'eſt-à-dire, qu'alors ſon bord inférieur paroît toucher l'horizon, & l'effet de la réfraction égale à peu près la grandeur même du diamètre ſolaire. Il faut 4 à 5 minutes dans nos climats pour que le ſoleil s'éleve de la quantité d'un demi-degré, en ſorte que la durée du jour artificiel y eſt augmentée de plus d'un demi quart d'heure par cet effet de la réfraction ; il devient beaucoup plus conſidérable en avançant vers les zones glaciales ; & ſous le pole même on a, par le ſeul effet de la réfraction, environ 67 heures de jour, plus qu'on n'auroit ſans elle.

108. La ſeconde cauſe qui donne de la lumiere dans les pays où la poſition de la ſphere ne ſemble indiquer que les ténebres, c'eſt la lumiere crépuſculaire (752). Cette lumiere douce & tranquille de l'aurore, qu'on voit s'augmenter peu à peu le matin avant le lever du ſoleil, & diminuer le ſoir, dès que le ſoleil eſt couché, eſt produite par la diſperſion des rayons dans la maſſe de l'air, qui les réfléchit de toutes parts. Le crépuſcule dure toute la nuit au mois de juin à Paris & dans les pays qui ont plus de 48° ½ de latitude ; ceux qui habiteroient ſous le pole, auroient un crépuſcule de ſept ſemaines, en ſorte que la durée des ténebres pour ce point-là eſt diminuée de 14 ſemaines, par l'effet des crépuſcules, qui ont lieu ſans que le ſoleil y paroiſſe ſur l'horizon. Nous ferons abſtraction de ces deux cauſes dans les articles ſuivants ; & ce que nous avons à dire des circonſtances du jour dans les trois poſitions de la ſphere, doit s'entendre de celui que donne le ſoleil quand ſon centre eſt véritablement à l'horizon.

109. La SPHERE DROITE, c'eſt-à-dire, celle où l'équateur *E V* (*fig.* 10) eſt perpendiculaire à l'horizon *H O* & le coupe à angles droits, a lieu pour ceux qui habitent ſous l'équateur ou ligne équinoxiale, comme à Quito dans l'Amérique méridionale : là les deux poles ſont toujours dans l'horizon ; tous les paralleles à l'équateur, comme *P A*, ſont coupés par l'horizon en deux parties égales, que le ſoleil parcourt chacune en douze heures ; ainſi les jours ſont égaux entr'eux, & égaux aux nuits, pendant toute l'année.

110. Le ſoleil paſſe deux fois l'année par le zénith, ſavoir le 20 mars & le 23 ſeptembre, jours auxquels le ſoleil décrit l'équateur, parce que l'équateur paſſe toujours par le zénith de ces pays-là. On peut en conclure qu'ils ont comme deux étés & deux printemps ; car il ne faut par parler d'hiver dans des pays où le ſoleil lance des rayons preſque toujours perpendiculaires.

On doit cependant obſerver que la chaleur qui y eſt extrême ſur les rivages & dans les fonds, ſe change en une agréable température lorſqu'on s'éleve de 12 à 15 cents toiſes au deſſus du niveau de la mer, & que ſur des montagnes de 2500 toiſes ou au delà on éprouve, quoique dans la zone torride, un froid inſupportable & une neige éternelle.

111. Dans la ſphere droite, on a le ſoleil du côté du nord, & l'ombre du côté du midi, pendant la moitié de l'année, depuis le 20 mars juſqu'au 23 ſeptembre : on a le ſoleil du côté du midi, & l'ombre du côté du nord, pendant les ſix autres mois de l'année ; & dans les deux jours d'équinoxes, l'ombre diſparoît totalement à l'heure de midi, le ſoleil étant au zénith.

112. Toutes les étoiles y montent ſur l'horizon dans l'eſpace de 24 heures, puiſqu'en faiſant leur révolution elles ſont 12 heures ſur l'horizon, & 12 heures au deſſous ; au lieu que dans les autres poſitions de la ſphere il y a toujours une partie des étoiles qui ne ſe leve jamais.

113. Enfin, on y voit le ſoleil & tous les aſtres s'é-

lever perpendiculairement au dessus de l'horizon, comme Lucain le raconte, en parlant du voyage de Caton en Lybie, *Non obliqua meant*, &c. *Pharf. IX.* 533.

Il faut cependant observer que l'application de Lucain n'est pas bien exacte; car le voyage de Caton n'étoit que vers le temple de Jupiter Ammon, situé près du tropique du cancer, & non point sous l'équateur.

114. LA SPHERE OBLIQUE a lieu pour tous les pays de la terre qui ne sont situés ni sous l'équateur, ni sous les poles; soit qu'on les prenne dans l'hémisphere boréal, du côté du pole arctique (*a*), c'est-à-dire, dans les latitudes boréales, comme la nôtre, ou dans l'hémisphere austral qui a le pole antarctique élevé sur l'horizon, (*fig.* 8 *&* 9).

Dans la sphere oblique, on a l'équateur situé obliquement par rapport à l'horizon; les paralleles à l'équateur sont coupés inégalement par l'horizon: le jour n'est égal à la nuit que le 20 mars & le 23 de septembre, jours des équinoxes, le soleil décrivant alors l'équateur qui est toujours coupé en deux parties égales par l'horizon.

115. Dans les pays septentrionaux, tels que l'Europe, on a les plus longs jours tant que le soleil est dans les six premiers signes, le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, l'Ecrevisse, le Lion & la Vierge (76), parce qu'alors sa déclinaison est septentrionale, & qu'il décrit les paralleles, comme *A B* (*fig.* 8), qui ont leur plus grande portion *A D* au dessus de l'horizon. Dans les pays méridionaux, comme dans une partie de l'Afrique & de l'Amérique méridionale, les plus longs jours arrivent quand le soleil est dans les six derniers signes, qui sont les signes méridionaux, parce qu'alors le soleil décrit les paralleles dont les plus grandes portions sont au dessus de l'horizon. Car l'axe du monde *P R* passe par les centres *K*, *C*, *N* de tous les paralleles: or la partie méridionale *C R* de l'axe est élevée au dessus de l'horizon dans les pays méridionaux (*fig.* 9); donc les paralleles y ont leur centre au dessus de l'ho-

(*a*) Ce nom lui vient du voisinage de l'Ourse, appelée Ἄρκτος par les Grecs.

rizon ; donc les *arcs diurnes* de ces paralleles ſont plus grands que les arcs nocturnes ; donc les jours y ſont plus longs que les nuits, quand le ſoleil eſt dans les ſignes méridionaux.

116. Les arcs ſupérieurs ou les arcs diurnes des paralleles, ſont d'autant plus grands, par rapport à leurs arcs nocturnes, qu'ils approchent davantage du pole élevé; ainſi le parallele dont le diamètre eſt *I G* (*fig.* 3.), a ſa partie diurne *G Y* beaucoup plus grande par rapport à ſa partie nocturne *I Y*, que le parallele *K L*, dont *K N* & *N L* ſont les deux portions ; parce que l'axe du monde *R C P* s'éloignant de plus en plus de l'horizon *O H*, le centre *X* du parallele *G I* eſt plus élevé que le centre *V* du parallele *K L* ; ainſi le premier ſe dégage plus de l'horizon ; ſa portion *Y I* coupée par l'horizon devient plus petite, & lorſque le ſoleil y eſt parvenu, il eſt moins de temps ſous l'horizon.

117. L'arc diurne du tropique du cancer eſt donc le plus grand de tous les arcs diurnes du ſoleil, pour les pays ſeptentrionaux ; puiſque le tropique du cancer eſt de tous les paralleles celui qui eſt le plus avancé vers le nord ; c'eſt pourquoi le jour le plus long de l'année eſt celui où le ſoleil décrit le tropique du cancer, c'eſt-à-dire, le jour du ſolſtice d'été : par la même raiſon, la nuit la plus longue eſt celle du ſolſtice d'hiver, le 21 décembre dans nos régions boréales.

118. Dans la ſphere oblique on a, comme dans la ſphere droite, le jour égal à la nuit dans le temps des équinoxes, parce qu'alors le ſoleil décrit l'équateur, & que l'équateur eſt toujours coupé en deux parties égales par un horizon quelconque, ſuivant la propriété des grands cercles de la ſphere qui paſſent tous par le centre, & y ſont coupés de tout ſens en deux parties égales (29).

119. Dans la ſphere oblique des pays ſeptentrionaux en deçà du tropique du cancer, le ſoleil monte depuis le 21 décembre, jours du ſolſtice d'hiver, juſqu'au 21 juin, jour du ſolſtice d'été, parce qu'il ſe rapproche du nord tous les jours d'une petite quantité : les jours croiſſent

& les nuits diminuent, parce que les arcs diurnes des paralleles deviennent plus considérables : on appelle *signes ascendants* ceux que le soleil parcourt alors, c'est-à-dire, le *Capricorne*, le *Verseau*, les *Poissons*, le *Bélier*, le *Taureau* & les *Gémeaux* : ce nom de signes ascendants est fort usité dans l'astronomie, parce qu'il y a beaucoup de circonstances où l'on est obligé de distinguer les signes ascendants des signes descendants.

120. Les jours également éloignés du même solstice sont égaux ; ainsi le 20 de mai & le 23 de juillet le soleil se couche également à 7^h 43, à Paris, parce que la déclinaison du soleil (91) étant d'environ 20° dans l'un comme dans l'autre, c'est-à-dire, le soleil étant éloigné de 20° de l'équateur, il décrit le même parallele, soit le 20 mai en s'éloignant de l'équateur pour monter vers le tropique, soit le 23 juillet en se rapprochant de l'équateur après le solstice d'été.

121. Quand le soleil, au lieu d'avoir 20° de déclinaison boréale, comme dans le cas dont nous venons de parler, a 20° de déclinaison australe, ce qui arrive le 21 de novembre & le 20 de janvier, ou à peu près, la longueur du jour est de la quantité qu'étoit la longueur de la nuit dans le premier cas, & la durée de la nuit est égale à la durée qu'avoit le jour quand le soleil décrivoit le parallele semblable au nord de l'équateur ; parce qu'à 20° de part & d'autre de l'équateur, les paralleles sont égaux & également coupés par l'horizon, mais dans un ordre renversé : si le parallele *MDL* (*fig.* 3) est aussi éloigné de l'équateur *ECQ* vers le midi, que le parallele *KVNL* en est éloigné vers le nord, c'est-à-dire, si *CW* est égale à *CV*, alors la quantité *DM* sera égale à la quantité *LN*, parce que les triangles *CDW* & *CVN* seront égaux ; mais *WL* est égale à *VL*, puisque les paralleles sont à égales distances de l'équateur ; donc les parties restantes *DM* & *NL* seront égales, c'est-à-dire, que l'arc diurne de l'un des paralleles sera égal à l'arc nocturne de l'autre, & que la nuit du 20 mai sera égale au jour du 20 janvier. Il en est

eſt de même de tous les autres jours du printemps & de l'automne, qu'on peut comparer à des jours correſpondants de l'été & de l'hiver ; & l'on trouvera la même égalité, quand il y aura égale diſtance du ſoleil à l'équateur ; la ſeule différence qu'on y trouve, eſt celle qui provient des réfractions, & elle peut aller à quelques minutes, comme nous en avons averti (107).

122. Deux pays ſitués à des latitudes égales, l'un au nord de l'équateur, l'autre au midi, ont des ſaiſons toujours oppoſées ; le printemps de l'un eſt l'automne pour l'autre : l'été du premier fait l'hiver du ſecond, parce que les arcs diurnes du côté du nord ſont égaux aux arcs nocturnes du côté du midi, ſi l'on prend les mêmes jours : en effet, comparons la figure 8 avec la figure 9 ; dans l'une, le pole ſeptentrional *P* eſt élevé au deſſus de l'horizon ; dans l'autre, c'eſt le pole méridional *R* : le parallele *GL*, dans les deux figures, eſt au midi de l'équateur ; mais dans la figure 8, le midi eſt en bas, & dans la figure 9 il eſt en haut ; dans la figure 8, l'arc diurne *GM* eſt plus petit que l'arc nocturne *ML* ; au lieu que dans la figure 9 l'arc diurne *GM* eſt le plus grand ; l'arc nocturne *ML* de la figure 8 eſt égal à l'arc diurne *GM* de la figure 9, c'eſt-à-dire, que les pays qui ſont, par exemple à 30° de latitude boréale, ont la durée du jour égale à la durée de la nuit de ceux qui ſont à 30° au midi, & que l'hiver a lieu pour les uns en même temps que l'été pour les autres.

123. Les pays ſitués ſous le même parallele du même côté de l'équateur, ont la même durée du jour, la même ſaiſon, à quelque diſtance qu'ils ſoient les uns des autres, parce qu'ayant la même hauteur du pole, & l'axe du monde étant placé de la même façon ſur l'horizon de chacun, tous les paralleles y ſont coupés de la même maniere ; ainſi l'Eſpagne & le Japon, Naples & Pékin, qui ſont à la même latitude du côté du nord, ſont à la même température, ont les mêmes ſaiſons & la même durée du jour, dans le même temps de l'année, quoiqu'à 2000 lieues l'un de l'autre,

La ſeule différence qu'il peut y avoir vient des forêts, des montagnes & des rivieres qui favoriſent ou contrarient l'effet de la chaleur du ſoleil (130).

124. La SPHERE PARALLELE eſt celle qui a lieu quand l'horizon eſt parallele à l'équateur, c'eſt-à-dire, que l'équateur même ſert d'horizon : il n'y a ſur la terre que deux points où elle ait lieu, c'eſt-à-dire, les deux poles ; & comme ces deux points ſont inhabités & inhabitables, nous dirons peu de choſe ſur cette partie.

Dans la ſphere parallele (*fig.* 13), on a le pole céleſte *P* à ſon zénith ; l'année y eſt compoſée d'un jour & d'une nuit, tous deux à peu près de ſix mois : tant que le ſoleil eſt, par exemple, dans les ſix ſignes ſeptentrionaux, le pole boréal eſt éclairé ſans interruption ; tous les paralleles que le ſoleil décrit depuis l'équateur juſqu'au tropique du cancer *TR*, ſont au deſſus de l'horizon, & lui ſont paralleles : ainſi chaque jour le ſoleil fait le tour du ciel, ſans changer de hauteur, ſans s'approcher ni s'éloigner de l'horizon, du moins ſenſiblement. Dès que le ſoleil, après l'équinoxe d'automne, paſſe dans les ſignes méridionaux, il ne reparoît plus ſur l'horizon ; les paralleles qu'il décrit ſont en entier dans l'hémiſphere inférieur & inviſible, & l'on eſt pour ſix mois dans l'obſcurité.

Il en faut ſeulement excepter le crépuſcule qui commence environ 52 jours avant que le ſoleil arrive à l'équateur, & paroiſſe ſur l'horizon, & qui ne ceſſe que cinquante trois jours après la diſparition totale du diſque ſolaire (*a*).

125. Chaque jour un habitant du pole verroit les ombres tourner autour de lui ſans changer de longueur, avec une marche uniformément circulaire. Il ſuffiroit, pour y faire un cadran horizontal, de diviſer un cercle en 24 parties égales ; mais le midi eſt une choſe indéterminée ſous la

(*a*) Il y auroit auſſi une petite différence entre les habitants du pole boréal & ceux du pole auſtral, en ce que les premiers verroient le ſoleil 8 jours de plus que les autres ; parce que le ſoleil, à raiſon de l'alongement de ſon orbite, eſt 8 jours de plus dans les ſignes ſeptentrionaux que dans les ſignes méridionaux, à cauſe de l'excentricité de l'orbite terreſtre (309).



sphere parallele ; il n'y a aucun point du ciel d'où l'on soit obligé de compter les heures par préférence ; le méridien (19) y est une chose de convention. On pourroit dire pendant six mois de l'année qu'il est midi, & pendant les six autres mois qu'il est minuit.

Sous le pole on ne peut pas dire à quel point l'aiguille aimantée se dirigeroit ; ni quel nom on donneroit aux vents ; à moins qu'on ne dise que tous les vents seroient des vents du midi pour l'observateur placé au pole nord, & que tous seroient des vents du nord pour un observateur situé au pole austral de la terre (*a*).

126. Dans la sphere parallele, les étoiles ne se couchent jamais, elles sont toujours à la même hauteur au dessus de l'horizon ; la moitié du ciel est toujours visible ; & les étoiles situées dans l'autre hémisphere ne paroissent jamais, les premieres tournent sans cesse au dessus, les secondes au dessous de l'horizon.

Des Saisons & des Climats.

117. *Plus la sphere est oblique, plus la chaleur diminue ; & plus les saisons deviennent inégales.* Les rayons du soleil qui produisent la chaleur & animent toute la nature, n'ont jamais plus de force que lorsqu'ils arrivent perpendiculairement à nous ; ils ont moins d'air à traverser, & ils se répandent avec plus de force dans les interstices de la terre & de tous les corps qui nous environnent, pour y fomenter la chaleur. Plus on est avancé vers un des poles, & plus les rayons du soleil viennent obliquement : lorsqu'on est à 45° de latitude, & que le soleil est dans l'équateur, il ne s'éleve que de 45°, à midi même ; en général, la hauteur du soleil, le jour de l'équinoxe, est toujours le complément de la latitude, & fait avec elle 90° (35) : ainsi, plus vous augmentez la latitude d'un

(*a*) Voyez au sujet des vents, de leurs noms, de leurs phénomenes & de leurs causes, la Géographie de *Varenius* ; les Eléments de Physique de *Musschenbroeck*, traduits en 1769, par M. Sigaud de la Fond.

pays & l'obliquité de la sphere, plus vous diminuez la hauteur du soleil dans l'équinoxe ; plus vous éloignez ses rayons de la perpendiculaire ou de la ligne de votre zénith, plus vous diminuez la chaleur. Il est vrai que le soleil en été s'éleve plus haut que l'équateur, mais en hiver il s'abaisse de la même quantité ; ainsi l'inégalité n'en devient que plus grande pour les saisons, & la chaleur diminue toujours quand la hauteur de l'équateur devient plus petite.

C'est pour cela qu'au Sénégal, sur la côte d'Afrique, on a vu le thermomètre, divisé à la façon de M. de Réaumur, monter à plus de 38° au dessus de la congélation ; mais à Paris, il ne monte communément qu'à 28 ou 29°, dans les plus grandes chaleurs : dans la Sibérie, il ne monte pas si haut en été, & il descend en certains endroits jusqu'à 70 au dessous de la glace ; tandis que le plus grand froid de 1709 à Paris, n'a pas été à plus de 15° $\frac{1}{2}$ au dessous du terme de la congélation. (*Mém. de l'Acad.* 1749. *pag.* 11.)

128. La construction du thermomètre est une chose sur laquelle on a tant varié, que je crois utile de fixer ici sa graduation. Je suivrai M. de Luc, qui nous a donné le meilleur ouvrage sur les baromètres & les thermomètres (*a*). J'appelle avec lui thermomètre de Réaumur, un thermomètre de mercure, qui marque 80°, dans de l'eau qui bout depuis quelque temps, & lorsque le baromètre est à 27 pouces ; il marque 29 $\frac{7}{10}$ à la chaleur du corps humain, comme sous les aisselles, lorsqu'il y a resté une heure ; 9 $\frac{6}{10}$ dans la température constante des caves profondes de l'Observatoire ; 0 dans la glace qui fond, ou dans la glace mêlée avec l'eau ; & 17 au dessous de la congélation dans un mêlange de deux parties de glace qui fond, & d'une partie de sel marin. Les thermomètres d'esprit-de-vin faits autrefois par Réaumur, marquent 100 $\frac{4}{10}$ à l'eau bouillante, 80 à la chaleur de l'esprit-de-vin la plus grande qu'il puisse supporter sans bouillir, & à laquelle il revient dès que les bouillons sont passés, 32 $\frac{1}{2}$ à la chaleur naturelle du corps humain, 10 $\frac{1}{4}$ dans les caves de l'observatoire ; 0 dans

(*a*) Recherches sur les modifications de l'athmosphere. A Geneve, 1772, 2 vol. in-4°.

l'eau qui gèle, & 15 au dessous de la congélation dans un mêlange de deux parties de glace qui fond, & d'une partie de sel marin. Dans ce mêlange-ci, le thermomètre de mercure marque 17, & c'est à peu près le plus grand froid de Paris. Nous supposons de l'esprit-de-vin tel que Réaumur l'employoit; savoir, cinq parties d'esprit-de-vin distillé au bain de sable, après avoir enflammé la poudre, & mêlé avec une partie d'eau.

129. Si l'on divise l'intervalle fondamental qu'il y a de la glace à l'eau bouillante en 180 parties au lieu de le diviser en 80, qu'on marque 212 au point de l'eau bouillante, & 32 à celui de la glace qui fond, on aura la division que Fahrenheit a donnée en 1724; elle est la plus suivie en Angleterre & dans le nord, mais en l'employant on s'est souvent éloigné des principes de l'Auteur, tout comme en France de ceux de Réaumur. Je ne parle ici que des thermomètres de mercure; l'esprit-de-vin a une marche trop inégale. En supposant des thermomètres de mercure & d'esprit-de-vin qui soient d'accord à la glace & à l'eau bouillante, l'esprit-de-vin rectifié & capable de brûler la poudre, n'est qu'à 25° ½ quand le thermomètre de mercure en marque 30.

130. Parmi les causes de la chaleur ou du froid, il faut compter principalement la qualité du sol, & la hauteur du niveau où l'on habite. Sur les côtes d'Afrique, on a plus chaud que par-tout ailleurs, parce que les sables s'embrasent plus facilement que les forêts, les eaux & les montagnes, & parce qu'on y est presque au niveau de la mer: le Canada est plus froid que la France, quoiqu'à pareille latitude, parce que le pays est plus couvert de bois, moins cultivé, moins peuplé, moins desséché. Quito, quoique placée dans le milieu de la zone torride, y jouit d'un printemps perpétuel, parce que cette ville est élevée au-dessus du niveau de la mer de plus de 1400 toises: là on est délivré de la chaleur que produit une forte réflexion des rayons sur tous les objets environnants; chaleur qui est toujours plus vive que celle des rayons directs. C'est aussi

pour cela qu'il fait plus chaud après le solstice d'été, que dans le temps même du solstice, parce que la concentration de chaleur augmente dans tous les corps.

131. L'éloignement & la proximité du soleil influent bien moins sur la chaleur : le soleil est moins éloigné de la terre au mois de décembre qu'au mois de juin ; la différence va à 370 fois le diamètre de la terre, c'est-à-dire, à plus d'un million de lieues, & cela n'empêche pas que nous n'ayons notre plus fort hiver dans le temps même où le soleil est plus près de nous. Mais la principale cause de la chaleur de l'été, c'est la durée du temps que le soleil reste sur l'horizon en été, & la direction de ses rayons, qui approche plus d'être perpendiculaire à notre horizon vers le milieu du jour, & qui traverse une moindre quantité d'air.

132. LES CLIMATS sont les parties de la terre où la grandeur du jour est différente : on a distingué 23 ou 24 climats d'heures & 6 climats de mois. Le premier climat d'heure, suivant Sacrobosco d'après les anciens, est l'espace compris entre le parallele ou le plus long jour d'été à 12 heures & trois quarts, c'est-à-dire, trois quarts-d'heure de plus que sous l'équateur, & le parallele, ou le plus long jour est de $13^h\frac{1}{4}$; c'est-à-dire, que le milieu du premier climat a 13^h de jour au solstice d'été, & que son étendue renferme tous les pays qui ont entre $12^h\frac{3}{4}$ & $13^h\frac{1}{4}$ de jour. Le milieu du second climat a $13^h\frac{1}{2}$ de jour ; le milieu du troisieme climat a 14^h, comme cela arrive à Alexandrie d'Egypte ; le quatrieme climat a $14^h\frac{1}{2}$, il passe à Rhodes & à Babylone ; le cinquieme a 15^h, il passe à Rome ; le sixieme, $15^h\ 30'$, il passe à Venise & à Milan ; le septieme, 16^h, il passe à Paris, &c. (*Clavius in spheram*, p. 288).

133. Cette division des climats est la même que celle des anciens ; mais ils ne comptoient que sept climats, dont les milieux avoient 13^h, $13^h\frac{1}{2}$, 14^h, &c. de jour, jusqu'à 16 seulement, où étoit le milieu du septieme climat, à 48 40′ de latitude ; ils n'étendoient pas fort loin leurs connoissances géographiques, & connoissoient peu de terres sous de plus grandes latitudes.

134. On trouveroit de même les six climats de mois, c'est-à-dire, les pays où le plus long jour est d'un mois, de deux mois, de trois mois. On y trouveroit que le premier climat de mois finit à 67° ½ de latitude, parce que le jour y dure un mois, & ainsi de suite jusqu'au pole qui termine le sixieme & dernier climat de mois, parce que le jour y dure pendant six mois, mais les astronomes ne font point usage de ces dénominations de climats.

Des Zones Terrestres.

135. Ce que nous avons dit des latitudes terrestres & des positions de la sphere (41, 106), conduit à la division que les géographes ont faite de la surface de la terre en cinq Zones (*a*) ou bandes circulaires, qui sont la Zone torride, les deux Zones tempérées, & les deux Zones glaciales.

136. La Zone torride *KMLLK* (*fig.* 3.) est celle qui s'étend à 23° ½ de part & d'autre de l'équateur, elle comprend tous les pays situés entre les deux tropiques, & dans lesquels on peut avoir le soleil au zénith.

137. Les Zones tempérées *ABLK* & *MLTS* s'étendent à 43° de chaque tropique; l'une au nord du tropique du Cancer, l'autre au midi du tropique du Capricorne; elles comprennent les pays qui n'ont jamais le soleil à leur zénith, & qui ne le perdent jamais de vue en hiver. Les pays situés à 66° ½ de latitude boréale, n'ont l'équateur élevé que de 23° ½ (34); ainsi, quand le soleil au solstice d'hiver est à 23° ½ au dessous de l'équateur, il cesse de s'élever au dessus de l'horizon, & il ne fait que paroître dans l'horizon même, au moment de midi.

138. Au delà de 66° ½ de latitude, il arrive un temps où l'on ne voit point du tout le soleil, aux environs du solstice d'hiver, mais aussi l'on y voit le soleil pendant les 24 heures entieres au solstice d'été. Homere paroît indiquer ce jour continu à l'occasion de Læstrigons (*Odyss. K. v.* 82) & nous en parlerons plus au long en expliquant les usages du globe artificiel (221). C'est là que commence la *Zone glaciale* ou

(*a*) Ζώνη, *Cingulum*, *ceinture*.

zone froide, qui s'étend jusqu'au pole. La zone glaciale arctique est habitée, car la Laponie & la Sibérie en font partie; le reste n'est qu'une vaste mer qui s'étend jusqu'au pole. La zone glaciale du midi est absolument inconnue; on est occupé actuellement à tâcher d'en découvrir quelques parties.

139. La surface & l'étendue de terre ou de mer que comprend chaque zone glaciale est 6 fois moindre que celle de chaque zone tempérée, & la zone torride n'est que les trois quarts de la somme des deux zones tempérées; car la surface totale de la terre étant supposée partagée en 25 parties, celles des zones glaciales, tempérées & torrides sont de 1, 6 & 9 respectivement; les cinq ensemble font les 23 parties du total, mais chacune de ces unités vaut 1124372 lieues carrées, (823).

140. Le *Cercle polaire* (102), est un petit cercle de la sphere terrestre *AB* (*fig.* 3) parallele à l'équateur, passant à 66° ½ de latitude boréale, dont la circonférence comprend tout l'espace *APB* que nous venons d'appeler zone glaciale; il y a deux cercles polaires *AB*, *ST*, ainsi que deux zones glaciales; l'un vers le pole arctique ou septentrional, l'autre vers le pole antarctique ou méridional de la terre, (102).

141. On trouve dans Virgile & dans Ovide la description exacte des cinq zones dont nous venons de parler.

Quinque tenent cœlum zonæ : quarum una corusco
Semper sole rubens, & torrida semper ab igne;
Quam circum extremæ dextrâ lævaque trahuntur,
Cæruleâ glacie concretæ, atque imbribus atris;
Has inter mediamque, duæ mortalibus ægris
Munere concessæ Divûm, & via secta per ambas,
Obliquus quâ se signorum verteret ordo. *Geor. I.* 233.

Utque duæ dextrâ cœlum, totidemque sinistrâ
Parte secant zonæ, quinta est ardentior illis?
Sic onus inclusum numero distinxit eodem
Cura Dei, totidemque plagæ tellure premuntur,
Quarum quæ media est, non est habitabilis æstu:
Nix tegit alta duas: totidem inter utramque locavit
Temperiemque dedit, mistâ cum frigore flammâ. *Metam. I.* 45.

142. Lucain observe avec raison que dans la zone tempérée boréale on a toujours l'ombre à droite, ou au nord, en regardant le couchant; au lieu qu'on a dans certain temps

les ombres vers le midi, c'eſt-à-dire à gauche en regardant le couchant, dès qu'on eſt dans la zone torride.

> Ignotum vobis, Arabes, veniſtis in orbem,
> Umbras mirati nemorum non ire ſiniſtras. *Pharſ. III.* 247.

143. Il nous apprend auſſi qu'à *Syene*, ville d'Egypte ſituée ſous le tropique, l'ombre du ſoleil diſparoiſſoit à midi le jour du ſolſtice, & ne s'étendoit ni à droite ni à gauche.

> Umbras nuſquam flectente Syene. *I.* 587.

144. La ſituation des ombres à midi a été le ſujet d'une ſubdiviſion géographique des habitants de la terre en Hétéroſciens (*a*), Périſciens & Amphiſciens ou Aſciens. Les *Hétéroſciens* ſont ceux dont les ombres méridiennes ſont toujours tournées du côté du même pole; tels ſont les habitants des zones tempérées : ainſi dans nos régions l'ombre d'un corps vertical ſe dirige toujours à midi vers le nord, parce qu'elle eſt toujours oppoſée au ſoleil, qui eſt du côté du midi.

145. Les *Périſciens* ſont ceux dont les ombres tournent en 24 heures vers tous les points de l'horizon; ce ſont les habitants des zones froides, pour qui le ſoleil ne ſe couche point pendant un certain temps de l'année (138); lorſqu'il eſt du côté du midi, les ombres vont vers le nord, & lorſqu'il eſt du côté du nord au deſſous du pole, il rejete l'ombre vers le midi, & ainſi du reſte.

146. Les *Amphiſciens* ſont ceux dont les ombres méridiennes ſont tantôt au nord & tantôt au ſud : tels ſont les habitants de la zone torride. Mais afin que cette définition comprît auſſi ceux qui habitent ſous le tropique même, Varenius, dans ſa Géographie générale, y ſubſtitue le mot *Aſciens*, cela veut dire ceux pour qui l'ombre devient totalement nulle à un ou deux jours de l'année; le ſoleil étant alors au zénith. On diviſe les Aſciens en deux ſortes; les *Aſciens Amphiſciens*, pour qui l'ombre s'étend quelquefois vers le nord & quelquefois vers le midi, & diſparoît deux fois l'an-

(*a*) Dans Strabon (vers la fin du ſecond livre de ſa Géographie, page 135) ils ſont appelés Ἑτερόσκιοι, περίσκιοι & Ἀμφίσκιοι, d'après Poſidonius. Ces mots ſont formés de σκιὰ, *umbra*, avec les prépoſitions relatives à chaque ſignification.

née ; les *Asciens Hétérosciens*, dont les ombres sont toujours du même côté, & disparoissent seulement une fois, c'est-à-dire le jour où le soleil arrive dans le tropique sous lequel ces peuples sont situés.

Des Antipodes.

147. DEUX PAYS de la terre, éloignés diamétralement l'un de l'autre, c'est-à-dire, placés aux deux extrémités d'une ligne droite qui passeroit par le centre de la terre, sont ANTIPODES l'un de l'autre : ainsi la ville de Lima au Pérou, est à peu près antipode de celle de Siam dans les Indes, comme cela se voit par les latitudes & longitudes qu'on y a observées : de même Buénos aires en Amérique, est antipode de Pékin, capitale de la Chine. L'Espagne a ses antipodes dans la nouvelle Zélande. Paris & tout le reste de l'Europe ont leurs antipodes dans la mer du sud, aux environs de la nouvelle Zélande ; c'est une des Terres australes que l'on connoissoit à peine avant le voyage autour du monde de M. de Bougainville & celui de MM. Banks, Solander & Cook, fait en 1769.

148. Depuis plus de deux mille ans qu'on connoît la rondeur de la terre, les Savants n'ont point douté qu'il n'y eût des peuples antipodes les uns des autres ; ce n'a été que dans les temps d'une stupide ignorance, où toutes les lumieres des Mathématiques étoient éteintes sur la terre, qu'on a pu douter de leur existence ; Képler dit qu'un Evêque nommé Virgile fut déposé pour avoir parlé trop affirmativement des Antipodes, mais Riccioli soutient que cela n'est pas exact. (*Voyez Baronius*, *année* 744. *Riccioli*, *Almagestum II.* 490).

149. Les Antipodes ont le même plan pour horizon ; l'un voit la face supérieure du plan, & l'autre sa face inférieure. Un astre se leve pour l'un quand il se couche pour l'autre ; le jour le plus long de l'année pour le premier est le plus court pour le second ; l'un a l'hiver quand l'autre a l'été ; le printemps concourt de même avec l'automne, le midi avec le minuit, le matin avec le soir, le jour avec la nuit ; le pole qui est élevé pour l'un est abaissé pour l'autre ; les étoiles que

l'un voit toujours ne paroiffent jamais pour l'autre ; celles qui s'élevent très-peu d'un côté s'abaiffent auffi très-peu de l'autre. Si tous les deux fe tournent vers l'équateur, l'un voit les aftres fe lever à fa droite, l'autre les voit fe lever à fa gauche.

150. Les peuples qui fans être diamétralement oppofés font cependant, l'un au midi & l'autre au nord de l'équateur, fur le même demi-cercle du méridien & à des latitudes égales, s'appellent *Antœciens* ; ils ont midi & les autres heures au même inftant l'un que l'autre ; mais l'hiver des uns a lieu en même temps que l'été des autres, & le printemps des premiers avec l'automne des feconds. Les jours des uns font égaux aux nuits des autres ; quand les jours croiffent pour ceux-ci, ils décroiffent pour ceux-là ; le pole qui eft élevé pour les premiers, eft abaiffé pour les feconds de la même quantité ; les étoiles que les premiers voient toujours, ne paroiffent jamais pour les autres, & lorfqu'ils regardent le foleil à midi, ils ont la face tournée l'un contre l'autre, à moins que le foleil ne foit plus éloigné de l'équateur qu'un des deux fpectateurs.

151. Ceux qui font fur le même parallele, mais dans des points oppofés, s'appellent *Périœciens* ; l'un compte midi lorfque l'autre a minuit ; mais étant du même côté de l'équateur, ils ont les mêmes faifons & dans les mêmes temps ; ils voient les mêmes étoiles refter perpétuellement fur l'horizon ; les aftres fe levent au même point & à la même diftance de la méridienne, & reftent le même temps fur l'horizon. Le jour de l'équinoxe, le foleil fe leve pour l'un au moment qu'il fe couche pour l'autre. Quand le foleil eft du côté du pole élevé, c'eft-à dire pendant le printemps & l'été, il fe leve pour l'un avant de fe coucher pour l'autre, en forte qu'il y a un intervalle de temps, pendant lequel les deux périœciens voient le foleil en même temps. Au contraire, pendant l'automne & l'hiver il y a une portion de la nuit commune à tous les deux, c'eft-à-dire, un temps où ni l'un ni l'autre ne voient le foleil.

Ainfi les Antipodes de Paris font les Périœciens de fes

Antœciens, & ils sont Antœciens à l'égard des Périœciens de Paris ; nos Périœciens sont au sud-est de Kamtschatka, extrémité orientale de l'Asie ; nos Antœciens sont dans les terres australes, au midi du cap de Bonne Espérance, lieux inconnus jusqu'à présent.

152. Il y aura peut-être des personnes qui auront peine à se figurer comment les hommes peuvent habiter des pays antipodes, ensorte que leurs pieds se regardent. Il semble au premier abord que les uns ou les autres doivent avoir la tête en bas, c'est-à-dire être placés dans une situation renversée, & contre l'état naturel. Mais pour rectifier ses idées là-dessus, on n'a qu'à examiner pourquoi nous sommes debout sur la surface du globe, nos pieds tournés vers la terre, & la tête élevée vers le ciel : pourquoi nous retombons sans cesse à cette premiere situation, dès qu'un effort ou un mouvement étranger nous en a détournés. Cette force avec laquelle tous les corps descendent vers la terre, soit qu'on l'appelle *pesanteur*, *gravité* ou *attraction*, quoique sa cause nous soit inconnue, se manifeste dans tous les points de notre globe : partout les corps graves tendent vers le centre de la terre, par un effort constant & inaltérable; par tout on dit que ce qui tombe vers la terre descend, & qu'on monte en s'en éloignant. Ainsi le corps *A*, (*fig.* 14.) attiré vers le centre *C* du globe terrestre, suivant la ligne *ABC*, ou le corps *E*, attiré dans un sens contraire, suivant la ligne *EDC*, tombent & descendent tous deux vers la terre, parceque leur situation naturelle est de s'approcher du centre *C*. Un habitant placé en *B*, verra tomber la pluie vers lui de *A* en *B*; & celui qui est à ses antipodes en *D*, verra venir la pluie sur la terre de *E* en *D* ; ce sont, à la vérité, des directions différentes, mais elles sont également naturelles, parce que le centre *C* de la terre est le terme commun, le point de réunion & de tendance de la pluie & de tous les autres corps graves.

153. J'ai oui des Commerçants demander pourquoi, si le corps *A* descend de *A* en *B*, l'autre ne descend pas pareillement de *D* en *E* & en *F*; ils ne s'étoient pas encore accoutumés à observer que le corps *A* ne descend vers *B*, que parce

qu'il eſt forcé de ſe rapprocher de la terre, au lieu que le corps *E* n'a plus rien du côté de *F* qui puiſſe le déterminer à ſe mouvoir, aucune force, aucune loi, aucun objet, aucune cauſe de mouvement; il n'a de rapport qu'avec la terre, c'eſt-là qu'eſt ſa propenſion naturelle, c'eſt la cauſe & le terme de ſon mouvement; & en allant de *E* vers *D*, il obéit à la même cauſe, il ſe meut de la même maniere, il ſuit la même loi que le corps *A*, en deſcendant vers *B* : ainſi l'on peut dire que deux corps tombent & deſcendent l'un & l'autre, quoiqu'ils aillent en deux ſens oppoſés; c'eſt *tomber* que de s'approcher de la terre. Nous traiterons fort au long de cette loi générale de la peſanteur dans le liv. XII. art. 980.

154. Il ſe trouve auſſi des perſonnes qui demandent comment les étoiles ſont ſuſpendues, d'où vient que le ſoleil ne tombe pas ſur nous, auſſi bien que les corps céleſtes que nous voyons, & qu'eſt-ce qui tient la terre à ſa place? Pour prévenir cette difficulté, il importe de s'accoutumer de bonne heure à cette idée très phyſique & très ſimple, que les corps ne changent point de place ſans une cauſe motrice : les étoiles ne ſont point ſuſpendues & n'ont pas beſoin de l'être, parce que rien ne les déplace; il ſuffit qu'elles ſoient en un lieu pour y être toujours; il ne faut du ſoutien qu'aux choſes qui ont une diſpoſition à tomber vers un endroit, & les étoiles n'ont aucune tendance vers la terre; elles en ſont trop éloignées.

Tracer une Ligne Méridienne.

155. La définition du méridien & des paralleles (19, 27) fait voir que le méridien coupe en deux parties égales & ſemblables, tous les arcs diurnes des paralleles à l'équateur : le ſoleil, en paroiſſant ſur l'horizon, s'éleve par degrés, en décrivant ſenſiblement un parallele à l'équateur, il parvient à midi au plus haut du ciel, & redeſcend vers le couchant avec la même vîteſſe, par les mêmes degrés, & dans le même temps qu'il a employé à s'élever juſqu'au méridien : ainſi le méridien partage la durée de l'appari-

tion du soleil en deux parties égales, & marque en même temps la plus grande hauteur du soleil.

156. De là il suit qu'on a deux manieres de reconnoître la direction du méridien, & de savoir le moment où le soleil y arrive, c'est-à-dire l'heure de midi : la premiere consiste à examiner le moment où le soleil est le plus élevé, & cesse de monter, & où les ombres des corps qu'il éclaire sont les plus courtes ; alors l'ombre d'un piquet ou d'un style placé verticalement, ou celle d'un fil à-plomb, indiquera la direction du méridien, & formera ce qu'on appelle la Ligne Méridienne, & la section des plans de l'horizon & du méridien.

Cette méthode seroit exacte, si l'on pouvoit reconnoître avec assez de précision le moment de la plus grande hauteur ; mais aux environs de midi, & lorsque la hauteur approche de son *maximum* ou de sa plus grande quantité, le progrès est si lent, qu'il faudroit une extrême précision pour obtenir quelqu'exactitude dans cette observation : il faut donc recourir à un autre moyen pour tracer une méridienne ; c'est la seconde méthode que je vais expliquer.

157. Cette méthode consiste à remarquer l'ombre du soleil levant, & l'ombre du soleil couchant, ces deux ombres sont aussi éloignées du méridien l'une que l'autre ; ainsi le milieu de ces deux ombres doit donner celle du midi. Soit le cercle *SMCBDA* (*fig.* 15.) qui représente la circonférence de l'horizon, *S* le soleil levant, *C* le soleil couchant, *P* le pied d'un style ou d'un piquet dressé perpendiculairement à l'horizon, *PB* l'ombre du style quand le soleil se leve, *PA* l'ombre du même style au soleil couchant ; si l'on partage l'angle *SPC*, ou l'arc *SC* en deux parties égales au point *M*, la ligne *MPD* sera la ligne méridienne, puisque le soleil se levant en *S* & se couchant en *C*, est nécessairement à des distances égales du méridien qui passe en *M*. Cette méthode ne peut se pratiquer sans un horizon extrêmement découvert, & je ne l'indique ici que pour exprimer mieux l'objet qu'on se propose, & l'idée sur laquelle est fondée la méthode générale de tracer une méridienne ; c'est la troisieme méthode que je vais expliquer.

158. Cette méthode, qu'on est obligé d'employer, substitue aux deux points de l'horizon dont nous venons de parler, deux autres points qui soient aussi élevés l'un que l'autre, l'un avant midi & l'autre après. Si au lieu de marquer l'ombre du soleil, lorsqu'il étoit à l'horizon même, en *S* & en *C*, on la marque une demi-heure après son lever, & ensuite une demi-heure avant son coucher, on aura deux autres ombres *PF*, *PG* plus voisines du méridien & plus courtes, mais toujours à distances égales du méridien; il suffira de prendre le milieu *H* des deux ombres pour avoir la ligne méridienne *PHD*.

159. Ainsi, l'on peut en général décrire du centre *P* un arc tel que *FG*, observer le moment où l'ombre du matin sera en *F*, & celle du soir en *G* sur le même arc, (parce qu'alors on sera sûr que la hauteur du soleil a été la même dans les deux instants, & par conséquent ses distances au méridien parfaitement égales); ces deux ombres devant être à même distance du méridien, on partagera l'intervalle ou l'arc *FG* en deux parties égales, & l'on trouvera également un point *H* où doit passer la méridienne *PHD*, tirée par le pied du style *P*.

Pour plus de précision, l'on peut décrire plusieurs cercles concentriques, dont chacun en particulier donnera un des points de la méridienne; & tous ces points pris ensemble, détermineront encore plus exactement la ligne entiere que l'on cherche (*a*).

160. Enfin on peut, au lieu du style que je suppose placé en *P*, se servir d'un instrument très-portatif & très-commode. C'est une plaque *P* (*fig.* 16), d'environ trois pouces, percée d'un petit trou d'épingle, qui laisse passer un rayon solaire; elle est élevée sur un pied de 7 à 8 pouces *AB*, & le rayon tombe sur la plaque *BD* du pied, ou sur une table placée de niveau. Du point *C* qui répond perpendiculaire-

(*a*) Cette méthode est sujette à quelques secondes d'erreur, hors le temps des solstices, parce que le soleil ne reste pas exactement sur le même parallele pendant toute la journée. Nous aurons égard à cette petite inégalité dans le livre suivant. (326) Cela est inutile dans l'usage ordinaire.

ment au deſſous du trou, & qui eſt déſigné par un à-plomb *TC*, on décrit pluſieurs cercles concentriques; on marque ſur chaque cercle le point lumineux du matin *K*, & celui du ſoir *L*. Le milieu *H* de l'intervalle donne la méridienne *CH*.

161. Si la plaque *P* eſt recouverte d'un grand carton, le point lumineux n'en devient que plus ſenſible & plus vif, ce qui fait un des avantages de ce petit inſtrument: d'ailleurs, on y trouve l'avantage de pouvoir placer de niveau la table même par le moyen de l'inſtrument; en ſuſpendant en *P* un fil à-plomb, où il y ait une pointe, elle devra répondre exactement au point *C*, ſi l'inſtrument eſt bien fait, & que la table ſoit exactement de niveau; ainſi, l'inſtrument ſervira de vérification. On peut auſſi, lorſqu'on manque de fil à-plomb & de niveau, verſer de l'eau ſur le plan, on appercevra auſſitôt de quel côté il incline, & cela ſuffira pour le redreſſer avec des calles ou petits coins de bois, juſqu'à ce qu'on voie que l'eau reſte à l'endroit où on la verſe, & ne coule ni d'un côté ni d'autre.

On verra dans la ſuite de cet ouvrage (322) que le même principe dont nous venons de parler, produit encore la méthode des *hauteurs correſpondantes*, employée par tous les aſtronomes, pour avoir le moment du midi, avec la plus ſcrupuleuſe exactitude.

162. La ligne méridienne eſt le premier fondement d'un obſervatoire; la plupart des obſervations ſuppoſent une excellente méridienne, car c'eſt ſur les hauteurs priſes dans le méridien, & ſur les paſſages au méridien que ſont fondées toutes les théories aſtronomiques: auſſi dit on que les aſtronomes ſont tournés ſans ceſſe vers le midi, comme les géographes vers le nord, les prêtres vers l'orient, & les poëtes vers le couchant.

Ad Boream terræ, ſed cœli Menſor ad auſtrum;
Præco Dei exortum videt, occaſumque Poëta.

163. On peut tracer une méridienne, par le moyen de l'étoile polaire, auſſi bien que par la méthode précédente, peut-être même avec plus d'exactitude. L'étoile polaire n'étant

tant éloignée du pole que d'environ 2 degrés, elle désigne toujours à peu près le côté du nord, en quel temps qu'on l'observe; mais si l'on choisit à peu près le temps où elle est dans le méridien, quand on s'y tromperoit même de plusieurs minutes, on aura, par le moyen de cette étoile, la direction du méridien, avec une très grande précision; il suffira d'élever deux fils à-plomb, le long desquels on puisse bornoyer, c'est-à-dire, viser ou s'aligner à l'étoile.

164. Pour choisir le temps où l'étoile polaire est exactement dans le méridien, on peut calculer l'heure & la minute du passage, par la méthode qui sera expliquée ci-après (363). Mais il y a une maniere commode pour trouver, sans aucun calcul, le temps où l'étoile polaire passe au méridien. Il suffit d'observer le temps où elle est dans le vertical de l'étoile ε de la grande ourse; c'est la premiere des trois étoiles de la queue, ou celle qui est la plus voisine du carré de la grande ourse (*fig.* 1). On a reconnu que cette étoile est opposée à l'étoile polaire, de façon qu'elles passent au méridien ensemble, l'une au dessus du pole, l'autre au dessous; ainsi quand elles sont l'une au dessous de l'autre, ou qu'elles sont ensemble dans un même vertical, dans un même à-plomb, on est sûr qu'elles sont toutes les deux au méridien: si dans ce moment on aligne deux fils ou deux regles verticales vers ces deux étoiles, les deux objets ainsi alignés seront dans le méridien, & marqueront sur le pavé la direction de la méridienne.

165. On peut employer, au lieu de deux fils à-plomb, trois ou quatre mèches foiblement allumées, dont deux seront placées d'avance dans un même vertical, au moyen d'un fil à-plomb: la troisieme ou la plus proche de l'œil sera mobile, & elle pourra s'aligner avec les autres vers l'étoile polaire. On peut se servir aussi d'une planche percée de deux trous, par lesquels on puisse voir les deux étoiles à la fois dans un même à-plomb, tandis qu'une autre planche plus près de l'œil servira à s'aligner & à mettre l'œil dans le vertical des deux étoiles: un mur qui seroit bien d'à-plomb serviroit au même usage, mais il s'en trouve rarement.

166. Cette opération peut se faire, sur-tout dans le crépuscule, au mois de mai & au mois de juin, avec deux fils à-plomb, de maniere à ne pas se tromper d'une minute sur le temps où ces deux étoiles passent dans le même vertical : & une minute d'erreur ne feroit pas quatre secondes de temps sur le moment du midi, qu'on observeroit ensuite par le moyen de cette méridienne.

167. Pour parler avec plus de précision, je dois observer que ces deux étoiles passoient exactement ensemble dans le méridien au mois de juillet 1751 ; mais l'étoile ε de la grande ourse dévance l'autre de 1′ 13″ ½ tous les dix ans ; & au mois de juin 1773, elle a passé 2′ 42″ plutôt que l'étoile polaire. Si donc on aspiroit dans cette opération à une extrême exactitude, il faudroit d'abord s'assurer, par le moyen des deux fils à-plomb, du moment où les deux étoiles ont passé dans le même vertical ; attendre ensuite deux minutes & 42 secondes, & diriger alors les deux fils à-plomb à l'étoile polaire seule, sans égard à l'étoile ε qui aura déja passé au delà du méridien & du vertical ; mais cette petite différence est insensible dans la pratique.

Du Globe céleste artificiel, et de ses usages.

168. Un globe destiné à représenter les constellations & les mouvements planétaires, l'écliptique, l'équateur, les cercles de latitude, les cercles de déclinaison, le méridien & l'horizon, s'appelle globe céleste.

Celui que nous avons représenté (*fig.* 12) est entouré comme la sphere, d'un horizon *HO* & d'un méridien *PZR*, il tourne sur un axe *PR*. On y marque les étoiles suivant leurs ascensions droites & leurs déclinaisons observées (90, 91), en examinant pendant la nuit les étoiles, qui à leur passage au méridien, ont la même hauteur que l'équateur, ou qui passent un degré, deux degrés, &c. plus ou moins haut que l'équateur.

On trace ensuite sur ce globe un autre cercle qui coupe l'équateur aux deux points équinoxiaux que l'on a remar-

qués parmi les étoiles (67), & qui s'en éloigne de $23^o \frac{1}{2}$ de part & d'autre, c'est l'écliptique (64) ; les deux points de l'écliptique les plus éloignés de l'équateur sont les *solstices ou les points solsticiaux* (68).

Les deux colures dont nous avons parlé ci-dessus (102) doivent se tracer sur le globe, d'un pole à l'autre, l'un par les équinoxes, l'autre par les solstices, comme dans la sphere.

Tous les cercles passant par les poles du monde & coupant perpendiculairement l'équateur, s'appellent *cercles de déclinaison*; ils servent à mesurer soit les déclinaisons ou les distances à l'équateur, soit les ascensions droites; car tous les astres qui sont sur un même cercle de déclinaison ont la même ascension droite. Ainsi les colures, les méridiens, les cercles horaires sont aussi des cercles de déclinaison (92).

169. On peut remarquer sur le globe L'ASCENSION OBLIQUE d'un astre: c'est la distance du point équinoxial au point de l'équateur qui se leve en même temps que l'astre: soit *HEZPO* (*fig.* 20) le méridien, *P* le pole du monde, *HO* l'horizon, *EC* l'équateur, *S* un astre qui se leve dans l'horizon ; le point *B* de l'équateur est celui qui marque l'ascension droite de l'astre *S* ; mais le point de l'équateur qui marque l'ascension oblique de l'étoile est en *C*, parce que le point *C* est celui qui se leve en même temps que l'étoile; *BC* est la différence entre l'ascension droite & l'ascension oblique ; les anciens astronomes l'appeloient DIFFÉRENCE ASCENSIONNELLE, mais actuellement on n'en fait presque plus d'usage.

170. Les problêmes que l'on peut résoudre par le moyen d'un globe ou d'une sphere, ne sont pas de simples exercices d'amusement ; il faudroit à la vérité, pour y trouver quelqu'exactitude, avoir un globe très-grand, tourné avec soin, encore devroit-on préférer le calcul trigonométrique dont nous parlerons dans le livre suivant; mais en étudiant pour la premiere fois les principes de l'astronomie, il est très-utile de s'exercer sur le globe ou sur la sphere armillaire, pour en bien comprendre les mouvements & pouvoir

les rapporter ſans peine aux objets céleſtes. Je dis qu'on peut ſe ſervir du globe ou de la ſphere, car il n'y a d'autre différence, ſi ce n'eſt que la ſphere eſt évidée & percée à jour, tandis que le globe eſt plein & ſolide, pour qu'on puiſſe marquer à ſa ſurface les différentes conſtellations, ſuivant leurs longitudes & latitudes (44, 48). Nous parlerons bientôt auſſi du globe terreſtre (214).

171. *Connoiſſant la latitude d'un pays de la terre & le lieu du ſoleil à chaque jour de l'année, trouver l'heure du lever & du coucher du ſoleil.*

Suppoſons que Paris eſt le lieu donné, dont la latitude eſt de 49°, & que l'on veuille ſavoir pour le 20 Avril l'heure du lever & du coucher du ſoleil. 1°. Il faut tourner le méridien, ſans le ſortir de ſes entailles & de ſon ſupport, de maniere que le pole ſoit élevé de 49° au deſſus de l'horizon, c'eſt-à-dire qu'il y ait 49° depuis le pole juſqu'à l'horizon, ou que le 49e degré ſoit dans l'horizon. 2°. Il faut chercher quel eſt le degré de l'écliptique répondant au jour donné; ces degrés ſont marqués pour l'ordinaire un à un, vis-à-vis des jours correſpondants, ſur le cercle de l'horizon, d'après l'entrée du ſoleil à chaque ſigne indiqué ci-deſſus (79). Dans le cas propoſé, l'on trouve que c'eſt le premier degré du taureau qui répond au 20 avril. 3°. L'on place dans le méridien le degré trouvé, c'eſt-à-dire le degré de l'écliptique où eſt le ſoleil; on met ſur le midi l'aiguille de la roſette *P*, (*fig.* 12) qui étant placée ſur l'axe, à frottement dur, peut être miſe où l'on veut, & y reſter malgré le mouvement du globe, ainſi que dans la ſphere (*fig.* 11). La raiſon de cette opération eſt que l'on doit toujours compter midi à Paris lorſque le degré de l'écliptique où ſe trouve le ſoleil, c'eſt-à-dire le ſoleil lui-même, eſt dans le méridien. 4°. On tourne la ſphere du côté de l'orient, juſqu'à ce que le degré du jour donné, ou le premier degré du Taureau, ſoit dans l'horizon; on voit l'aiguille de la roſette ſur 5 heures, ce qui nous apprend que le ſoleil ſe leve alors à 5 heures. Si l'on tourne

de même la sphere vers le couchant, jusqu'à ce que le même degré de l'écliptique où est supposé le soleil, arrive dans l'horizon, on verra que l'aiguille de la rosette qui tourne avec son axe est arrivée sur 7 heures, ce qui fera connoître que le soleil ce jour-là doit se coucher à 7 heures. Cette opération fait voir aussi que la durée du jour est de 14 heures; car l'aiguille parcourt un espace de 14 heures tandis que le point de l'écliptique sur lequel nous avons opéré va de la partie orientale à la partie occidentale de l'horizon. Nous expliquerons la maniere de calculer rigoureusement le lever & le coucher des astres (367).

La raison de cette pratique tient à ce que nous avons dit sur la division du jour en 24 heures; puisque le mouvement diurne se fait uniformément chaque jour autour de l'axe & des poles du monde, il est évident que l'aiguille de la rosette qui suit le même mouvement, parcourt à chaque révolution les 24 heures du cadran, & qu'elle marque 6 heures quand la sphere a fait le quart de son tour, & ainsi des autres heures à proportion; par conséquent la sphere étant placée dans la position qui convient au lieu & au jour donné, & ayant le même mouvement que le ciel, la rosette suit le mouvement du globe; elle marque donc les heures du lever & du coucher du soleil.

172. Par une opération inverse, l'on trouvera quelle est la latitude d'un pays, si l'on sait à quelle heure le soleil s'y couche à un certain jour de l'année. Ayant marqué le lieu du soleil sur l'écliptique, & placé l'aiguille de la rosette sur midi, ce point étant dans le méridien, on tournera le globe jusqu'à ce que l'aiguille soit arrivée à l'heure où l'on sait que le soleil se couche; alors on élevera le pole du globe jusqu'à ce que le point de l'écliptique où est le soleil soit dans l'horizon, & l'on aura la hauteur du pole ou la latitude du lieu cherché; c'est ainsi que nous jugeons que l'ancienne Babylone étoit à 36 degrés de latitude, parce que nous voyons dans Ptolomée que le soleil s'y couchoit à $4^h\ 48'$ vers le temps du solstice d'hiver, le soleil ayant 9 signes de longitude.

173. *Trouver quels ſont les deux jours de l'année où le ſoleil ſe leve à une heure marquée.*

Suppoſons qu'on demande les jours où le ſoleil ſe leve à 5^h à Paris : on placera le pole à la hauteur de 49°, qui eſt celle de Paris, on conduira ſous le méridien un des colures, & l'on mettra l'aiguille polaire ou horaire ſur midi. On tournera le globe vers l'orient, juſqu'à ce que l'aiguille ſoit ſur 5 heures, & l'on marquera le point où le colure coupe l'horizon ; il eſt évident que ſi le ſoleil étoit dans ce point-là, ou à une ſemblable déclinaiſon, il ſe leveroit à 5 heures ; il faut donc ſavoir quels ſont les jours de l'année où il a cette même déclinaiſon. On conduira ſous le méridien le point du colure qui ſe trouvoit dans l'horizon, & l'on verra ſur le méridien que cette déclinaiſon eſt de 13° ; on remarquera ce point du méridien, & faiſant tourner le globe, on verra 2 points de l'écliptique paſſer au même point du méridien, c'eſt-à-dire à 13° de déclinaiſon ; ce ſeront les points cherchés, qui ſe trouveront être le ſecond degré du taureau & le 28e degré du lion, & l'on trouvera les jours correſpondants à ces deux points (art. 79) ; ſavoir, le 21 avril & le 24 août.

174. *Trouver quels ſont les points de l'horizon où le ſoleil ſe leve à chaque jour.*

Ayant remarqué ſur l'écliptique la longitude du ſoleil pour le jour donné, & la ſphere étant auſſi élevée à la hauteur du pole du lieu dont il s'agit, on conduira le point de l'écliptique à l'horizon, & l'on examinera combien ce point de l'horizon, auquel répond le ſoleil, s'éloigne du point de l'orient ou de l'occident ; on trouveroit à Paris pour le 21 de juin, que les points où le ſoleil ſe leve & ſe couche ſont à 38° des points cardinaux de l'eſt & de l'oueſt, & cela du côté du nord ; ceux où le ſoleil ſe leve & ſe couche le 21 décembre ſont à 36° ½ des mêmes points cardinaux de l'eſt & de l'oueſt, mais du côté du midi. Ainſi depuis le

couchant d'été jusqu'au couchant d'hiver, il y a 74° ½ de distance : cette quantité est encore plus grande quand l'on avance vers le nord ; mais elle diminue, au contraire, pour les pays méridionaux, en sorte que sous l'équateur on ne trouve plus que 47 degrés de différence entre les points où le soleil se leve dans les deux solstices.

175. L'AMPLITUDE *ortive* n'est autre chose que l'arc de l'horizon compris entre le point où le soleil se leve, & le vrai point d'orient ; *l'amplitude occase* est la distance du point d'occident à celui où se couche le soleil ; on trouvera ci-après la maniere de la calculer (369).

176. *Trouver l'ascension droite du soleil pour un certain jour.*

Il faut d'abord savoir quel est son lieu dans l'écliptique pour ce jour-là, (79) & conduisant dans le méridien le point de l'écliptique où se rencontre le soleil, on voit le point de l'équateur qui est en même temps dans le méridien ; le chiffre marqué vers ce point de l'équateur indique son ascension droite ou la distance du soleil à l'équinoxe comptée sur l'équateur d'occident en orient. Ainsi le 20 avril le soleil étant au premier degré du taureau, c'est-à-dire, sa longitude étant de 30°, l'on verra que l'ascension droite est d'environ 28°.

177. *Trouver à une heure quelconque l'ascension droite du milieu du ciel.*

On cherchera pour le jour donné quel est le lieu du soleil dans l'écliptique (79) : l'on amenera ce point de l'écliptique sous le méridien, & l'on placera l'aiguille polaire sur le midi; ensuite on fera tourner le globe jusqu'à ce que l'aiguille arrive sur l'heure donnée, & dans cette position le point de l'écliptique situé sous le méridien sera le *point culminant* de l'écliptique; celui de l'équateur, qui sera également dans le méridien, marquera *l'ascension droite du milieu du ciel*, &

celle de toutes les étoiles qu'on verra sur le globe le long du méridien, au même instant.

178. Cette méthode peut servir à reconnoître les étoiles dans le ciel, lorsqu'ayant tracé une méridienne (155) on se tournera vers le midi, & qu'on aura reconnu sur le globe quelles sont les constellations situées dans le méridien, & à quelles hauteurs elles sont au dessus de l'horizon.

179. LA DÉCLINAISON du soleil ou d'un autre astre se trouvera de même par le moyen du globe, en conduisant sous le méridien l'astre dont il s'agit; le nombre de degrés compris entre cet astre & l'équateur, compté sur la circonférence du méridien, marquera la déclinaison de cet astre; elle sera boréale si l'astre est au dessus de l'équateur dans nos régions septentrionales; australe s'il est moins élevé que l'équateur, ou du côté du pole méridional.

180. Quand on ne connoît que la déclinaison du soleil, on peut trouver par la même raison sur le globe, le lieu qu'il occupe dans l'écliptique, pourvu que sur les quatre quarts de l'écliptique on prenne celui qui convient à la saison où l'on est; si par exemple on a observé le 16 avril la hauteur du soleil de 51 degrés; c'est-à-dire de 10° au dessus de l'équateur, ce qui fait 10° de déclinaison, l'on verra qu'en faisant avancer le premier quart de l'écliptique, ou celui du printemps, sous le méridien, le point qui s'y trouve à 10° de l'équateur est le 26e degré du bélier; c'est le lieu du soleil ce jour-là. Ainsi l'on trouveroit quel est le jour où une semblable observation auroit été faite, par la seule hauteur ou par la déclinaison observée; pourvu que l'on sût dans quelle saison, parce qu'il y a toujours au printemps & en été deux jours où le soleil a la même déclinaison.

181. La hauteur du soleil peut faire trouver par la même raison la latitude du lieu où l'observation a été faite, si l'on sait quelle est la déclinaison du soleil ce jour-là. Je suppose que le 16 avril on ait observé la hauteur du soleil dans le méridien de 51°, on trouvera la déclinaison ce jour-là de 10° septentrionale, par le moyen indiqué dans l'article 179, d'où il suit que l'équateur est élevé de 41°, & que la hauteur

du pole eſt de 49°, complément de 41° (34). Si la déclinaiſon du ſoleil étoit méridionale, il faudroit l'ajouter à la hauteur obſervée pour avoir celle de l'équateur; nous ſuppoſons encore l'obſervateur au nord de l'équateur, & le ſoleil du côté du midi, comme on l'a toujours en Europe. On fait un grand uſage de cette méthode pour la géographie & la navigation.

182. Si le lieu de l'obſervation étoit ſous une latitude auſtrale, on feroit le contraire de ce que nous avons preſcrit; on ajouteroit la hauteur obſervée avec la déclinaiſon ſeptentrionale, & l'on retrancheroit la déclinaiſon auſtrale de la hauteur obſervée, pour avoir la hauteur de l'équateur.

183. Si l'on étoit entre les deux tropiques, & que le ſoleil fût plus éloigné de l'équateur que l'obſervateur, il faudroit prendre le ſupplément à 180 degrés de la hauteur obſervée, avant que d'en retrancher la déclinaiſon du ſoleil: ces ſortes d'exceptions aux regles de la ſphere s'apperçoivent par la ſeule inſpection du globe, ſi aiſément, que nous nous diſpenſerons à l'avenir de les remarquer, pour n'être pas d'une ennuyeuſe prolixité.

184. Le vertical d'un aſtre eſt un grand cercle, qui partant du zénith, deſcend perpendiculairement à l'horizon, & paſſe par le centre de l'aſtre (10). On ſe ſert des verticaux pour marquer les hauteurs, parce que la hauteur d'un aſtre au deſſus de l'horizon n'eſt autre choſe que l'arc du vertical, compris entre l'aſtre & l'horizon; on s'en ſert auſſi pour marquer l'azimut, c'eſt-à-dire l'arc de l'horizon compris entre le point du midi & le point de l'horizon auquel un aſtre répond perpendiculairement; ainſi *Z D F* (*fig.* 20.), eſt le vertical de l'aſtre *D* dont *D F* eſt la hauteur, & *H F* l'azimut.

185. On ajoute quelquefois aux globes céleſtes un quart de cercle de même rayon que le globe, & qui s'applique immédiatement ſur ſa circonférence, depuis le zénith juſqu'à l'horizon; on le voit repréſenté en *Z V* (*fig.* 12). Il ſert à pluſieurs uſages, comme on le verra par les problê-

mes suivants ; mais quand le vertical y manque, on peut y suppléer avec un compas & une équerre ; le compas sert à prendre le nombre de degrés dont on a besoin pour la hauteur d'un astre ; l'équerre sert à mettre les deux branches du compas dans un plan qui soit vertical, ou perpendiculaire à l'horizon du globe.

186. *Trouver à quelle heure le soleil doit avoir un certain degré d'azimut à un jour donné.*

Ayant placé le pole & l'aiguille de la rosette comme dans les problêmes précédents (171), on mettra le vertical mobile sur le degré de l'horizon qui marque l'azimut, & l'on amenera le lieu du soleil sous ce vertical ; l'aiguille marquera l'heure qu'il est quand le soleil a le degré donné d'azimut. Par exemple le 23 avril, le lieu du soleil étant à 3 du taureau, on demande à quelle heure le soleil aura 75° d'azimut : on trouvera 8h du matin. Du côté du couchant à 6h 36′ du soir, il se trouvera dans la partie occidentale du même vertical, à 75° du méridien du côté du nord ; mais alors on dit qu'il a 105° d'azimut, à compter du point de l'horizon qui est vers le midi.

187. C'est par le moyen de l'azimut qu'on peut trouver l'heure où un mur commence à être éclairé, ou finit de l'être à un jour donné, en supposant qu'on connoisse l'angle qu'il fait avec la méridienne, ce qu'on appelle la déclinaison du plan, que je suppose vertical. Si le mur décline de 75° du midi à l'orient, il s'agit de trouver par le problême précédent, à quelle heure le soleil aura 75° d'azimut du côté de l'orient au jour donné, & à quelle heure il aura 105° d'azimut du côté du couchant ; ce seront les heures où la surface méridionale de la muraille doit commencer & finir d'être éclairée : on a par conséquent la premiere & la derniere heure qu'on pourra voir sur un cadran solaire, déclinant du midi vers l'orient de 75 degrés.

188. LES ÉTOILES qui sont rapportées sur les globes célestes y ont été marquées par le moyen de la hauteur méri-

dienne, & de l'heure où on les voyoit passer par le méridien, comme nous l'avons déjà indiqué art. 88 & 92, & comme on le verra plus au long (art. 231).

189. En faisant tourner le globe céleste, on verra quelles sont les étoiles qui passent par le zénith du lieu donné, ce sont celles dont la déclinaison est égale à la latitude géographique du pays où l'on est; car si une étoile a 49° de déclinaison, le zénith de Paris étant aussi à 49° de l'équateur, l'étoile doit se trouver au zénith dans le moment où elle passe par le méridien.

190. On verra par la même raison quelles sont les étoiles qui ne se couchent point à Paris, ce sont celles qui sont moins éloignées du pole que le pole ne l'est de l'horizon, c'est-à-dire à Paris celles qui ne sont pas à 49° du pole, ou qui ont plus de 41° de déclinaison; telles sont les deux Ourses, le Dragon, Céphée, Andromede, Persée, la Chevre, &c. dont nous parlerons ci-après.

On reconnoîtra de même sur le globe les étoiles qui sont vers le midi à plus de 41° de déclinaison australe, ou à moins de 49° du pole antarctique, ou méridional, & l'on verra qu'elles ne paroissent point à Paris, & qu'elles ne se levent jamais pour nous.

191. Le quart de cercle mobile qui s'applique sur la circonférence du globe, & qui est représenté en *Z V* (*fig.* 12) peut servir à marquer la place d'une planete, quand on connoît sa longitude & sa latitude par le moyen des éphémérides (200); pour cela on met le pole de l'écliptique dans le méridien, & l'on attache le cercle mobile à l'endroit du méridien où répond le pole de l'écliptique; il représente alors un cercle de latitude, parce qu'il est perpendiculaire à l'écliptique; on fait tourner ce cercle autour du pole de l'écliptique jusqu'à ce qu'il touche le point de l'écliptique où l'on sait que la planete doit répondre par sa longitude; & l'on marque le long de ce cercle de latitude un point qui soit éloigné de l'écliptique autant que la planete a de latitude; ce point est le vrai lieu de la planete sur le globe céleste.

Si c'est une étoile déja marquée sur le globe dont on veuille connoître la longitude & la latitude, on fera tourner le

cercle de latitude autour du pole de l'écliptique, jusqu'à ce qu'il passe sur l'étoile ; on verra le lieu où ce même cercle coupera l'écliptique, & ce sera la longitude ou le lieu de l'étoile sur l'écliptique ; on comptera aussi le nombre des degrés de ce cercle mobile compris entre l'écliptique & l'étoile, & ce sera la latitude de l'étoile.

192. *Trouver quelle est la hauteur d'un astre à un instant donné.*

On remarquera sur le globe le lieu du soleil dans l'écliptique pour le jour donné (171) & le lieu de l'astre dont on cherche la hauteur (191) ; on placera sous le méridien le lieu du soleil, & on mettra l'aiguille de la rosette sur le midi ; ensuite on tournera le globe jusqu'à ce que l'aiguille marque sur la rosette l'heure donnée pour laquelle on cherche la hauteur ; alors approchant le vertical (185) de l'endroit où l'astre est marqué, on verra sur quel degré du vertical il répond, & l'on aura sa hauteur.

193. Comme la rosette des globes est ordinairement fort petite, & donneroit peu d'exactitude dans cette opération, on peut s'en passer par la méthode suivante. On convertira en degrés l'heure donnée, pour savoir de combien le soleil étoit éloigné du méridien ; par exemple, à 9 heures du matin il s'en faut trois heures que le soleil ne soit dans le méridien ; ces trois heures valent 45° de l'équateur, parce qu'elles font la sixieme partie des 24 heures, comme les 45° font la sixieme partie du cercle. On examinera quel étoit le point de l'équateur qui se trouvoit avec le soleil dans le méridien ; on éloignera ce point-là de 45° du méridien, vers l'orient, parce que c'est le matin, en comptant ces 45° le long de l'équateur : le globe étant arrêté dans cette situation, on remarquera la place de l'étoile ; on en approchera le cercle vertical, & l'on verra sur quel degré de hauteur elle répond.

Les astronomes eux-mêmes se servent quelquefois d'un globe céleste pour trouver la hauteur des astres à un instant donné, lorsqu'ils n'ont pas besoin d'une extrême précision ;

par exemple, quand il ne s'agit que de chercher un astre en plein jour par le moyen de sa hauteur, ou de savoir quel est le petit accourcissement que la réfraction a pu produire sur la distance observée entre deux astres : on peut s'en servir aussi avec avantage pour chercher la position des étoiles dans des temps reculés, lorsqu'on trouve dans les Poëtes anciens des passages qui sont difficiles à comprendre sans ce secours.

194. On trouvera par la même méthode à quelle heure l'astre aura une hauteur donnée, en mettant le lieu de l'astre sur le degré du vertical, & regardant à quelle heure la rosette répond, pourvu que la rosette ait été sur le midi quand le lieu du soleil étoit au méridien. On cherche aussi par ce moyen le commencement & la fin du crépuscule (108), puisqu'il ne s'agit que de trouver à quelle heure le soleil sera de 18° au dessous de l'horizon, soit avant son lever, soit après son coucher (753).

195. On peut avec un globe savoir l'heure qu'il est au soleil, & cela de deux manieres. 1°. Par le moyen de la hauteur du soleil. Je suppose qu'on ait dirigé un quart de cercle (25) vers le soleil, & qu'on ait mesuré sa hauteur, ou qu'on se soit servi d'un gnomon (72) en mesurant son ombre : connoissant la hauteur du soleil, on élevera sur le globe à pareille hauteur au dessus de l'horizon, le point de l'écliptique où est le soleil ce jour-là, & l'aiguille de la rosette, que je suppose avoir été mise sur midi comme dans le problême précédent (192) marquera l'heure qu'il est.

La seconde maniere de trouver l'heure qu'il est, n'exige que l'inspection de l'ombre seule du globe ; je suppose qu'il soit orienté, ou dirigé de maniere que son méridien soit aligné sur une méridienne (156, 217), & en plein soleil ; il y aura la moitié du globe qui sera lumineuse, & la moitié sera dans l'obscurité ; si les points de l'équateur où se joignent l'hémisphere obscur & l'hémisphere éclairé tombent dans l'horizon même, c'est une preuve qu'il est midi ; s'ils en sont à 15 degrés le long de l'équateur, c'est une preuve qu'il est une heure ; à 30°, il est deux heures, & ainsi de suite ; je

ſuppoſe que le ſoleil eſt à l'occident, c'eſt-à-dire, que la partie éclairée s'éloigne du point de l'équateur, qui eſt à l'orient; autrement c'eſt 11 heures du matin, 10 heures, &c.

196. *Trouver l'heure de la culmination ou du paſſage d'une étoile par le méridien.*

1°. On marquera ſur le globe le lieu du ſoleil & celui de l'étoile. 2°. On placera le ſoleil dans le méridien, & l'on mettra ſur midi l'aiguille de la roſette. 3°. On amenera le lieu de l'étoile ſous le méridien, & l'aiguille de la roſette marquera l'heure qu'il eſt, au moment où l'étoile paſſe par le méridien.

Si au lieu d'une étoile vous amenez ſous le méridien le point équinoxial, vous aurez ce que les aſtronomes appelent l'heure du paſſage de l'équinoxe par le méridien, dont on trouvera une table ci-après (231).

197. On peut obtenir dans cette opération comme dans les ſuivantes, une exactitude plus grande qu'en y employant la petite roſette; car l'on y diſtingue à peine un quart-d'heure, tandis que ſur un globe de 9 pouces de diamètre, on peut trouver, à 4 minutes près, l'heure du paſſage au méridien de même que le lever d'une étoile. Pour trouver le paſſage, on remarquera le point de l'équateur où répond le ſoleil placé dans le méridien, & enſuite le point de l'équateur où répond l'étoile placée à ſon tour dans le méridien; on comptera la différence ou l'intervalle de ces deux points de l'équateur, c'eſt-à-dire la différence d'aſcenſion droite entre le ſoleil & l'étoile, & l'on aura un nombre de degrés, qui, converti en temps, à raiſon de 4 minutes de temps pour chaque degré, ou d'une heure pour 15°, donnera l'heure qu'il eſt, ſi c'eſt après midi: ou bien l'on aura ce qu'il s'en faut pour aller à midi, ſi l'étoile paſſe le matin, c'eſt-à-dire, ſi l'on voit que le ſoleil paſſe au méridien après l'étoile, en faiſant tourner le globe toujours d'orient en occident.

198. *Trouver quel jour une étoile se leve à une certaine heure.*

Ayant placé le pole à la hauteur du lieu, & l'étoile dans l'horizon oriental, on mettra l'aiguille sur l'heure donnée, vers l'orient si c'est une des heures du matin ; ensuite faisant tourner le globe jusqu'à ce que l'aiguille arrive sur le midi ou sur XII^{h} au haut de la rosette, on verra quel est le lieu de l'écliptique situé dans le méridien ; l'on saura quel jour le soleil est dans ce point de l'écliptique ; ce sera le jour où l'étoile devra se lever à l'heure donnée. Par exemple, si l'on suppose que *Sirius* se leve à 7 heures du soir à Paris, on trouvera le soleil à 11° du capricorne, ce qui répond au premier de janvier ; c'est le jour où Sirius se leve à 7 heures du soir à Paris.

199. Par la même raison, sachant quel est le lieu du soleil pour un jour donné, l'on trouvera quelle heure il est quand le soleil se leve : ayant placé le style ou l'aiguille sur midi quand le lieu du soleil étoit au méridien, on conduira l'étoile à l'horizon du côté de l'orient, & l'aiguille marquera l'heure qu'il est.

200. Le lever & le coucher des étoiles ou des planetes se trouveroit aussi sur le globe sans le secours de la rosette, en conduisant d'abord le lieu du soleil sous le méridien, & ensuite le lieu de l'étoile dans l'horizon du côté de l'orient, ou du côté de l'occident, pour voir quel est le point de l'équateur qui passe alors au méridien.

Exemple. Le 13 octobre 1764, on veut trouver, par le moyen du globe, & plus exactement que par la rosette, à quelle heure Saturne doit passer au méridien, & à quelle heure il doit se coucher : on marquera sur le globe le lieu du soleil, qui est à 20° de la balance, après l'équinoxe d'automne ; & conduisant le soleil sous le méridien, on marquera le lieu de l'équateur qui y répond. On marquera encore sur le globe le lieu de Saturne, supposé connu par l'observation, par les tables astronomiques, par les éphémérides, ou

par le moyen du livre de la *Connoissance des Temps*, que l'Académie des Sciences publie chaque année depuis 1679 pour l'utilité des astronomes & des navigateurs (*a*), on aura le lieu de Saturne à 50° de l'équinoxe du printemps, & 10 au sud de l'écliptique; on conduira ce point du ciel sous le méridien, & l'on marquera sur le globe le point de l'équateur qui y répond; la distance de ces deux points de l'équateur, dont l'un appartient au soleil & l'autre à la planete, se trouve de 150° qui valent 10^h, à raison de 15° par heure; & comme Saturne passe alors au méridien avant le soleil, ainsi qu'on le verra en faisant tourner le globe vers l'occident, il s'ensuit qu'il étoit 2^h du matin, lorsque Saturne a passé au méridien, parce qu'il s'en falloit 10^h que le soleil n'y fût arrivé.

Conduisant ensuite Saturne à l'horizon du côté de l'orient, on marquera le point de l'équateur qui dans ce moment passe au méridien, & l'on verra qu'il est éloigné de celui où répond le soleil, d'environ 100°, celui du soleil étant le plus occidental des deux; ce qui fera voir que l'heure du lever de Saturne est à 6^h 40′ du soir; car 90° font 6^h, & 10° font 40′ de temps.

201. Cette pratique est fondée sur ce que les arcs de l'équateur sont la mesure la plus naturelle du temps: quand le soleil est éloigné du méridien de 15°, il est une heure; & quand il est éloigné de 100, il est 6 40′; parce que le mouvement diurne se faisant uniformément sur l'équateur, il passe réguliérement au méridien à chaque heure, la 24e partie de la circonférence entiere de l'équateur: aussi le TEMPS VRAI, ou l'heure vraie dans le sens précis & exact de l'astronomie, n'est autre chose que l'arc de l'équateur, compris entre le méridien & le cercle de déclinaison qui passe par le soleil, converti en temps à raison de 15 par heure. On verra dans la suite que le plus souvent, à la place de cet arc de l'équateur, on substitue l'angle au pole mesuré par cet arc, & qu'on appelle ANGLE HORAIRE (366), & cet angle

(*a*) J'en ai publié 15 volumes, depuis celui de 1760 jusqu'à celui de 1774 inclusivement. J'ai mis sous presse le septieme volume des *Ephémérides* de l'Académie, qui s'étend depuis 1775 jusqu'en 1784.

horaire

horaire à la place de l'heure même, c'est-à-dire, qu'au lieu d'une heure on met 15°, au lieu de deux heures 30°, &c.

202. Le mouvement diurne qui s'acheve en 24 heures, & par lequel 360° de la sphere traversent le méridien, étant subdivisé en 24 parties; chacune vaut une heure, & répond à 15°; car 15° sont la 24e partie de 360; en continuant de subdiviser, on pourra trouver de même les parties du temps qui répondent aux parties du cercle; 1d vaudra 4′ de temps; une minute de degré vaudra quatre secondes de temps. C'est ainsi que l'on trouve les longitudes en mer par le moyen de l'heure qu'il est sur le vaisseau, & de l'heure qu'il est dans le lieu du départ (54) : je suppose qu'on ait une de ces montres marines qui, dans deux mois de navigation, ne varient pas de deux minutes (*a*); l'ayant mise à l'heure en partant du port, on y voit tous les jours l'heure qu'il est dans ce port; on voit aussi par le soleil l'heure qu'il est sur le vaisseau; quand la différence est de 6 heures, on est assuré d'être à 90° du méridien d'où l'on est parti, & où la montre des longitudes a été mise à l'heure.

203. Les étoiles circompolaires dans leur révolution diurne, se rencontrent souvent dans le même vertical; c'est un problême d'une application utile, que de trouver à quelle heure elles doivent ainsi se trouver l'une au dessous de l'autre : car en observant leur passage on a une maniere de trouver l'heure qu'il est : ce problême a même lieu pour d'autres étoiles remarquables, quoiqu'assez éloignées du pole, telles qu'*Arcturus* & *l'Epi de la Vierge*. Pour trouver l'heure où arrive ce passage, on place le globe à la hauteur du pole; on le tourne sur son axe jusqu'à ce que les deux étoiles proposées soient dans le vertical mobile dont je suppose que le globe est accompagné, & l'on voit par l'aiguille de la rosette, l'heure cherchée, en supposant toujours qu'elle ait été mise sur midi lorsque le lieu du soleil étoit dans le méridien.

(*a*) M. Harrison en Angleterre, M. Berthoud & M. le Roy en France, ont déjà fait de ces montres, qui ont été éprouvées en mer avec le plus grand succès, & qui donnent la longitude du vaisseau à un demi-degré près au bout de deux mois de navigation.

204. Si l'on veut opérer plus exactement, on mettra le lieu du soleil dans le méridien, & l'on examinera sur l'équateur quelle est son ascension droite ; on placera les deux étoiles dans le même vertical, & l'on remarquera l'ascension droite du milieu du ciel ou du point de l'équateur qui se trouvera dans le méridien, la différence des deux ascensions droites, converties en temps à raison d'une heure pour 15 degrés, & de 4 minutes pour chaque degré, donnera l'heure cherchée. C'est ainsi qu'on peut construire une figure telle qu'on l'a vue long temps pour Paris dans la connoissance des temps, qui sert à connoître l'heure qu'il est. On voit les principales étoiles circompolaires, & la quantité qu'il faut ajouter pour chaque étoile au passage de l'équinoxe, afin d'avoir l'heure qu'il est au moment où l'on voit l'étoile répondre perpendiculairement au dessous de l'étoile polaire ; par exemple la derniere étoile de la queue de la grande ourse marque η dans la figure 1re, étant au dessous de l'étoile polaire, il y a 1h 33′ que l'équinoxe a passé par le méridien (196).

205. *Trouver quel jour une étoile cessera de paroître le soir, après le coucher du soleil. C'est le jour de son coucher héliaque.*

Les anciens avoient déjà remarqué qu'une étoile de la premiere grandeur, telle que *Sirius* ou le *Grand Chien*, peut s'appercevoir du côté du couchant, pourvu que le soleil soit à 10 ou 12 degrés au dessous de l'horizon ; on mettra donc l'étoile à l'horizon du côté du couchant, & l'on examinera quel est le point de l'écliptique situé verticalement à 10° sous l'horizon. Ce point de l'écliptique étant connu, l'on trouvera le jour où le soleil y étoit (79), & ce sera le jour du coucher héliaque ou de la disparition de l'étoile ; le soleil étant plus près d'elle le lendemain, elle devra se trouver enveloppée dans la lumiere du crépuscule, & dans les rayons du soleil, & l'on cessera de l'appercevoir.

206. Supposons que l'on cherche le coucher héliaque de *Sirius* sous la latitude de Paris en 1750; on placera le globe à 49° de hauteur, on mettra cette étoile à l'horizon du côté du couchant, on avancera le quart-de-cercle mobile jusqu'à ce qu'il coupe l'écliptique à 10° au dessous de l'horizon, le point de l'écliptique abaissé de 10 degrés, ou celui que touchera le 10e degré du vertical, se trouvera être le 19e degré du taureau; c'est le degré qu'occupe le soleil le 5 de mai; on saura donc que le coucher héliaque de Sirius arrive le 5 de mai à Paris.

207. On trouvera de même quel jour l'étoile reparoîtra le matin avant le lever du soleil, c'est-à-dire, son lever héliaque. Pour cela il faut mettre l'étoile dans l'horizon du côté de l'orient, & voir quel est le point de l'écliptique situé à 10° au dessous de l'horizon le long du vertical; le jour où le soleil se trouvera dans ce point de l'écliptique sera le jour du lever héliaque de l'étoile. L'on faisoit autrefois un grand usage de ces sortes de phénomènes; mais le globe seul peut suffire dans bien des cas, sur-tout quand il ne s'agit que d'entendre les anciens auteurs; on peut par cette simple opération, éclaircir des passages qui seroient difficiles à entendre sans le secours du globe.

208. L'année cynique des Egyptiens commençoit au lever héliaque de Sirius; mais pour ce qui est de leur année civile qui étoit continuellement de 365 jours, elle ne pouvoit pas s'accorder avec l'année naturelle, & tous les quatre ans le lever héliaque de Sirius devoit arriver un jour plus tard dans l'année civile. Après un espace de 1460 ans que Censorinus appelle la grande année des Egyptiens, l'année naturelle se trouvoit commencer au même point de l'année civile; ainsi l'an 1322 avant J.C. & l'an 138 après J. C. le lever de Sirius se trouva arriver le premier jour du mois *Thoth*, ou le premier jour de l'année civile, qui répondoit au 20 juillet; c'est cette période *caniculaire* ou *sothiaque* de 1460 ans dont on trouve des vestiges dans quelques anciens Auteurs.

Au lieu de 1460 années, ce n'étoit réellement que 1425

années Égyptiennes ; mais les Anciens n'avoient pas sur ces objets une aussi grande précision.

209. Lorsqu'on calcule le lever de Sirius pour l'année 138, où commence la période sothiaque, on trouve la longitude du soleil $3^{s}\ 24^{\circ}$ le premier jour où Sirius paroissant à l'horizon le matin, se trouvoit assez dégagé du soleil pour pouvoir être apperçu : c'est la longitude que le soleil a maintenant le 16 de juillet. On trouve cette longitude plus petite de $12^{\circ}\frac{1}{4}$ en remontant 1460 ans plutôt, ou au commencement de la période précédente.

210. Quoique le lever héliaque des étoiles fût le plus remarquable parmi les anciens, ils distinguoient encore plusieurs autres especes de levers & de couchers (*Gemini elementa*) ; les modernes, à leur imitation, ont distingué le lever *cosmique* qu'on peut appeler le lever du matin ; & le coucher *cosmique* ou coucher du matin, aussi-bien que le lever & le coucher *acroniques*, qui sont le lever & le coucher du soir. Le moment du lever du soleil regle le lever ou le coucher *cosmique* : lorsque les étoiles se levent avec le soleil ou se couchent au soleil levant, on dit qu'elles se levent ou se couchent *cosmiquement* ; mais quand les étoiles se levent ou se couchent le soir au moment où se couche le soleil, on dit que c'est le lever ou le coucher *acronique* ; d'où il suit que le coucher acronique suit à 12 ou 15 jours près le coucher héliaque, du moins pour les étoiles voisines de l'écliptique, & que le lever cosmique précede de quelques jours le lever héliaque.

211. On trouve des exemples de ces sortes de levers dans les Poëtes latins, & sur-tout dans les Fastes d'Ovide. Il parle par exemple, du lever héliaque de la constellation du Dauphin à l'époque du 9 de janvier.

Interea Delphin clarum super æquora sidus
Tollitur & patriis exerit ora vadis. I. 457.

La constellation du Dauphin se levoit vers les six heures du matin dans cette saison-là, c'est-à-dire, assez long temps

avant le soleil pour pouvoir être observée le matin, & c'étoit à peu près le commencement de son apparition, ou son lever héliaque. Au contraire il place au 10 de juin le lever acronique, en disant:

> *Navita puppe sedens, Delphina videbimus inquit*
> *Humida cum pulso nox erit orta die. VI.* 470.

211. Le coucher cosmique paroît indiqué pour le premier avril au matin.

> *Dum loquor, elatæ metuendus acumine caudæ*
> *Scorpios, in virides præcipitatur aquas. IV.* 163.

C'est cependant au 15 avril qu'on le trouve par le calcul, au temps de César, pour l'étoile *Antarès*; mais on trouve dans les Auteurs latins de grandes variétés sur ces sortes de calculs, qu'ils empruntoient souvent de divers siecles & de divers pays.

213. Pour faire sur les planetes les opérations que nous avons faites dans tous les problêmes précédents sur les étoiles fixes, il faut supposer qu'on ait pris dans les Ephémérides ou dans la *Connoissance des Temps* (200) la longitude & la latitude de la planete, & qu'on l'ait marquée sur le globe à la place qui lui convient; on fera pour lors sur la planete ce que nous avons expliqué pour les étoiles fixes.

Du Globe terrestre artificiel, & de ses usages.

214. Le Globe terrestre artificiel, est fait pour représenter la terre, ses villes, ses continents & ses mers. On résout par le moyen de ce globe différents problêmes relatifs à la terre, comme nous en avons résolus pour les astres, dans les articles précédents.

En faisant tourner un globe on amene un lieu quelconque de la terre, comme Paris, sous le méridien universel fixe de cuivre ou de carton, qui environne le globe, & dan lequel passent les pivots de l'axe; ce méridien est alors celu

de Paris, & il répond à tous les pays qui ont midi ou minuit au même instant que Paris; midi si le soleil y est levé, minuit s'il est couché; mais si c'est un pays où le soleil ne se couche point, on peut appeler minuit l'heure du passage par le méridien au dessous du pole Il n'y a que les deux poles même pour lesquels il n'y a ni midi ni minuit, on ne peut y distinguer les heures, mais seulement les mois & les années.

215. Connoissant l'heure qu'il est à Paris, on peut trouver quelle heure il est dans un autre pays quelconque, par le moyen du globe terrestre artificiel; je suppose qu'il soit 9 heures du matin à Paris, je commence par mettre Paris sous le méridien du globe terrestre, & en même temps l'aiguille de la rosette sur 9 heures du matin, c'est-à-dire du côté de l'orient; pour ne pas s'y tromper, il faut avoir soin d'écrire sur la rosette, orient & occident, comme il est écrit sur l'horizon; je fais tourner le globe jusqu'à ce que l'autre ville dont il s'agit, par exemple *Jérusalem*, soit sous le méridien; je regarde alors quelle heure marque l'aiguille de la rosette, & je trouve 11 heures & un quart, ce qui m'apprend qu'il est 11 heures & un quart à Jérusalem lorsqu'il est 9 heures à Paris.

Toutes les villes d'Asie comptent de même plus qu'à Paris, tandis que celles qui sont situées à l'occident, telles que les villes d'Amérique, comptent moins qu'à Paris; ainsi quand il est midi à Paris, il n'est que $5^h\ 16'$ du matin à Mexico, c'est-à-dire $6^h\ 44'$ de moins qu'à Paris, mais à Pékin il est déja $7^h\ 36'$ du soir.

216. Pour trouver la latitude d'un lieu sur le globe, on le place sous le méridien du globe, & l'on y voit sur ce méridien le degré de latitude cherché. A l'égard de la longitude du lieu, elle est marquée par le point de l'équateur qui se trouve sous le méridien en même temps que ce lieu-là.

217. Quand on connoît la latitude d'un lieu de la terre, il faut placer le globe à la hauteur qui lui convient, c'est-à-dire, élever le pole au dessus de l'horizon d'un nombre de degrés qui soit égal à la latitude du lieu, par exemple de 49° pour Paris; cela se fait par le moyen des degrés qui sont

marqués sur le méridien, à commencer du pole jusqu'à l'équateur. Si le pays dont il s'agit est dans l'hémisphère austral, c'est le pole antarctique ou méridional qu'il faut élever sur l'horizon.

218. On trouve tous les pays de la terre qui ont la même latitude, & par conséquent la même température qu'un lieu donné, tel que Paris, en faisant faire un tour au globe terrestre, & remarquant tous les lieux qui passent successivement sous le point du méridien marqué 49, qui est la latitude de Paris; si l'on tient un crayon fixé sur ce point-là, il tracera sur le globe le parallele de Paris, où sont tous les points que l'on cherche.

219. Pour trouver les pays de la terre qui peuvent avoir le soleil à leur zénith, & connoître les jours où cela doit arriver, on considérera que tous les pays qui ont moins de $23^{\circ} \frac{1}{2}$ de latitude, ont le soleil verticalement deux fois l'année; quand on a choisi un lieu à volonté, & qu'on a examiné quelle est sa latitude, en le conduisant sous le méridien, on fait tourner le globe, & l'on voit quels sont les deux points de l'écliptique qui passent au même endroit du méridien; les jours où le soleil est dans l'un de ces points sont ceux où il paroît au zénith à l'instant du midi; l'un de ces deux jours est avant le solstice d'été, & l'autre après; la déclinaison du soleil, dans ces deux jours-là, étant égale à la latitude géographique ou terrestre du lieu dont il s'agit.

220. On trouvera de même pour chaque jour de l'année quels sont les pays qui ont le soleil au zénith; car ayant amené sous le méridien le point de l'écliptique où est le soleil ce jour-là, on y verra sa déclinaison; & tous les pays qui auront une latitude égale à cette déclinaison, auront le soleil vertical dans le cours de la journée; tous les points de la terre qui passeront sous le point du méridien auquel le lieu du soleil répondoit en passant par le méridien, satisferont au problême.

221. On trouvera encore pour chaque jour de l'année quels sont les pays où le soleil ne se couche point, c'est-à-dire, où son centre paroît à l'horizon à minuit, en sorte que

ce soit le premier jour où le soleil ne se couche pas dans ce point-là. Pour cet effet, on marquera le point de l'écliptique où est le soleil au jour donné, & la déclinaison de ce point sera le complément à 90° de la latitude des pays cherchés. Par exemple, le 11 mai le soleil a 18° de déclinaison, & les pays qui ont 72° de latitude voient le centre du soleil raser l'horizon. En effet, le soleil étant à 18 degrés de l'équateur, il est à 72° du pole, c'est-à-dire aussi éloigné du pole que le pole l'est de l'horizon; donc à minuit il doit être sous le pole & dans l'horizon même. Dans tous les jours suivants, il restera sur l'horizon, & ne se couchera plus, puisqu'il s'éloignera de plus en plus de l'équateur jusqu'au premier août, qu'il rasera de nouveau l'horizon de ce lieu-là, en se rapprochant de l'équateur.

222. Par la même raison, le premier jour où le soleil aura une déclinaison australe égale à 18°, ou au complément de latitude boréale des mêmes pays, le soleil ne se levera plus, & ce sera le dernier jour où il paroîtra dans l'horizon. C'est le 13 de novembre que le soleil disparoît, & cela dure jusqu'au 28 janvier suivant, que le centre du soleil recommence à se montrer dans l'horizon à midi, étant parvenu à 18° de déclinaison australe ou méridionale. Nous en avons déja parlé à l'article des zones glaciales (138).

223. Les pays qui sont dans la zone glaciale depuis 66° ½ de latitude jusqu'au pole, ont le soleil sur l'horizon pendant un nombre de jours qui est plus grand à mesure que la latitude augmente (138). Pour savoir à chaque latitude quel est ce nombre de jours, on élevera le pole de la quantité qui convient à cette latitude; on le fera tourner ensuite en tenant un crayon dans l'horizon, au point du nord; ce crayon tracera sur le globe un parallele à l'équateur, qui coupera l'écliptique en deux points, & y fera deux segments; le plus petit segment indiquera l'arc de l'écliptique décrit par le soleil pendant tout le temps qu'il sera sans se coucher ou sans toucher l'horizon du lieu donné. En effet, les deux points que l'on a marqués sur l'écliptique par cette opération, sont ceux où se trouvoit le soleil quand il passoit précisément à

l'horizon du côté du nord, ou quand sa déclinaison étoit égale au complément de la hauteur du pole; ainsi dans tous les points de l'écliptique situés à une plus grande déclinaison, il n'y aura point de coucher du soleil pour le lieu proposé : c'est ainsi qu'on peut former la table des climats de mois dont nous avons parlé (134).

224. Si l'on place le crayon dans le point opposé de l'horizon, c'est-à-dire du côté du midi, il tracera un autre parallele; celui-ci coupant aussi l'écliptique en deux points également éloignés du solstice d'hiver, marquera tout le chemin que le soleil doit faire sans se lever & sans paroître sur l'horizon du lieu proposé; ce nombre de degrés fera connoître le nombre de jours, en consultant la table où les jours du mois sont écrits vis-à-vis des degrés correspondants de l'écliptique; cette table se met ordinairement sur l'horizon des globes, comme nous l'avons déja remarqué (171).

225. On peut voir un bien plus grand nombre de questions & de problêmes relatifs à la situation des différents pays de la terre, aux heures, aux jours, aux mois, aux saisons, dans la Géographie générale de VARENIUS, (à Paris, chez *Vincent*); ouvrage élémentaire qui fut fait en Hollande vers le milieu du dernier siecle, mais dont on a fait en Angleterre & en France plusieurs éditions différentes. On y trouve avec un long détail, tous les problêmes de la sphere qui regardent le mouvement diurne, le mouvement annuel, & la situation des différents pays. On en trouvera beaucoup aussi dans *l'Usage des Globes* de Bion.

226. Les globes d'une certaine grandeur ont sur leur pied une boussole qui sert à les orienter; mais pour cet effet il faut connoître la déclinaison de l'aiguille aimantée, pour le temps & pour le lieu donné. Cette déclinaison pour Paris est en 1773 de 20° à l'ouest, & depuis deux ans elle paroît constante; mais elle a augmenté jusqu'ici à Paris d'un degré tous les six ans. J'ai donné mon *Exposition du calcul astronomique*, une table de cette déclinaison pour les différents pays de la terre.

227. Sachant donc que la déclinaison de l'aiguille est de

20° à l'occident de la méridienne, il faut tourner le pied du globe jusqu'à ce que l'aiguille tombe sur le 20e degré de la boussole du côté du couchant, alors la ligne principale de la boussole, marquée d'une fleur de lys, & qui doit être parallele au méridien du globe, se trouvant dirigée exactement du nord au sud, & le globe étant supposé à la hauteur du pole, il sera orienté comme la sphère : & c'est ainsi qu'il faudroit le placer pour trouver l'heure qu'il est (195).

228. Si l'on veut aussi le disposer comme il convient à une certaine heure, on placera sous le méridien le degré de l'écliptique où est le soleil pour le jour donné, on mettra l'aiguille de la rosette sur midi; on fera tourner le globe jusqu'à ce que cette aiguille soit sur l'heure donnée, & le globe sera disposé convenablement pour y reconnoître quelles sont les étoiles qui sont dans le méridien, ou celles qui se vent & qui se couchent dans le pays où l'on est, celles qu'on peut appercevoir & celles qui sont sous l'horizon.

Des Constellations.

229. Le nombre des étoiles qu'on apperçoit dans une belle nuit est si considérable, qu'on auroit peine à les distinguer & à les reconnoître sans une méthode qui aide la mémoire ; c'est pourquoi l'on a divisé le ciel en plusieurs grandes parties ou constellations, telles que la grande ourse & les signes du zodiaque dont nous avons déja parlé (76).

Plusieurs causes contribuerent dans l'antiquité à faire diviser le ciel en différentes constellations ; quelques ressemblances vagues purent y faire imaginer une couronne, un charriot, une croix, un triangle, &c. On eut besoin, pour les reconnoître de faire une division méthodique des différentes parties du ciel. On voulut consacrer la mémoire des personnages célebres. Enfin l'on crut reconnoître des propriétés, des influences, des rapports ; ce furent autant de causes qui occasionnerent la formation des constellations, & qui en déterminerent les noms.

230. Les Grecs n'avoient formé que 48 constellations, qui comprenoient 1022 étoiles, & il paroît que leurs déno-

minations remontent à environ 1200 ans avant J. C à l'exception peut être des noms des douze signes du zodiaque, qui paroissent avoir une origine égyptienne & peuvent être plus anciens. Les modernes ont ajouté diverses constellations aux anciennes. Les catalogues de Flamsteed & de M. de la Caille rassemblés, contiennent près de cinq mille étoiles. M. de la Caille, après avoir dressé son grand catalogue des étoiles australes en 1751, a formé 14 nouvelles constellations, qui ne sont point dans le catalogue Britannique de Flamsteed. Toutes ces constellations, au nombre de 100, se trouveront dans la Table suivante.

231. Parmi le grand nombre d'étoiles qui composent ces

TABLE des cent Constellations qu'on représente sur les Globes célestes.

12 Constellations du zodiaque.	*Suite des 23 Constellations boréales.*	*22 Constel. ajout. par Hevelius, le P. Anthelme, Halley, &c.*	*Suite des constellations australes.*
Le Bélier.	Le Serpentaire ou Ophiucus.	La Giraffe, ou Caméléopard.	Le Phénix.
Le Taureau.	Le Serpent.	Le Fleuve du Jourd.	L'ab. ou la Mouche.
Les Gemeaux.	Hercule.	Le Fleuve du Tygre.	Le Triangle austral.
L'Ecrevisse.	L'Aigle.	Le Sceptre & la Fleur de lys.	L'oiseau de Paradis.
Le Lion.	Antinoüs.	La Colombe.	Le Paon.
La Vierge.	La Flèche.	La Licorne ou *Monoceros.*	Le Toucan.
La Balance.	La Lyre.	La Croix.	L'Hydre mâle.
Le Scorpion.	Le Cygne.	Le Sextant d'Uranie.	La Dorade.
Le Sagittaire.	Le Dauphin.	Le Rhomboïde.	Le poisson volant.
Le Capricorne.	*15 Constellations australes des Anciens.*	Les Chiens de chasse.	Le Caméléon.
Le Verseau.	Orion.	Le petit Lion.	*On y remarque encore* le grand Nuage & le petit Nuage.
Les Poissons.	La Baleine.	Le Linx.	*12 Constell. austral. de M. de la Caille.*
23 Constellations boréales des anciens.	L'Eridan.	Le Renard.	L'Attelier du Sculpt.
La grande Ourse.	Le Lievre.	L'Oie.	Le Four. de Chym.
La petite Ourse.	Le grand Chien.	L'Ecu de Sobieski.	L'Horloge astrono.
Le Dragon.	Le petit Chien.	Le petit Triangle.	Le Réticule Rhomb.
Céphée.	L'Hydre femelle.	Cerbere.	Le Burin du Grav.
Cassiopée.	La Coupe.	Le Rameau.	Le Chev. du Peintre.
Andromede.	Le Corbeau.	Le Lézard. *Stellio.*	La Boussole.
Persée.	Le Centaure.	Le Mont Ménale.	La Machine pneum.
Pégase.	Le Loup.	Le Cœur de Char. II	L'Octans de réflex.
Le petit Cheval.	L'Autel.	Le Chêne de Ch. II.	Le Compas.
Le Triangle boréal.	Le poisson austral.	*14 Constell. austral. de Theodori, Bayer.*	L'équerre & la regle.
Le Cocher.	Le Navire.	L'Indien.	Le Télescope.
La Chévelure de Bérénice.	La Couronne australe.	La Grue.	Le Microscope.
Le Bouvier.			La Mont. de la Table.
La Couronne boréal.			

100 constellations, on distingue plusieurs grandeurs, premiere, seconde, troisieme, quatrieme, cinquieme, sixieme, septieme ; mais les étoiles de septieme grandeur ne s'apperçoivent pas sans le secours des lunettes d'approche.

On compte ordinairement quinze étoiles de la premiere grandeur, *Sirius* ou la gueule du grand chien, *l'épaule d'Orion*, le pied d'Orion ou *Rigel*, l'œil du taureau *Aldebaran*, *la Chevre*, *la Lyre*, *Arcturus*, le cœur du Scorpion ou *Antarès*, *l'Epi de la Vierge*, le cœur du Lion ou *Regulus*, *Procyon*, *Fomahant* ; & deux que nous ne voyons jamais en Europe, *Canopus* & *Acharnar*. Il y a des astronomes qui mettent au même rang le cœur de l'Hydre, la queue du Lion & la queue du Cygne.

232. Pour apprendre à connoître les différentes constellations par leurs figures, leurs situations & leurs noms, le plus simple est d'employer un globe ou des cartes célestes, comme celles de Flamsteed, de Senex, d'Hevelius, du P. Pardies, ou les deux grands hémispheres de M. Robert de Vaugondi ; mais voici une Table qui facilitera la connoissance des plus belles étoiles en montrant l'heure où elles passent au méridien le premier jour de chaque mois, & leur hauteur pour Paris.

La derniere colonne de cette table contient l'heure du passage de l'équinoxe au méridien (*a*), à laquelle on ajoute l'ascension droite d'une étoile quelconque, ou sa distance au point équinoxial, convertie en temps, pour avoir l'heure de son passage au méridien (365). La hauteur méridienne de chaque étoile se trouve en tête de la colonne, & au dessous du nom de l'étoile.

233. EXEMPLE. Le premier octobre je veux connoître dans le ciel l'étoile appelée *Sirius*, ou le grand Chien ; je vois dans la table suivante qu'elle passe au méridien le premier octobre à $18^h\ 2'$, c'est-à dire le 2 octobre à $6^h\ 2'$ du matin, & que sa hauteur méridienne pour Paris est de 24°.

(*a*) Je n'entends pas sous ce terme le vrai moment du passage, mais la quantité dont l'équinoxe est éloigné du méridien à midi, convertie en temps, à raison de 15° par heure, ou le complément de l'ascension droite du soleil ; mais à l'égard des étoiles, c'est le véritable moment de leur passage que j'ai voulu calculer (365).

HEURES DU PASSAGE AU MÉRIDIEN

des principales Etoiles pour le premier jour de chaque mois, avec leur hauteur méridienne pour Paris.

MOIS.	Aldébaran.	La Chèvre.	α d'Orion.	Sirius.	Procyon.	Régulus.
	Hauteur. $57^d\ 12'$	*Hauteur.* $86^d\ 54'$	*Hauteur.* $39^d\ 46$	*Hauteur.* $25^d\ 45'$	*Hauteur.* $47^d\ 3'$	*Hauteur.* $54^d\ 15'$
JANV.	$9^h\ 3'$	$10^h\ 9'$	$10^h\ 34'$	$11^h\ 44'$	$12^h\ 36'$	$15^h\ 4'$
FÉVR.	7 20	7 57	8 22	9 32	10 25	12 53
MARS.	5 32	6 9	6 34	7 44	8 36	11 4
AVRIL.	3 39	4 16	4 41	5 51	6 43	9 11
MAI.	1 48	2 25	2 50	4 0	4 52	7 20
JUIN.	23 41	0 22	0 47	1 57	2 50	5 18
JUIL.	21 37	22 14	22 39	23 49	0 46	3 14
AOUT.	19 33	20 10	20 35	21 45	22 37	1 10
SEPT.	17 37	18 15	18 39	9 50	20 43	23 10
OCTOB	15 50	16 27	16 51	18 2	18 54	21 22
NOV.	13 54	14 30	14 55	16 5	16 58	19 26
DÉC.	11 50	12 27	12 51	14 2	14 54	17 22

	L'Epi.	Arcturus.	Antarès.	La Lyre.	Fomahant	Passage de l'équinoxe au méridien.
	Hauteur. $31^d\ 13$	*Hauteur.* $61^d\ 34'$	*Hauteur* $15^d\ 16'$	*Hauteur.* $79^d 45'$	*Hauteur.* $10^d\ 22'$	
JANV.	$18^h\ 21'$	$19^h\ 13'$	$21^h\ 23'$	$23^h 36'$	$3^h\ 55'$	$5^h\ 11'$
FÉVR.	16 9	17 1	19 11	21 24	1 43	2 59
MARS.	14 21	15 13	17 23	19 36	23 51	1 10
AVRIL.	12 28	13 20	15 30	17 43	21 58	23 17
MAI.	10 37	11 29	13 39	15 52	20 7	21 25
JUIN.	8 34	9 26	11 36	13 50	18 5	19 23
JUILL.	6 30	7 22	9 32	11 46	16 1	17 18
AOUT.	4 26	5 18	7 28	9 41	13 56	15 14
SEPT.	2 30	3 22	5 32	7 46	12 1	13 18
OCTOB	0 42	1 34	3 44	5 58	10 13	11 30
NOV.	22 43	23 34	1 48	4 2	8 17	9 33
DÉC.	20 38	21 30	23 40	1 58	6 13	7 29

45'; je place un quart-de-cercle dans le plan du méridien à 6^h 2' du matin, & je le mets à la hauteur de $24° \frac{3}{4}$; j'apperçois à l'instant que ce quart-de-cercle est dirigé vers une belle étoile, & je reconnois que c'est-là Sirius.

J'ai choisi une année moyenne entre deux bissextiles, en sorte qu'il ne peut pas y avoir deux minutes de différence entre l'observation & la table, même en différentes années. Cette table servira de même à trouver l'heure qu'il est quand on aura appris à connoître les étoiles, & qu'on saura de quel côté est le méridien.

Les hauteurs que j'ai marquées au dessus du nom de chaque étoile, diminuent quand on avance vers le nord, & augmentent si l'on s'éloigne vers le midi; ainsi chacun peut les réduire à la latitude du lieu qu'il habite par l'addition ou la soustraction de la différence entre cette latitude & celle de Paris, quarante-huit degrés, cinquante minutes. Ainsi à Marseille, où il y a quarante trois degrés dix-huit minutes de latitude, c'est-à-dire, cinq degrés de moins qu'à Paris, la hauteur d'Aldébaran, au lieu d'être de 57 degrés 12 minutes, devient 62 degrés 44 minutes.

234. Il faut observer que les temps marqués dans la table précédente, sont des temps comptés astronomiquement, c'est-à-dire, d'un midi à l'autre pendant 24 heures; ainsi quand on voit dans la premiere colonne que l'étoile *Aldébaran* passe au méridien le premier juin à 23^h 41', cela veut dire dans l'usage ordinaire, le 2 juin à 11^h 41' du matin, parce que le premier de juin ne commence qu'à midi de ce jour-là, suivant les astronomes, & il ne finit, suivant eux, qu'à midi du lendemain, lorsque dans la société il y a déja 12 heures que l'on compte le 2 de juin, temps civil.

235. Cette méthode pour reconnoître les étoiles de la premiere grandeur, pourroit s'appliquer à toutes les autres; mais elle est longue, & exige peut-être trop d'assujettissement, sur tout en hiver. J'ai donc cru devoir indiquer ici quelques alignements propres à faire reconnoître les principales constellations; ce sera un petit secours offert à la curiosité de ceux qui sont dépourvus de globes, de planisphères & d'ins-

truments. On doit être d'abord prévenu que ces alignements ne sauroient avoir une exactitude & une précision bien rigoureuse; mais quand il ne s'agit que de reconnoître la forme d'une constellation, il suffit que les alignements indiquent à peu près le lieu où elle est, pour qu'on ne prenne jamais une constellation pour l'autre.

Méthode des Alignements.

236. Je suppose que dans une soirée d'hiver, au mois de janvier ou de février, on soit dans un lieu dégagé vers les 7 ou 8 heures du soir, on verra du côté du midi, du moins en Europe, la grande constellation d'ORION; elle est formée de 3 étoiles de la seconde grandeur, qui sont fort près l'une de l'autre, sur une ligne droite, & dans le milieu d'un très-grand quadrilatere; on en voit la forme dans la figure 19, & sans avoir vu cette figure, il est impossible de méconnoître cette constellation après les caracteres que je viens d'indiquer.

237. Ces trois étoiles, qu'on appelle le *Baudrier d'Orion*, vulgairement les *trois Rois* ou *le Rateau*, indiquent par leur direction d'un côté *Sirius*, & de l'autre les *Pléïades*. Sirius, la plus belle étoile du ciel, se fait remarquer par sa scintillation & son éclat; elle est du côté de l'orient ou du sud-est, par rapport à Orion.

238. Les Pléïades sont du côté de l'occident en tirant vers le nord; c'est un groupe d'étoiles qui se distingue facilement; il est d'ailleurs sur le prolongement de la ligne menée de Sirius par le milieu des étoiles du baudrier d'Orion; & la direction de ces trois étoiles du baudrier, qui tend presque vers les Pléïades, ou un peu plus au midi, les fera connoître aisément; elles sont sur le dos du Taureau.

239. ALDEBARAN, ou *Palilicium*, qui forme l'œil du Taureau, est une étoile de la premiere grandeur, située fort près des Pléïades, sur la ligne menée de l'épaule occidentale d'Orion γ aux Pléïades (*a*). PROCYON ou le petit

(*a*) Tous les astronomes se servent de lettres grecques pour désigner les étoiles, d'après les cartes célestes ou l'*Uranométrie* de Bayer, publiée en 1603.

Chien, eſt une étoile de la premiere grandeur, ſituée au nord de Sirius, & plus orientale qu'Orion; elle fait avec Sirius & le baudrier d'Orion, un triangle preſque équilatéral, & cela ſuffit pour la diſtinguer.

240. ARCTURUS, qui eſt la principale étoile du Bouvier, eſt une étoile de la premiere grandeur, pour laquelle nous nous ſervirons de la grande Ourſe (*fig.* 1), plutôt que d'Orion; elle eſt preſque déſignée par la queue de la grande Ourſe (6), dont elle n'eſt éloignée que de 31°. Les 2 dernieres étoiles de la grande Ourſe ζ & η (*fig.* 1), forment une ligne qui va preſque ſe diriger vers Arcturus.

241. LES GÉMEAUX ſont deux étoiles de la ſeconde grandeur, aſſez proches l'une de l'autre, ſituées dans le milieu de l'eſpace qu'il y a entre Orion & la grande Ourſe. On les diſtinguera encore par le moyen d'Orion; car en tirant une ligne de Rigel ou β d'Orion, qui eſt la plus occidentale & la plus méridionale de ſon grand quadrilatere, par l'étoile ζ, qui eſt la troiſieme ou la plus orientale des trois du baudrier, elle ſe dirige auſſi vers les deux têtes des Gémeaux. Enfin, les deux premieres étoiles de la queue de la grande Ourſe ζ, ε, (*fig.* 1) avec la diagonale du carré menée par δ & β, forme une ligne qui va encore ſe diriger vers les deux têtes des Gémeaux, après avoir paſſé ſur une des pattes de la grande Ourſe.

242. Cette ligne prolongée au delà des têtes des Gémeaux, paſſe ſur les pieds des Gémeaux, qui ſont quatre étoiles ſur une ligne droite perpendiculaire à la premiere. Enfin, cette même ligne tirée de la grande Ourſe aux Gémeaux, étant prolongée au delà des pieds des Gémeaux, va aboutir à l'épaule orientale d'Orion, c'eſt-à-dire, à l'étoile α qui eſt la plus orientale & la plus boréale du grand quadrilatere d'Orion (236).

243. La ligne menée de Rigel par l'épaule occidentale d'Orion γ, va rencontrer vers le nord la corne auſtrale du Taureau ζ, de troiſieme grandeur, à même diſtance de γ d'Orion que celle-ci l'eſt de Rigel, c'eſt environ 14°. La corne boréale du Taureau β eſt de ſeconde grandeur; elle

eſt

est sur la ligne menée par l'épaule orientale α, & par la corne australe ζ, à 8° de celle-ci. L'écliptique passe entre les deux cornes du Taureau.

244. La constellation du LION peut se reconnoître par les deux étoiles précédentes α & β du carré de la grande Ourse (*fig.* 1); car ces deux étoiles qui nous ont servi à trouver l'étoile polaire du côté du nord (6), indiquent par leur alignement le Lion du côté du midi à 45° de la grande Ourse. Le Lion est un grand trapeze, où l'on remarque sur-tout une étoile de la premiere grandeur, appelée *Régulus* ou le cœur du Lion.

245. Le cœur du Lion est sur la ligne menée de Rigel par Procyon, mais à 37° de celui-ci; ainsi l'on a une seconde maniere de le reconnoître. La queue du Lion β est une étoile de la seconde grandeur, située un peu au midi de la ligne qui va de Régulus à Arcturus : elle est à 15° de Régulus vers l'orient.

246. Le CANCER ou l'Ecrévisse, est une constellation formée de petites étoiles qui sont difficiles à distinguer. La nébuleuse du Cancer est un amas d'étoiles, moins sensible que celui des Pléïades; on le rencontre à peu près en allant du milieu des Gémaux au cœur du Lion, ou de Procyon à la queue de la grande Ourse.

247. Au midi des trois étoiles du baudrier d'Orion, on voit une traînée d'étoiles qui forme ce qu'on appelle l'*épée*, & la nébuleuse d'Orion (296) : la direction de ces étoiles prolongée sur l'étoile ε, au milieu du Baudrier, va passer sur la corne australe ζ du Taureau, & ensuite sur le milieu de la constellation du COCHER : c'est un grand pentagone irrégulier, dont la partie la plus septentrionale a une étoile de la premiere grandeur, appelée la CHEVRE. On rencontre aussi la Chevre par le moyen d'une ligne menée sur les deux étoiles δ & α, les plus boréales du carré de la grande Ourse.

248. Le BÉLIER, la premiere des douze constellations de zodiaque, est formée principalement de deux étoiles de troisieme grandeur, assez voisines l'une de l'autre, dont la plus

occidentale β est accompagnée d'une plus petite étoile de 4ᵉ grandeur, appellée γ, ou la *premiere étoile du Bélier*, parce qu'elle étoit autrefois la plus près du point équinoxial; on reconnoît cette constellation par une ligne menée de *Procyon* à *Aldébaran*, qui va se diriger vers le Bélier, 36° plus loin qu'Aldébaran.

249. La Ceinture de PERSÉE est composée de trois étoiles, dont une de la seconde grandeur, passe à peu près au zénith de Paris. Elles forment comme un arc courbé vers la grande Ourse; la ligne tirée de l'étoile polaire aux Pléïades, passe sur la ceinture de Persée, & suffit pour la reconnoître, mais on y peut encore employer un autre alignement, celui des Gémeaux & de la Chèvre, dont la ligne se dirige vers la ceinture de Persée. La ligne menée du baudrier d'Orion par Aldébaran, va sur la tête de Méduse β, que Persée tient dans sa main.

250. Le CYGNE est une constellation fort remarquable, où il y a une étoile de la seconde grandeur; cette constellation a la forme d'une grande croix; la ligne menée des Gémeaux à l'étoile polaire, va rencontrer le Cygne de l'autre côté, & à pareille distance de l'étoile polaire. Cette remarque ne sert que dans les temps de l'année où on les voit en même temps sur l'horizon. Nous donnerons ci-après un autre alignement pour le Cygne (256).

251. Le carré de PÉGASE est formé par quatre étoiles de seconde grandeur, la plus boréale des quatre de ce carré forme la *tête d'Andromède*: la ligne tirée des deux précédentes de la grande Ourse β & α, par l'étoile polaire, va passer au delà du pole, sur le milieu du carré de Pégase. La ligne menée du baudrier d'Orion par le Bélier, va sur la tête d'Andromede; la ligne menée des Pléïades par le Bélier, va sur l'aîle de Pégase γ, ou *Algénib*, qui est une des quatre du carré; les deux autres sont à l'occident; la plus boréale des deux occidentales est β, *Scheat*; la plus méridionale, α ou *Markab*.

252. CASSIOPÉE est une constellation directement opposée à la grande Ourse par rapport à l'étoile polaire, en sorte

que la ligne ou le cercle qui va du milieu de la grande Ourse ou de l'étoile ε, par l'étoile polaire, va passer au milieu de Cassiopée de l'autre côté du pole. Cette constellation est formée de six à sept étoiles en forme d'un *y*, ou, si l'on veut, d'une chaise renversée; cette forme est assez équivoque, mais les étoiles de Cassiopée se font suffisamment remarquer, plusieurs étant de la seconde grandeur.

253. Céphée est une constellation comprise entre l'étoile polaire, Cassiopée & le Cygne. La ligne menée de l'étoile polaire à la queue du Cygne α, passe près des étoiles β & α de Céphée, l'une sur le ventre & l'autre sur l'épaule en les laissant toutes deux un peu du côté de Cassiopée. Avant que d'arriver à β, on laisse plus loin du même côté l'étoile γ, qui est sur la ligne menée des Gardes de la petite Ourse par le milieu de Cassiopée.

254. La petite Ourse a presque la même figure que la grande Ourse, & lui est parallele, mais dans une situation renversée. L'étoile polaire (6), qui est de la troisieme grandeur, fait l'extrémité de la queue; les quatre étoiles suivantes sont fort petites, n'étant que de la quatrieme grandeur, mais les deux dernieres du carré sont encore de troisieme grandeur; on les appelle les *Gardes* de la petite Ourse; elles sont sur la ligne menée par le centre du carré de la grande Ourse, perpendiculairement à ses deux grands côtés.

255. Le Dragon a une partie entre la Lyre & la petite Ourse, où les quatre étoiles de sa tête font un losange assez visible : sa queue est entre l'étoile polaire & le carré de la grande Ourse. La ligne menée par les deux Gardes de la petite Ourse β & γ, va se diriger vers l'étoile η du Dragon (qui est marquée par erreur ε dans le planisphère de Senex). Cette étoile est entre θ, plus méridionale, & ζ plus boréale, sur une même ligne qui se dirige presque vers le pole de l'écliptique (281), & un peu plus loin vers δ & ε du Dragon, pour aller traverser ensuite la constellation de Céphée, entre β & α.

256. L'une des diagonales du carré de Pégase se dirige au nord-ouest vers la queue du Cygne α; l'autre diagonale

du carré de Pégase se dirige au nord-est vers la ceinture de Persée ; elle passe d'abord vers l'étoile β de la ceinture d'Andromede, & ensuite vers l'étoile γ au pied d'Andromede. Ces deux étoiles β & γ, de seconde grandeur, divisent en trois parties égales l'espace compris entre la tête d'Andromede & la ceinture de Persée : la ligne qui les joint passe entre Cassiopée & le Bélier.

257. Les Constellations qui paroissent le soir en été n'ont pas des caracteres aussi marqués que celles d'hiver ; mais on les reconnoîtra par le moyen des précédentes. Quand le milieu de la queue de la grande Ourse, ou l'étoile ζ, est dans le méridien au dessus de l'étoile polaire, & au plus haut du ciel, ce qui arrive à 9^h du soir à la fin de mai, on voit *l'épi de la* Vierge dans le méridien du côté du midi, à 31° de hauteur à Paris ; c'est une étoile de la premiere grandeur. La diagonale du carré de la grande Ourse menée par α & γ, va marquer aussi à peu près cette étoile par sa direction, quoiqu'elle en soit éloignée de 68°. Enfin, cette étoile fait à peu près un triangle équilatéral avec Arcturus & la queue du Lion, dont elle est éloignée d'environ 33° (244).

258. On voit alors un peu à droite & plus bas que l'épi de la Vierge, un trapeze formé par les 4 principales étoiles du Corbeau, qui sont aussi sur la ligne menée par la Lyre & l'épi de la Vierge.

259 La ligne menée des dernieres étoiles du carré de la grande Ourse δ & γ, par le cœur du Lion, *Regulus*, va rencontrer à 22° plus au midi, *le cœur de l'Hydre femelle.* Sa tête est au midi de l'Ecrevisse, entre Procyon & Régulus, ou un peu plus méridionale. L'Hydre s'étend depuis le petit Chien jusqu'au dessous de l'épi de la Vierge.

260. La Coupe est située entre l'Hydre & le Corbeau, à l'occident de celui-ci ; le trapeze formé par les quatre principales étoiles de la coupe est assez remarquable.

261. La Lyre est une étoile de la premiere grandeur, l'une des plus brillantes de tout le ciel, qui fait presque un triangle rectangle avec Arcturus & l'étoile polaire, l'angle droit étant vers l'orient, à la Lyre.

262. La Couronne est une petite constellation, située près d'Arcturus, sur la lignée menée d'Arcturus à la Lyre. On la reconnoît facilement par les sept étoiles en forme de demi-cercle dont elle est composée : il y en a une de la seconde grandeur. Les deux premieres étoiles de la queue de la grande Ourse ε & ζ, formant une direction qui va rencontrer aussi la Couronne.

263. L'Aigle contient une belle étoile de la seconde grandeur, qui au midi de la Lyre & du Cygne ; on la distingue facilement, parce qu'elle est entre deux autres étoiles β & γ, de troisieme grandeur, qui forment une ligne droite avec la belle étoile, & qui en sont fort proches.

264. Antinous est une petite constellation située au dessous de l'Aigle.

265. La ligne ou le grand cercle qui passe par Régulus & l'épi de la Vierge, (c'est à peu près l'écliptique) va rencontrer plus à l'orient la constellation du Scorpion, qui est fort remarquable ; elle est composée de trois étoiles au front du Scorpion, dont une est de la seconde grandeur, qui forment un grand arc du nord au sud, & d'une étoile plus orientale, qui est comme le centre de l'arc ; cette étoile est de la premiere grandeur, & s'appelle Antarès ou le cœur du Scorpion. Les étoiles du front, en commençant par le nord, sont β, δ, π, ρ.

266. La Balance contient deux étoiles de la seconde grandeur, qui en forment les deux bassins ; la ligne de ces deux étoiles est à peu près perpendiculaire sur le milieu de celle qui est menée depuis Arcturus jusqu'au front du Scorpion, c'est-à-dire qu'elles sont placées dans le milieu de l'intervalle, quoiqu'un peu à l'occident de cette ligne. Le bassin austral est entre l'épi de la Vierge & Antarès, toutes trois étant fort près de l'écliptique ; il y a 21 degrés $\frac{1}{4}$ entre l'épi & le bassin austral, & 24 $\frac{2}{3}$ entre celle-ci & Antarès.

267. Le Sagittaire est une constellation qui suit le Scorpion, c'est-à-dire, qui est un peu à l'orient ; elle est sur la direction de l'épi de la Vierge & d'Antarès, qui suit à

peu près l'écliptique. Le Sagittaire contient plusieurs étoiles de troisieme grandeur, qui forment un grand trapeze, & deux étoiles du trapeze en forment un plus petit, avec deux autres étoiles; mais ce second trapeze est dans un sens perpendiculaire au premier.

268. Cette constellation est aussi marquée par une ligne menée depuis le milieu du Cygne sur le milieu de l'Aigle, car le Sagittaire est environ 35° au midi de l'Aigle, comme le Cygne est au nord de l'Aigle. Le Sagittaire est encore indiqué par la diagonale du carré de Pégase, menée de la tête d'Andromede par α de Pégase, & prolongée du côté du midi; c'est cette diagonale, qui, prolongée du côté du nord, indiquoit la ceinture de Persée (256).

269. Le cercle mené depuis Antarès jusqu'à l'étoile polaire, traverse d'abord la constellation d'OPHIUCUS ou du Serpentaire, & plus haut rencontre celle d'HERCULE. Ces deux constellations étant un peu difficiles à débrouiller, je vais les suivre avec quelque détail. La ligne menée depuis Antarès jusqu'à la Lyre, passe entre les deux têtes d'Hercule & d'Ophiucus, qui sont deux étoiles de seconde grandeur, fort proche l'une de l'autre, dont la ligne se dirige vers la Couronne. La plus méridionale & la plus orientale des deux est la tête d'Ophiucus.

270. La ligne menée par ces deux têtes va rencontrer γ d'Hercule 13° plus loin, & l'étoile β d'Hercule est à 3° au nord est de γ. La ligne menée de γ à β d'Hercule, va rencontrer ε d'Hercule vers le nord, & α du Serpent vers le midi, ou plutôt vers le sud-ouest; celle-ci forme aussi un triangle équilatéral avec la tête d'Hercule & la Couronne. La ligne tirée de la tête d'Ophiucus au bassin austral de la Balance, passe sur les étoiles ε & δ, l'une de la quatrieme grandeur, l'autre de la troisieme, qui sont à 1° ½ l'une de l'autre, sur une direction perpendiculaire au milieu de cette ligne; l'étoile δ est la plus septentrionale & la plus occidentale. Ces étoiles se dirigent au sud-est vers ζ au genou occidental d'Hercule, qui est à 7° ½ de ε, & presque vers η au genou oriental, qui est 9° ½ plus loin que ζ, du côté du nord.

ouest. Ces étoiles δ & ε se dirigent un peu au dessous de α du Serpent ; le groupe de ces deux étoiles δ & ε d'Ophiucus, fait à peu près un triangle équilatéral avec β de la Balance ou le bassin boréal, & α du Serpent. Près de celle-ci est δ du Serpent, 4° ½ au nord-ouest, & ε qui est 2° au sud-est. La direction de ces trois étoiles indique encore δ & ε d'Ophiucus, qui sont à 10° de ε du Serpent.

271. Les étoiles β & γ, sur l'épaule orientale d'Ophiucus, sont sur la ligne menée de la tête d'Hercule à celle du Sagittaire (267), sur le même méridien que la tête d'Ophiucus ; β est à 8°, & γ à 10° plus au midi que la tête d'Ophiucus ; leur direction passe entre les deux têtes d'Ophiucus & d'Hercule.

272. La ligne menée de la tête d'Hercule à celle d'Ophiucus, se dirige vers θ, extrémité de la queue du Serpent, qui est à 21° de la tête d'Ophiucus, vers l'occident ; c'est une étoile changeante (291), que nous désignerons encore ci-après (276).

273. La ligne menée des étoiles les plus orientales de la Couronne, qui regardent la Lyre, jusqu'à α du Serpent, passe sur la tête du Serpent entre γ & β de troisieme grandeur : celle-ci est la plus occidentale des deux. Le pied occidental d'Ophiucus est entre Antarès & β, ou la boréale au front du Scorpion. Son pied oriental est entre Antarès & μ, qui est la supérieure & l'occidentale, ou précédente de l'arc du Sagittaire : ses deux pieds sont sur l'écliptique même.

274. Le Capricorne est marqué par le prolongement de la ligne qui passe par la Lyre & l'Aigle ; il y a deux étoiles de troisieme grandeur α & β, à deux degrés l'une de l'autre, placées sur le prolongement de cette ligne, qui marquent la tête du Capricorne ; & à 20° de là, du côté de l'orient, deux autres étoiles γ & δ, situées de l'orient à l'occident à 2° l'une de l'autre, marquent la queue du Capricorne.

275. Fomahant, ou la bouche du Poisson austral, étoile de la premiere grandeur, est indiquée par la ligne menée

de l'Aigle à la queue du Capricorne, & prolongée 20° au delà. Tycho l'appelle *Fomahant*. M. Hyde *Pham-Al-Hut*. Flamsteed l'appelle *Fomalhaut*.

276. Le DAUPHIN est une petite constellation située environ 15° à l'orient de l'Aigle, formée par un losange de quatre étoiles de la troisieme grandeur. La ligne menée du Dauphin par le milieu des trois étoiles de l'Aigle, perpendiculairement à la ligne que forment ces étoiles, va passer vers θ, extrémité de la queue du Serpent, du côté de l'occident (272).

277. Le VERSEAU est désigné par une ligne menée de la Lyre sur le Dauphin, prolongée vers le midi, à la même distance du Dauphin que le Dauphin de l'Aigle, c'est-à-dire environ à 30°: le Verseau est un peu à l'orient de cette ligne. En allant du Dauphin à Fomahant, on traverse dans toute sa longueur la constellation du Verseau, & l'on passe d'abord entre les deux épaules α & β, qui sont deux étoiles de troisieme grandeur, à 10° l'une de l'autre, les plus remarquables de toute cette constellation.

278. La BALEINE est une grande constellation, située au midi du Bélier au dessous de l'espace qui est entre les Pléïades & le carré de Pégase. La ligne menée de la ceinture d'Andromede entre les deux étoiles du Bélier, va passer sur l'étoile α à la mâchoire de la Baleine, qui est une étoile de la seconde grandeur, à 25° des deux cornes du Bélier. La ligne menée de la Chevre par les Pléïades, va passer aussi vers α de la Baleine. La ligne menée par Aldébaran & la mâchoire de la Baleine, va passer sur la queue β de la Baleine, autre étoile de seconde grandeur, qui est à 42° plus loin, tout près de l'eau du Verseau.

279. Les POISSONS qui forment le douzieme signe du zodiaque sont peu remarquables dans le ciel; l'un des poissons est placé le long du côté méridional du carré de Pégase (251), sous α & γ de Pégase; l'autre Poisson est placé à l'orient du carré de Pégase, entre la tête d'Andromede & la tête du Bélier. L'étoile α au nœud du lien des Poissons, qui est de la troisieme grandeur, est située sur la lignée me-

née du pied d'Andromede par la tête du Bélier ; & sur celle menée des pieds des Gemeaux par Aldébaran, à 40° à l'occident de celle-ci ; elle fait aussi un triangle rectangle avec α de la Baleine & β ou γ du Bélier, au midi de celles-ci ; c'est l'étoile la plus remarquable de la constellation des Poissons.

280. Je ne conduirai pas plus loin ce détail des constellations ; les autres étant plus petites & moins remarquables, on aura besoin des cartes célestes pour les bien distinguer (232).

281. Après avoir appris à connoître le pole du monde (5), on doit être curieux de distinguer aussi le pole de l'écliptique, puisque c'est un des points les plus remarquables dans le ciel. Le pole boréal de l'écliptique est situé dans la constellation du Dragon, sur la ligne menée par les deux suivantes γ & δ de la grande Ourse ; il fait un triangle presque équilatéral avec la Lyre & α du Cigne ; il est aussi sur la ligne menée par les deux précédentes du quarré de la grande Ourse & par les gardes de la petite Ourse (254) ; 3^{d} au delà de l'étoile ε du Dragon, qui est à peu près sur la même ligne que les étoiles θ, η, ζ, ε, φ du Dragon, dont la direction s'étend d'Arcturus à Céphée & Cassiopée. L'étoile η est celle vers laquelle se dirigent les Gardes de la petite Ourse. Enfin, le pole de l'écliptique fait un triangle-rectangle & isoscèle avec l'étoile polaire & β de la petite Ourse, qui est la plus septentrionale des deux dernieres de la petite Ourse, l'angle droit est à l'étoile β.

282. Pour se mettre à portée d'estimer en degrés les distances des étoiles, il faut les mesurer sur le globe, on y verra par exemple qu'Arcturus est éloigné de 30° 29′ de la derniere étoile η de la queue de la grande Ourse ; les deux extrêmes des 3 étoiles du baudrier d'Orion ; sont éloignées de 2° $\frac{3}{4}$; les deux épaules sont distantes de 7° ; Aldébaran est éloigné de Sirius de 46° ; d'ailleurs j'en ai indiqué plusieurs dans les articles précédents.

Des Etoiles Changeantes & Nébuleuses.

283. L'HISTOIRE fait mention de plusieurs étoiles remarquables & nouvelles qui ont paru, & disparu ensuite totalement; nous en connoissons encore actuellement qui disparoissent de temps à autre, qui augmentent de grandeur & diminuent ensuite sensiblement. Il y en a d'autres qui ont été décrites par les anciens, comme des étoiles remarquables, & qui ne paroissent plus; d'autres enfin, qui paroissent constamment aujourd'hui, quoiqu'elles n'aient pas été décrites par les anciens; mais on peut attribuer une partie de ces différences à leur inattention, ou à l'erreur du catalogue des anciens, qui ne nous a été conservé qu'avec beaucoup de fautes, dans l'Almageste de Ptolomée.

284. Les plus anciens auteurs, tels qu'Homere, Attalus & Géminus, ne comptoient que six Pléïades; Simonide, Varron, Pline, Aratus, Hipparque & Ptolomée dans le texte Grec, les mettent au nombre de sept, & l'on prétendit que la septieme avoit paru avant l'embrasement de Troie; mais cette différence a pu venir de la difficulté de les distinguer, & de les compter à la vue simple.

285. L'histoire raconte plus précisément des apparitions d'étoiles nouvelles, 125 ans avant J. C. au temps d'Hipparque : (*Voyez* Pline, *l. II, c.* 24, 26); & au temps de l'Empereur Adrien, 130 ans après J. C.

286. Fortunio Liceti, Médecin célebre, mort à Padoue en 1656, a composé un Traité *de novis Astris*, où l'on peut trouver une ample érudition sur les étoiles nouvelles, dont les anciens ont parlé. Il rapporte, page 259, que Cuspinianus observa une étoile nouvelle l'an 389, près de l'Aigle, qu'elle parut aussi brillante que Vénus pendant trois semaines, & disparut ensuite. Il en cite plusieurs autres de différents siecles.

287. Mais une des plus fameuses de toutes les étoiles nouvelles a été celle de 1572 : elle fut remarquée au commencement de novembre, faisant un rhombe parfait avec les

étoiles α, β, γ, de la constellation de Cassiopée. Cette étoile parut dès le commencement fort éclatante, comme si elle se fût formée tout-à-coup avec tout son éclat ; elle surpassoit Sirius, la plus brillante des étoiles, & même Jupiter lorsqu'il est périgé : on l'appercevoit même pendant le jour. Dès le mois de décembre 1572, elle commença à diminuer jusqu'au mois de mars 1574, qu'on la perdit de vue. Elle n'avoit aucune parallaxe sensible (441) ni aucun mouvement propre apparent ; d'où il est aisé de conclure qu'elle étoit beaucoup plus loin de nous que Saturne, la plus éloignée de toutes les planètes ; sans quoi elle auroit eu une parallaxe annuelle sensible ; elle n'avoit point de chevelure comme les comètes ; mais elle brilloit comme les étoiles fixes.

288. La nouvelle étoile du Serpentaire, qui parut le 10 octobre 1604, fut à peu près aussi brillante que celle de 1572. Képler assure qu'elle n'avoit aucune parallaxe ni aucun mouvement par rapport aux autres étoiles ; d'où il paroît qu'elle étoit aussi beaucoup au dessus de la sphère de Saturne ; car la parallaxe annuelle produite par le mouvement de la terre, l'eût fait varier en apparence de plusieurs degrés, si elle eût été à la distance de Saturne (447).

289. On a observé dans le Cygne trois étoiles changeantes : la plus remarquable des trois est celle qui est appelée χ dans Bayer, & dont on observe encore les variations. M. Kirch remarqua en 1686 ces diversités de lumiere. Dans la suite, M. Maraldi & M. Cassini ayant observé plusieurs fois cette étoile, trouverent la période de son plus grand éclat de 405 jours. Voici les temps où elle sera la plus brillante d'ici à quelques années ; le 29 avril 1773, 9 juin 1774, 19 juillet 1775, le 27 août 1776, 7 octobre 1777 (*Mém. Acad.* 1759, *p.* 247). On doit observer que ces retours sont sujets à des inégalités physiques.

290. La deuxieme changeante du Cygne est située près de l'étoile γ qui est dans la poitrine. Elle fut découverte par Képler en 1600 ; pendant 19 ans qu'il l'observa, elle parut toujours de la même grandeur, n'étant pas tout-à-fait si

grande que γ à la poitrine du Cygne, mais plus que celle qui est dans le bec. M. Cassini l'observa de nouveau en 1655; Hevelius en 1665; en 1677, 1682 & en 1715, elle n'étoit que comme une étoile de sixieme grandeur.

291. La troisieme changeante du Cygne fut découverte le 10 juin 1670 par le P. Anthelme, près la tête du Cygne du côté de la fleche; elle étoit de 3e grandeur; mais le 10 août elle n'étoit plus que de 6e. Il la revit le 17 mars 1671, & la jugea de 4e grandeur. M. Cassini y remarqua cette année-là plusieurs variations. Elle n'a pas reparu depuis 1672.

M. Cassini le fils a parlé de plusieurs autres étoiles, ou qui sont perdues, ou qui paroissent changeantes ou nouvelles, telles que des étoiles de Cassiopée, de l'Eridan, de la Baleine, &c. (*Elém. d'Astron. p.* 73.)

292. Il est difficile de se former une idée nette de la cause qui peut faire changer & disparoître les étoiles, ou nous en montrer de nouvelles. Le P. Riccioli croyoit que peut-être il y avoit des étoiles qui n'étoient pas lumineuses dans toute leur étendue, & dont la partie obscure pouvoit se tourner vers nous, plus ou moins par une rotation des étoiles (931).

M. de Maupertuis, dans son *Discours sur les différ. fig. des astres*, publié à Paris en 1732, ayant fait voir que le mouvement de rotation d'un astre sur son axe peut produire dans cet astre un applatissement considérable, s'en sert pour expliquer le phénomène des étoiles nouvelles. Si quelqu'une de ces étoiles applaties a autour d'elle quelque grosse planète dans une orbite fort excentrique, & inclinée au plan de l'équateur de l'étoile, l'attraction de la planète, lorsqu'elle approchera de son périhélie, changera l'inclinaison de l'étoile plate, qui par-là nous paroîtra plus ou moins lumineuse. Une étoile que nous n'appercevrions point, parce qu'elle nous présentoit le tranchant, peut être visible, quand elle nous présentera une partie de son disque; c'est ainsi qu'on peut rendre raison du changement de grandeur qu'on a observé dans quelques étoiles, de leurs disparitions, de leurs retours, quoique l'hypothese paroisse d'abord peu vraisemblable.

293. La Voie lactée est une blancheur irréguliere qui semble faire le tour du ciel en forme de ceinture. On l'a appelée Cercle de Junon, Chemin de S. Jacques, &c. Démocrite jugea autrefois que la blancheur de cette trace céleste devoit être produite par une multitude d'étoiles trop petites pour être apperçues distinctement; c'étoit le sentiment de Manilius. Si cela est probable, il faut convenir au moins que cela n'est pas démontré; on voit avec les télescopes des étoiles dans toutes les parties du ciel, à peu-près comme dans la voie lactée. On trouvera la voie lactée tracée sur mon nouveau globe céleste, plus exactement qu'elle ne l'avoit été jusqu'à présent.

294. De même que la voie lactée forme une blancheur autour du ciel, on trouve aussi dans d'autres parties, où la voie lactée ne s'étend point, de petites blancheurs qui, à la vue simple, ressemblent à des étoiles peu lumineuses, & qui dans le télescope font une blancheur large & irréguliere, dans laquelle on ne trouve point d'étoiles, ou des espaces mêlés de cette blancheur & de petites étoiles; c'est ce qu'on appelle proprement nébuleuses; car il y en a quelques unes qui, dans la lunette, ne paroissent autre chose que des amas de petites étoiles.

295. La premiere nébuleuse proprement dite qu'on découvrit après l'invention des lunettes d'approche, fut celle d'Andromede, remarquée en 1612 par Simon Marius: elle ne paroît à la vue simple que comme un nuage; mais dans la lunette; elle paroissoit formée par trois rayons, blancs, pâles, irréguliers, qui étoient plus clairs en approchant du centre. M. le Gentil dit qu'elle change de forme. (*Mém.* 1759, *p.* 445, 465). Elle occupe environ un quart de degré. Boulliaud est persuadé qu'elle avoit été vue plus de 600 ans auparavant.

296. La nébuleuse d'Orion est au dessous du Baudrier ou des trois Rois (247). C'est la plus remarquable de toutes les nébuleuses. Cependant M. Huygens fut le premier qui l'observa, par hazard en 1656; elle est d'une figure irréguliere, alongée & courbe; sa blancheur est vive dans la lu-

nette, & l'on n'y diſtingue cependant que ſept petites étoiles dans une clarté pâle, mais uniforme. Il y a encore pluſieurs autres nébuleuſes : celles du Sagittaire, d'Antinoüs, d'Hercule, du Centaure, d'Andromede, du Serpentaire, du Sagittaire, &c. M. l'Abbé de la Caille, en travaillant à ſon catalogue des étoiles auſtrales qu'il a obſervées au Cap de Bonne-Eſpérance, en a remarqué 42 dont il a donné la poſition, & M. Meſſier en a obſervé pluſieurs dans l'hémiſphere boréal.

297. LA LUMIERE ZODIACALE que M. de Mairan compare à celle des nébuleuſes, eſt une clarté ou une blancheur ſouvent aſſez ſemblable à celle de la voie lactée. On l'apperçoit après le coucher du ſoleil, ſur-tout au commencement de mars, en forme de pyramide ou de fuſeau dont le ſoleil eſt la baſe ; elle a plus de 100° de longueur : il paroît que cette lumiere n'eſt que l'athmoſphère du ſoleil; elle a une ſituation ſemblable à celle de l'équateur ſolaire (959), & paroît en forme de ſphéroïde applati comme l'exige la rotation du ſoleil (945). Cette lumiere zodiacale eſt amplement décrite dans le *Traité des Aurores boréales* par M. de Mairan, imprimé en 1751 & en 1754.

298. LES AURORES BORÉALES, qui ſont le ſujet principal de cet ouvrage, ſont un phénomène lumineux, ainſi nommé parce qu'il a coutume de paroître du côté du nord ou de la partie boréale du ciel, & que ſa lumiere, lorſqu'elle eſt proche de l'horizon, reſſemble à celle du point du jour ou à l'aurore.

On voit ſouvent de ces Aurores boréales dans les pays du nord; on en obſerve rarement en Italie. On en vit une fameuſe le 19 octobre 1726 à Paris, qui fut ſuivie de pluſieurs autres; elles porterent M. de Mairan à rechercher la cauſe de ces phénomènes, & il penſa l'avoir trouvée dans la lumiere zodiacale (297) ou athmoſphère du ſoleil, qui venant à rencontrer les parties ſupérieures de notre air, y dépoſe quelques particules lumineuſes qui tombent dans l'athmoſphère terreſtre, à plus ou moins de profondeur, ſelon que ſa peſanteur ſpécifique eſt plus ou moins grande.

299. Mais les Aurores boréales me ſemblent avoir bien plus de rapport avec les phénomènes électriques; elles font varier ſenſiblement la direction de l'aiguille aimantée; elles électriſent des pointes iſolées, placées dans de grands tubes de verre; on aſſure même avoir entendu dans les Aurores boréales un pétillement ſemblable à celui des étincelles électriques. Suivant les rapports qu'on obſerve entre la matiere de l'aimant & celle de l'électricité, je ne ſerois point étonné que la matiere électrique ſe portât vers le nord, & ſortît par les poles de la terre, vers les parties ſur-tout où il y a le plus de minéraux; dans ce cas, elle pourroit produire les aurores boréales, qui ſont en effet preſque continuelles dans les régions ſeptentrionales, comme on le voit dans la *Figure de la terre de MM. de Maupertuis, &c.*

Nous n'avons renfermé dans ce 1er livre que les premiers principes de la ſphère & la connoiſſance la plus ſimple des conſtellations & des étoiles fixes; le détail de leurs mouvements, ſoit réels ſoit apparents, ſe trouvera dans le livre VII, à peu près dans l'ordre des temps où l'on s'en eſt occupé, ou de la difficulté qu'on doit trouver à en ſuivre les détails.



LIVRE SECOND.

FONDEMENTS DE L'ASTRONOMIE, ET SYSTEMES DU MONDE.

300. LES premiers fondements de l'aſtronomie ſont ceux dont l'application doit être la plus générale, & influer le plus ſur tout le reſte de cet ouvrage. J'ai renfermé ſous ce titre, 1°. la recherche des mouvements du ſoleil, auquel nous ſommes obligés de rapporter tous les autres mouvements; 2°. les poſitions des étoiles fixes qui ſervent à connoître exactement celles de tous les autres aſtres; 3°. la meſure du temps, ſes inégalités, & ſon équation, qui eſt un préliminaire de tout calcul aſtronomique; 4°. la maniere de trouver l'heure du paſſage au méridien, du lever & du coucher d'un aſtre; enfin, j'y ai joint, à meſure que l'occaſion s'en eſt préſentée, les problêmes qui ſont les plus uſités dans l'Aſtronomie ſphérique.

301. Il ſembleroit qu'on ne peut lire cette partie ſans connoître un peu les regles de la trigonométrie ſphérique, ou ſavoir du moins les employer, c'eſt-à-dire, faire une régle de trois par le moyen des ſinus & des logarithmes; mais on peut avoir une idée aſſez complette de l'aſtronomie, ſans en exécuter les calculs, & l'on peut encore les exécuter même ſans connoître les démonſtrations de la trigonométrie ſphérique. On les trouvera dans les traités de M. de Parcieux, de M. Mauduit, d'Ozanam, de Rivard, de la Caille & de M. Bézout, comme dans mon grand ouvrage d'aſtronomie, & après une premiere lecture des principes de cette ſcience, on pourra s'exercer ſur la trigonométrie ſphérique pour relire l'aſtronomie avec plus de fruit, ſurtout dans le cas où l'on ſe propoſeroit d'approfondir cette ſcience & d'en faire des applications.

302. Il importe seulement de bien remarquer trois choses avant que d'entrer en matiere. 1°. Les angles sphériques dans le ciel sont formés par la rencontre de deux grands cercles, & sont mesurés par un autre arc de grand cercle, qui auroit son pole dans le sommet de l'angle que l'on mesure; ainsi l'angle ♈, (*fig.* 18) formé par l'équateur ♈ *Q*, & par l'écliptique ♈ *C*, est de la même quantité que l'arc *C Q* décrit à 90° du sommet ♈; l'arc est la mesure de l'angle. 2°. Les arcs perpendiculaires à un grand cercle vont tous se rencontrer au pole de ce cercle. 3°. Dans tout triangle sphérique, dont on connoît trois choses prises à volonté parmi les trois côtés ou les trois angles, on peut toujours trouver les trois autres par les regles de la trigonométrie sphérique. Ces notions suffisent pour entendre ce que nous avons à dire dans ce livre; je n'ai pas voulu embarrasser les commencements de ce traité par un détail ennuyeux de formules & de calculs.

Du mouvement & des inégalités du Soleil.

303. L'Observateur qui veut lui seul former un cours d'observations, & suivre les progrès des anciens astronomes dans leurs recherches, doit commencer par déterminer la hauteur du pole, ou la latitude du lieu où il est (33); il reconnoîtra la direction de l'écliptique ou du cercle que décrit le soleil en un an; enfin il reconnoîtra les points où l'écliptique coupe l'équateur (66), l'angle qu'elle fait avec ce cercle, ou la quantité dont elle s'éloigne de l'équateur dans les points solsticiaux (70); il sera pour lors en état de déterminer le progrès du soleil dans l'écliptique, & les points où il se trouve chaque jour; c'est la premiere espece d'observations dont il ait besoin.

Soit *E Q* (*fig.* 21) l'équateur, *H O* l'horizon, *E S* l'écliptique inclinée en *E* de 23° ½ sur l'équateur; *S* le soleil à midi au moment qu'il passe par le méridien *S A B*; si j'observe (art. 23), de combien de degrés est sa hauteur au dessus de l'horizon, c'est-à-dire que je mesure l'arc *S B*, &

que j'en retranche la hauteur *A B* de l'équateur, qui eſt toujours la même, (à Paris de 41 deg. 10′) je reconnoîtrai *S A*, diſtance du ſoleil à l'équateur, que l'on appelle *Déclinaiſon du ſoleil* (91); or, dans le triangle ſphérique *S E A*, formé par des arcs de l'équateur, de l'écliptique & du méridien, on connoît l'angle *E* de $23^{\circ}\frac{1}{2}$, & le côté oppoſé *S A* qui eſt la déclinaiſon du ſoleil, avec l'angle *A* qui eſt droit, parce que les méridiens ſont néceſſairement perpendiculaires à l'équateur (21); on trouvera par le trigonométrie ſphérique l'hypothénuſe *E S*, qui eſt la longitude du ſoleil, c'eſt-à-dire, ſa diſtance au point équinoxial *E*, meſurée le long de l'écliptique.

304. EXEMPLE. Le 22 mars 1752, à l'obſervatoire royal de Berlin, avec un quart-de-cercle de 5 pieds de rayon, j'obſervai la hauteur du bord du ſoleil, & je conclus de mon obſervation, que la hauteur vraie du centre du ſoleil étoit de 38° 22′ 27″; j'avois déterminé précédemment la hauteur de l'équateur de 37° 28′ 30″; celle-ci étant ôtée de celle du ſoleil, il reſte 0° 53′ 57″ pour la déclinaiſon vraie du ſoleil, & ſuppoſant pour l'obliquité de l'écliptique 23° 28′ 11″, j'ai fait cette proportion pour réſoudre le triangle ſphérique *E S A*: le ſinus de 23° 28′ 11″, ou de l'angle *E*, eſt au ſinus de 53′ 57″, qui eſt le côté *A S*, comme le ſinus total, qui eſt toujours l'unité, eſt au ſinus de l'hypothénuſe *E S*, ou de la longitude du ſoleil, qui s'eſt trouvée par cette proportion être de 2° 14′ 47″.

305. Le côté *E S* trouvé par cette proportion n'eſt que la diſtance à l'équinoxe le plus prochain *E*; ſi l'obſervation avoit été faite au mois de ſeptembre, dans le temps que le ſoleil ſe rapproche de l'équateur & que ſa déclinaiſon va en diminuant, le réſultat de notre proportion ſeroit ſeulement la diſtance à l'équinoxe d'automne meſurée le long de l'écliptique. Soit ♈ *D K C B* ♎ *N R*, *fig.* 22, l'équateur développé en ligne droite, ♈ *H* ♎ ♑ l'écliptique dont la premiere moitié ♈ *H* ♎ étant au deſſus ou au nord de l'équateur, a une déclinaiſon boréale, tandis que les ſix derniers ſignes ♎ ♑ *R* ont une déclinaiſon auſtrale; ſi le ſoleil étoit en *G*

avec une déclinaiſon *B G*, la regle précédente auroit fait trouver l'hypothénuſe *G* ♎, & ſon ſupplément a ſix ſignes, ♈ *S H G* ſeroit la longitude du ſoleil. Si la déclinaiſon du ſoleil étoit auſtrale, telle que *A F*, ſa hauteur ſeroit moindre que la hauteur de l'équateur, du moins dans nos régions ſeptentrionales, il faudroit retrancher la hauteur obſervée de la hauteur de l'équateur pour avoir la déclinaiſon; l'hypothénuſe trouvée par l'analogie précédente ſeroit ♎ *A* diſtance à l'équinoxe d'automne, & il faudroit y ajouter 180° ou le demi-cercle entier ♈ *H* ♎ pour avoir la longitude du ſoleil comptée depuis l'équinoxe du printemps ou depuis le Bélier, c'eſt-à-dire l'arc ♈ *H* ♎ *A*.

Enfin, ſi la déclinaiſon du ſoleil étant encore auſtrale étoit comme *P Q*, entre le ſolſtice d'hiver ♑ & l'équinoxe du printemps *R*, on ne trouveroit par notre regle que l'hypothénuſe *PR*, & il faudroit prendre ſon complément à 12 ſignes ou à 360° pour avoir la longitude entiere ♈ *SHGAP* comptée d'occident en orient depuis le point d'où l'on étoit parti pour compter les longitudes.

306. Telle eſt la méthode dont les anciens aſtronomes ſe ſont ſervis pour trouver chaque jour la longitude du ſoleil, par le moyen de ſa hauteur & de ſa déclinaiſon, (Copernic, *liv. II. c.* 14.) Les aſtronomes modernes ont cherché le moyen de ſupprimer dans cette méthode la néceſſité de connoître la hauteur de l'équateur, & par conſéquent la déclinaiſon du ſoleil : ſuivant la méthode de Flamſteed ſuivie par M. de la Caille & par tous les aſtronomes, on compare le ſoleil à une étoile *E* ou *L* (*fig.* 22) lorſqu'il eſt dans le même parallele que l'étoile, ou du moins qu'il en eſt également éloigné; par ces deux obſervations faites à 4 ou 5 mois l'une de l'autre, on a ces différences d'aſcenſions droites *B C* & *C D*, c'eſt-à-dire le mouvement total *B D* dont la moitié *B K* eſt le complément de *B* ♎ ou ♈ *D*, c'eſt-à-dire de l'aſcenſion droite du ſoleil.

C'eſt ainſi qu'on détermine le lieu du ſoleil, & par conſéquent ſes inégalités : connoiſſant la durée de l'année ſolaire (80), c'eſt-à-dire le temps qu'il emploie à décrire 360°,

il est aisé de trouver combien de degrés de longitude il doit avoir tous les jours de l'année, & de voir si cela est d'accord avec les degrés de la vraie longitude observée de jour à autre. On dut trouver bientôt qu'en effet le soleil étoit quelquefois plus avancé d'environ 2° qu'il n'auroit dû l'être, en suivant cette longitude moyenne, égale ou uniforme, distribuée proportionnellement sur tous les jours de l'année, & que six mois après la longitude vraie étoit au contraire moins avancée, ou plus petite de 2° que la longit. moyenne.

307. Lorsqu'on partage 360° ou 1296000″ en 365 ¼ parties, on trouve que le soleil doit faire 59′ 8″ & $\frac{1}{10}$ par jour, ainsi en additionnant cette quantité 365 fois de suite, il est aisé de trouver par chaque jour combien de degrés & de minutes doit avoir la longitude du soleil, en supposant qu'elle croisse réguliérement & d'une maniere uniforme, c'est-à-dire, tous les jours d'une même quantité : la longitude ainsi trouvée pour chaque jour, par l'addition successive du mouvement diurne ou de 59′ 8″, s'appellera désormais LONGITUDE MOYENNE.

308. Lorsque les astronomes eurent observé pendant une année de suite, en suivant la méthode précédente (305), le lieu vrai du soleil dans l'écliptique tous les jours à midi, ils virent que cette longitude vraie observée n'étoit pas toujours égale à la longitude moyenne calculée par avance pour chaque jour : la longitude vraie du soleil n'est égale à la longitude moyenne que vers le commencement de janvier & de juillet ; elle est plus grande au mois d'avril d'environ 2°, ou plus exactement 1° 55′ 31″, c'est-à-dire, que le premier avril le soleil est réellemant au point où il devoit être le 3, ou deux jours après, s'il avoit avancé uniformément dans l'écliptique depuis le premier de janvier, & si sa longitude vraie étoit toujours égale à sa longitude moyenne ; au contraire vers le commencement d'octobre, la longitude vraie est moins avancée de la même quantité que n'est la longitude moyenne : cette inégalité du soleil, ou cette différence s'appelle EQUATION DE L'ORBITE ou *équation du centre.*

309. La premiere idée que l'on dut avoir de la cause de cette inégalité, fut qu'elle étoit seulement apparente. Le soleil, disoient les premiers Philosophes, doit décrire un cercle, puisque c'est la plus parfaite de toutes les figures, & il doit le décrire uniformément, puisque le mouvement uniforme est le plus parfait de tous; mais si la terre où nous sommes placés, n'est pas le centre de ce cercle, dès-lors les parties du cercle les plus éloignées de nous, paroissent plus petites que les portions les plus voisines, & le mouvement du soleil nous paroît plus lent daas les parties les plus éloignées. Soit *E* (*fig.* 23) le centre du cercle *NAPB* que décrit le soleil chaque année, & *F* un autre point où la terre soit placée; le soleil étant en *N*, sera plus éloigné de nous que lorsqu'il sera en *P*, les espaces qu'il parcourt chaque jour nous paroîtront plus petits, & le soleil sera plus longtemps à parcourir la portion *BA* que la partie *CD*, quoique l'une & l'autre nous paroisse être de 90°, étant mesurées par des angles droits *BFA*, *CFD*.

Si l'on tire par le centre *E* les lignes *GE*, *HE*, qui fassent aussi des angles droits, on verra bien que le quart de la révolution moyenne s'acheve de *G* en *H*, quoique le quart de la révolution vraie n'ait lieu que de *A* en *B*, les arcs *BH* & *AG* marquent l'inégalité du soleil.

310. Le point *N* du grand orbe qui est le plus éloigné de la terre, s'appelle APOGÉE (*a*), & le point opposé *P*, où il est le plus près de nous, se nomme PÉRIGÉE (*b*) la quantité *EF*, ou la distance entre le centre de l'orbite & le point où est supposé l'observateur, s'appelle L'EXCENTRICITÉ DU SOLEIL; la distance du soleil à son apogée s'appelle L'ANOMALIE (*c*), c'est par exemple l'arc *AN* lorsque le soleil est en *A*. Quand nous aurons démontré dans le livre suivant que c'est véritablement la terre qui décrit une orbite semblable autour du soleil, nous appellerons APHÉ-

(*a*) Ἀπω, *longè*, *procul*. (*b*) Περὶ, *propter*; γῆ, *Terra*.

(*c*) Ἀνώμαλος; *inequalis*, *Anomalie*, signifie proprement en astronomie l'*indication* ou l'*argument* de l'inégalité.

LIE (*a*), le point *N* où la terre ſera la plus éloignée du ſoleil *F* & PÉRIHELIE le point *P* qui en ſera le plus près.

On donne auſſi en général le nom d'APSIDES (*b*) aux deux points extrêmes *N* & *P* d'une orbite lorſqu'on les conſidere relativement au point *F* où l'obſervateur eſt placé, & autour duquel ſe fait le mouvement.

311. Ce que nous venons d'expliquer par un cercle excentrique, peut s'expliquer tout de même par un cercle *homocentrique*; c'eſt-à-dire dont le centre répond au centre même de la terre, chargé d'un épicycle. Soit *F* (*fig.* 24), le centre du cercle *ABL* que le ſoleil eſt ſuppoſé décrire autour de la terre placée au centre; *GHK* un petit cercle appelé épicycle, dont le centre *B* parcourt uniformément la circonférence *ABL* d'occident en orient, tandis que le ſoleil lui-même parcourt l'épicycle en ſens contraire de *G* en *H*, ou d'orient en occident. On ſuppoſe que le point *G* de l'épicycle qu'on appelle l'apogée, parce qu'il eſt le plus éloigné de la terre, ſe ſoit trouvé ſur le rayon *FA* au commencement du mouvement; on prend l'arc *GH* du même nombre de degrés que l'arc *AB*, & le point *H* eſt le lieu où l'on ſuppoſe le ſoleil, tandis que le point *B* eſt le centre de l'épicycle. Si nous prenons enſuite *FE* parallele & égale à *BH*, & que du point *E*, comme centre, nous décrivions un autre cercle *NHPC*, dont le rayon *EH* ſoit égal à *FB* ou *FA*; ce cercle *NHC* ſera préciſément la même choſe que l'excentrique décrit par le ſoleil dans l'hypotheſe précédente (309), tel que le ſuppoſoit Ptolomée; l'angle *NEH* eſt le même dans les deux cas, c'eſt le mouvement vrai & uniforme du ſoleil égal à l'arc *NH*, tandis que le mouvement vu du point *F*, eſt plus petit, parce que la diſtance *FN* du ſoleil dans l'apogée eſt plus grande que la diſtance *FP* dans le Périgée; l'arc *NH* décrit ſur l'excentrique dans

(*a*) Ἀπὸ, *longè*, περὶ, *propè*, Ἥλιος, *ſol.*

(*b*) *Apſide* vient de Ἀψὶς, *curvatura in rotam*, qui ſignifie auſſi une tortue, parce que les Apſides ſont les points où l'orbite ſe replie, pour ainſi dire, en changeant de direction.

la premiere hypothèse, est le même que l'arc *AB* décrit par le centre de l'épicycle dans la seconde hypothèse ; l'un & l'autre est proportionnel au temps, c'est-à dire, augmente de 59′ 8″ par jour : l'inégalité dans la premiere hypothèse consiste en ce que l'arc *NH* est vu du point *F*, au lieu d'être vu de son centre *E* ; & dans l'hypothèse des épicycles, c'est toujours la quantité *NH* vue du point *F*, qui est le véritable arc décrit par le soleil, puisqu'il étoit en *N* au commencement du mouvement, & qu'il se trouve parvenu en *H*. Ainsi l'on expliquoit également dans ces deux hypothèses l'inégalité apparente du soleil, vue de la terre, en supposant le mouvement du soleil circulaire & uniforme.

312. Cette inégalité du soleil, que tous les anciens expliquoient par le moyen d'une orbite excentrique, ou d'un épicycle, fut également observée dans les planètes, qui toutes ont en effet des orbites excentriques ; mais ce n'est que dans le temps de leurs conjonctions & de leurs oppositions au soleil, c'est-à-dire quand elles sont du même côté que le soleil ou directement opposées, que l'on peut mesurer cette inégalité. Toutes les fois qu'elles sont à droite ou à gauche du soleil, & qu'elles ne sont pas, par rapport à nous, dans la même ligne que cet astre, les planètes ont pour nous une autre inégalité encore plus considérable : elle vient de ce que nous ne sommes point dans le soleil, auquel se rapportent réellement leurs orbites, & autour duquel elles tournent ; mais les anciens qui ne connoissoient pas cette explication, & qui ne comprenoient rien à la cause de cette *seconde inégalité*, se contentoient de l'expliquer par un second épicycle, ou bien par un cercle excentrique qu'ils chargeoient d'un épicycle (380).

313. La hauteur méridienne du soleil qui a servi à déterminer sa longitude (303), peut servir également à trouver son ascension droite : lorsqu'on connoît la déclinaison *AS* (*fig.* 21), on peut dans le triangle *SEA*, où l'on connoît trois choses, trouver également le côté *AE*, qui est la distance du soleil à l'équinoxe comptée sur l'équateur, & l'angle *S* formé par l'écliptique *ES* & par le cercle de la déclinaison

SA; le complément de ce dernier angle est l'angle du cercle de latitude & du cercle de déclinaison, que l'on appelle *angle de position*.

314. Quand on connoît tous les jours ou la longitude ou l'ascension droite du soleil, il est aisé de voir le jour & l'heure où arrive l'équinoxe, c'est-à-dire où le soleil a zéro pour longitude, & où son ascension droite & sa déclinaison sont également nulles. Les anciens observoient les équinoxes par le moyen d'un cercle ou anneau de bronze qui étoit incliné comme l'équateur, & dont la concavité cessoit d'être éclairée le jour que le soleil étoit dans le plan de l'équateur.

315. LA DURÉE DE L'ANNÉE est encore une suite de la détermination des équinoxes, car l'intervalle entre un équinoxe & celui de l'année suivante, est la durée de l'*année solaire* ou du retour des saisons. Si l'on prend deux équinoxes observés à mille ans l'un de l'autre, & qu'on partage l'intervalle total en mille parties, on aura plus exactement la longueur de l'année ; c'est ainsi que je l'ai trouvée de 365 jours $5^h\ 48'\ 45''$. Nous parlerons ci-après de l'année sydérale qui se rapporte aux étoiles & non aux équinoxes, ce qui fait une petite différence pour les retours du soleil (321).

316. L'ascension droite du soleil trouvée immédiatement par la méthode précédente, sert à trouver celles des étoiles, & à former nos catalogues. En effet, pour connoître la longitude d'une étoile ou d'un astre quelconque, il faut en observer d'abord l'ascension droite & la déclinaison. Pour connoître l'ascension droite d'un astre, il suffit de le comparer avec le soleil, dont l'ascension droite peut être connue tous les jours par la méthode de l'art. 313, ou bien avec une des étoiles qu'on a déterminées en même temps. Ainsi le problême se réduit à trouver l'ascension droite du soleil ; c'est ici le terme fixe donné par la nature, d'où il faut absolument partir, & auquel on doit tout rapporter. En effet les longitudes se comptent d'un point qui n'est donné & connu que par le mouvement du soleil, (puisque c'est l'intersection de la route du soleil avec l'équateur) ; ce point n'est pas marqué dans le ciel, c'est le soleil qui nous en in-

dique la place : ce n'eſt donc que par le moyen du ſoleil qu'on peut déterminer la diſtance d'un aſtre au point équinoxial, en déterminant ſéparément la diſtance de l'aſtre au ſoleil, & celle du ſoleil à l'équinoxe.

317. Quand on connoît exactement l'aſcenſion droite du ſoleil ou d'une étoile, on obſerve la différence entre ſon paſſage au méridien & celui des autres étoiles, & l'on en conclut l'aſcenſion droite de chacune. Pour avoir l'heure du paſſage au méridien d'une étoile, ou la différence entre le temps de ſon paſſage & celui d'une autre étoile, on pourroit ſe ſervir d'une méridienne ſur laquelle on auroit élevé des fils à-plomb ; mais on ſe ſert actuellement de la méthode des hauteurs correſpondantes (322) ou bien d'une lunette méridienne qui tourne autour d'un axe horizontal, ſans quitter le plan du méridien.

Pour avoir la déclinaiſon d'une étoile, il ſuffit d'obſerver ſa hauteur méridienne, & de prendre la différence entre cette hauteur & celle de l'équateur, ainſi que nous l'avons fait pour le ſoleil (303).

318. Connoiſſant l'aſcenſion droite & la déclinaiſon d'un aſtre, on trouvera ſa longitude & ſa latitude par la trigonométrie ſphérique ; mais à cauſe de l'uſage des ſinus, il faut avoir ſoin de prendre, au lieu de l'aſcenſion droite donnée, la diſtance au plus prochain équinoxe (305).

Soit *AE* (*fig.* 25) l'aſcenſion droite d'un aſtre quelconque, ou ſa diſtance au plus prochain équinoxe, comptée ſur l'équateur & moindre que 90°; *AS* la déclinaiſon du même aſtre, ou ſa diſtance à l'équateur, *EC* l'écliptique, *SB* la latitude cherchée de l'aſtre *S*, meſurée par un arc perpendiculaire à l'écliptique, & *EB* ſa longitude, ou plutôt ſa diſtance à l'équinoxe le plus prochain, comptée ſur l'écliptique ; on imaginera un grand cercle *ES*, allant du point équinoxial à l'étoile, pour former un triangle ſphérique *SEA*, rectangle en *A*, avec l'aſcenſion droite & la déclinaiſon de l'aſtre, & un autre triangle ſphérique *SBE* rectangle en *B* avec la longitude & la latitude du même aſtre. On réſoudra d'abord le triangle *SAE*, rectangle en *A*, dans

lequel on connoît les deux côtés, & l'on trouvera l'angle *SEA* & l'hypothénuse *SE*. Par le moyen de l'angle *SEA* & de l'angle *BEA*, qui est l'obliquité de l'écliptique de $23^{\circ}\frac{1}{2}$, on formera l'angle *SEB*, qui sera leur différence, si le point *S* & le point *B* sont tous les deux au dessus ou tous les deux au dessous de l'équateur *EA*, au contraire l'angle *SEB* sera la somme de l'angle *SEA* & de l'obliquité *AEB*, si l'astre *S* & le point *B* de l'écliptique qui lui répond, sont l'un au nord & l'autre au midi de l'équateur, comme dans la *fig.* 26. Lorsqu'on aura formé l'angle *SEB*, on s'en servira avec l'hypothénuse *SE* pour connoître la longitude *EB* & la latitude *BS*, d'une étoile rapportée à l'écliptique, c'est ainsi que l'on a construit les catalogues d'étoiles où sont marquées les longitudes & les latitudes de chacune, en signes, degrés, minutes & secondes. Les plus considérables sont le catalogue Britannique de *Flamsteed*, & celui des étoiles australes de *la Caille*.

En même temps qu'on calcule la longitude d'une étoile, il est facile de calculer l'angle de position *BSA* ou *BSF*, formé par le cercle de latitude *BS* & le cercle de déclinaison *SA*. On le trouveroit également par la figure 27, en supposant que *PZ* soit le colure des solstices, *P* le pole du monde & *Z* le pole de l'écliptique, l'angle *P* le complément de l'ascension droite, l'angle *Z* le complément de la longitude, *PS* le complément de la déclinaison, *ZS* le complément de la latitude ; ainsi l'on peut prendre trois de ces quantités pour trouver l'angle de position *PSZ*.

319. Lorsqu'on eut ainsi déterminé les positions des différentes étoiles, on ne tarda pas à reconnoître que leurs longitudes augmentoient peu à peu. Hipparque de Rhodes, le plus célebre des anciens astronomes, reconnut 128 ans avant l'ere vulgaire, que les longitudes des étoiles, par rapport aux équinoxes, étoient plus grandes que suivant les observations de Tymocharès & d'Aristylle, 294 ans avant J. C. & suivant la sphere d'Eudoxe, qui avoit écrit 400 ans avant J. C. mais dont la sphere se rapportoit à des siecles encore plus éloignés. Ce changement des étoiles en longi-

tude est bien plus sensible aujourd'hui, quand on compare le catalogue de Ptolomée avec les nôtres, ou les observations qu'il rapporte avec celles que nous faisons.

L'épi de la Vierge, suivant les observations d'Hipparque, 128 ans avant J. C. précédoit de 6 degrés l'équinoxe d'automne, c'est-à-dire, que sa longitude étoit de $5^s\ 24^d\ 0^m$.
Mais on trouve pour 1750 cette longitude $5^s\ 20^d\ 21^m$.

La différence ou l'augmentation est de . . . $26^d\ 21^m$.

320. Après un grand nombre de comparaisons semblables, je trouve que le changement des étoiles, ou la précession des équinoxes est de $1^d\ 23'\ 10''$ par siecle, & que la révolution totale des étoiles, ou plutôt celle des équinoxes par rapport aux étoiles, est de 25972 ans. Cette quantité n'est pas parfaitement uniforme, on trouve quelque différence d'un siecle à l'autre (758).

321. Les étoiles n'étant pas toujours à la même distance des équinoxes, & s'en éloignant chaque année de $50''$, le soleil ne revient aux mêmes étoiles que $20'$ plus tard qu'aux équinoxes, parce qu'il lui faut $20'$ pour faire $50''$; ce retour est ce qu'on appelle l'*année sydérale*, & sa durée est de $365^j\ 6^h\ 9'\ 11''$, tandis que le retour des saisons, qu'on appelle aussi *année tropique*, n'est que de $365^j\ 5^h\ 48'\ 45''\frac{1}{2}$; c'est cette année tropique dont on se sert pour former les années civiles, qui sont de 365 jours, & quelquefois de 366.

De la Méthode des Hauteurs correspondantes.

322. Les différences d'ascension droite étant le fondement de la méthode par laquelle nous venons de déterminer les lieux du soleil & des étoiles fixes (316), il est nécessaire d'expliquer ici la méthode la plus naturelle & la plus exacte qu'on ait pour déterminer ces différences d'ascension droite, ou les différences des passages au méridien entre deux astres, c'est-à-dire, pour déterminer le moment où chacun des deux astres a passé par le méridien.

On a vu, à l'occasion de la maniere de tracer une méri-

dienne (155), que les aſtres ſont également élevés une heure avant le paſſage au méridien & une heure après; ainſi pour avoir rigoureuſement le temps où un aſtre a paſſé au méridien, il ſuffit d'obſerver, par le moyen d'une horloge à pendule, le moment où il s'eſt trouvé à une certaine hauteur vers l'orient en montant & avant ſon paſſage par le méridien, & d'obſerver enſuite le temps où il ſe trouve à une hauteur égale en deſcendant vers le couchant après le paſſage au méridien : le milieu entre ces deux inſtants à l'horloge, ſera le temps que l'horloge marquoit quand l'aſtre a été dans le méridien.

323. Suppoſons que le bord du ſoleil ait été obſervé le matin avec le quart-de-cercle, dont nous donnerons bientôt la deſcription, & qu'on ait trouvé ſa hauteur de 21° lorſque l'horloge marquoit $8^h\ 50'\ 10''$; ſuppoſons que pluſieurs heures après, & le ſoleil ayant paſſé au méridien, on retrouve encore ſa hauteur de 21° vers le couchant, au moment où l'horloge marque $2^h\ 50'\ 30''$; il s'agit de ſavoir combien il y a de temps écoulé entre $8^h\ 50'\ 10''$ du matin, & $2^h\ 50'\ 30''$ du ſoir; on prendra le milieu de cet intervalle, & ce ſera le moment du midi, ſur l'horloge dont on s'eſt ſervi, ſoit qu'elle fût bien à l'heure, ou qu'elle n'y fût pas.

324. Pour prendre le milieu entre ces deux inſtants, il faut, ſuivant une regle de la plus ſimple arithmétique, ajouter enſemble les deux nombres, & prendre la moitié de la ſomme; mais au lieu de 2 heures après midi il faut écrire 14 heures, parce que l'horloge doit être ſuppoſée avoir marqué de ſuite les heures dans l'ordre naturel depuis 8 heures juſqu'à 14, au lieu que dans le fait & par l'uſage de l'horlogerie, elle a fini à 12 pour recommencer 1, 2, &c Cette irrégularité de l'horloge dérangeroit le calcul, ſi l'on n'y avoit pas égard.

Heure où le bord du ſoleil étoit à 21° le matin,	$8^h\ 50'\ 10''$
Heure où le bord étoit à 21° le ſoir . . .	14 50 30
Somme des deux nombres	$23^h\ 40'\ 40''$
Moitié de la ſomme	11 50 20

Ainsi quand le soleil étoit dans le méridien à sa plus grande hauteur, & à distances égales des deux hauteurs observées, l'horloge marquoit 11h 50′ 20″, c'est-à-dire qu'elle étoit en retard sur le soleil de 9′ 40″. Les astronomes s'inquietent peu que leurs horloges avancent ou retardent, pourvu qu'ils connoissent exactement la quantité de l'avancement ou du retard, & ils la connoissent toujours par la méthode précédente. Cette opération n'a pas besoin d'être démontrée; on voit assez que de 8h 50′ 10″ à 11h 50′ 20″, il y a 3h 0′ 10″ d'intervalle, & qu'il y a la même distance entre 11h 50′ 20″ & 2h 50′ 30″ du soir.

325. On ne se contente pas ordinairement de prendre une seule fois le matin la hauteur du bord du soleil, & une fois le soir, pour déterminer l'instant du midi; on en prend huit ou dix le matin, & autant le soir sur le même bord du soleil & sur les mêmes degrés correspondants, on compare chaque hauteur du matin avec celle du soir, qui a été prise au même degré, & l'on a autant de résultats différents qu'il y a de degrés ou de hauteurs comparées. Si l'on avoit rigoureusement bien opéré, on trouveroit par chacune le même résultat; mais il est rare qu'il n'y ait pas de différence d'une seconde, alors on prend le milieu entre tous les résultats, en les additionnant ensemble & divisant la somme par le nombre des résultats.

326. L'OPÉRATION précédente suppose que le soleil ait décrit le matin & le soir un seul & même parallele, que son arc montant ait été parfaitement égal à son arc descendant, c'est-à-dire, qu'il ait été depuis neuf heures du matin jusqu'à trois heures du soir, à la même distance de l'équateur, afin que son angle horaire (201) ait été le même à la même hauteur. Cependant cette supposition n'est pas rigoureusement exacte, car le soleil décrivant tous les jours obliquement dans l'écliptique un arc d'environ 1 degré, il s'approche ou s'éloigne nécessairement un peu de l'équateur & la quantité va quelquefois à une minute de degré par heure.

327. On a vu (119) que l'arc diurne du parallele que décrit un astre dans la sphere oblique, est d'autant plus grand

que l'aſtre eſt plus près du pole élevé, c'eſt-à-dire par rapport à nous, plus ſeptentrional; il en eſt de même de l'arc SEMI-DIURNE, c'eſt-à-dire de l'arc du parallele compris entre le méridien & l'horizon: ſi le ſoleil en ſe couchant eſt plus près du pole qu'il ne l'étoit en ſe levant, l'arc ſémi-diurne du ſoir eſt plus grand que l'arc ſémi-diurne du matin, c'eſt-à-dire, qu'il y a eu plus de temps depuis le midi juſqu'à ſon coucher, qu'il n'y en avoit eu depuis le lever juſqu'à midi; ainſi le midi vrai ne s'eſt pas trouvé à égales diſtances entre le lever & le coucher; il ne ſuffiroit donc pas de prendre un milieu entre le lever & le coucher du ſoleil, pour avoir le moment du midi. En prenant ce milieu, l'on feroit la même choſe que ſi l'on ajoutoit enſemble les deux arcs ſémi-diurnes exprimés en temps, & que l'on prît la moitié de la ſomme, comme nous venons de le faire (324). Mais s'il y a dans le vrai un des deux nombres plus grand que l'autre de 40″, la demi-ſomme devra être plus grande de 20″ que le premier nombre, & l'on aura dans le réſultat 20″ de trop; il faudroit donc ôter 20″ (dans le cas où le ſoleil s'eſt rapproché du pole élevé), de la demi-ſomme, ou du milieu trouvé entre le lever & le coucher, pour avoir le moment du vrai midi. Le milieu pris entre les deux inſtants approche également du lever & du coucher; il en eſt à des diſtances égales, puiſqu'on a pris exactement un milieu; mais le méridien eſt plus près du ſoleil levant, le ſoleil eſt donc arrivé au méridien plutôt qu'il n'eſt arrivé au point qui tient le milieu entre le lever & le coucher, il faut donc retrancher quelque choſe de ce milieu pour avoir le moment du midi vrai.

328. Ce que nous venons de dire du lever & du coucher du ſoleil, il le faut dire d'une hauteur quelconque, par exemple, d'un cercle parallele à l'horizon imaginé à 21° de hauteur; le temps qu'emploiera le ſoleil à aller depuis ce cercle de 21ᵈ parallele à l'horizon juſqu'au méridien, ſera moindre que le temps employé à aller depuis le méridien juſqu'au même cercle du côté du ſoir, ſi le ſoleil dans cet intervalle s'eſt rapproché du pole élevé: au lieu des arcs ſémi-diurnes, dont nous venons de parler, ce ſeront ici les

angles horaires (201) qui augmenteront; ainſi il faudra ôter quelque choſe du milieu pris entre les temps de deux hauteurs égales pour avoir le midi vrai. Ce ſeroit le contraire ſi le ſoleil, au lieu de s'être rapproché du nord, s'en étoit éloigné du matin au ſoir, l'angle horaire du ſoir ſeroit plus petit que celui du matin, & il faudroit ajouter une petite quantité à l'inſtant du milieu pour avoir celui du midi.

329. Soit *P* le pole élevé (*fig.* 27), *Z* le zénith, *S* le ſoleil, *ASBC*, un cercle parallele à l'horizon, en ſorte que le point *B* & le point *S* ſoient à la même hauteur; *PS* la diſtance du ſoleil au pole le matin, *PB* ſa diſtance au pole devenue plus petite le ſoir. Au moment où le ſoleil ſera parvenu le ſoir au point *B*, que je ſuppoſe élevé de 21°, comme dans l'obſervation du matin, l'angle horaire du ſoir *ZPB*, ou la diſtance du ſoleil & de ſon cercle horaire *PB* au méridien *PZA*, ſera plus grand que l'angle horaire du matin *ZPS*; on a donc deux triangles *ZPS*, *ZPB*, qui ont chacun le côté commun *PZ* & les côtés égaux *ZS*, *ZB*, tous les deux de 69°, puiſqu'ils ſont le complément de la hauteur, qui eſt de 21° dans les deux cas; les côtés *PS* & *PB* ſont différents de la quantité dont la déclinaiſon du ſoleil a changé dans l'intervalle des deux hauteurs; ſi l'on réſout ſéparément ces deux triangles pour trouver les deux angles horaires *ZPS*, *ZPB*, on les trouvera différents; la moitié de leur différence réduite en temps à raiſon de 15^{d} par heure, ſera la correction qu'il faudra faire au temps du milieu des deux hauteurs égales pour avoir le véritable inſtant du midi.

330. Par exemple, au commencement de mars, où le ſoleil change de déclinaiſon de 21′ 53″ par jour, ſi l'on prend des hauteurs à 9 heures du matin & à 3 heures du ſoir, on trouvera 20″ à ôter de l'heure trouvée par les hauteurs correſpondantes. Il y a des formules pour trouver cette équation du midi ſans réſoudre les deux triangles; mais il ſuffit d'avoir indiqué la méthode la plus facile à comprendre.

Description du quart-de-cercle mobile.

331. Le principal inſtrument d'aſtronomie & celui qui ſert pour les hauteurs correſpondantes dont nous venons de parler, eſt le quart-de-cercle mobile ; c'eſt de tous nos inſtruments celui dont l'uſage eſt le plus ancien, le plus général, le plus indiſpenſable, le plus commode : c'eſt pourquoi je vais en donner ici la deſcription ; on a déja vu la maniere dont il faut concevoir l'uſage du quart-de-cercle pour meſurer des hauteurs (23) : il ne s'agit plus que des détails de l'inſtrument, porté à ſa derniere perfection.

Je ſuppoſe un quart-de-cercle de trois pieds de rayon, *CBA* (*planche V. fig.* 33). Le limbe qui forme la circonférence *ADB* eſt aſſemblé avec le centre *C* par trois regles de fer *CA*, *CD*, *CB*, de deux pouces de large, fortifiées chacune par derriere d'une regle de champ qui en empêche la flexion. Vers le centre de gravité *X* de la maſſe entiere du quart-de-cercle, eſt fixé un axe ou cylindre de deux pouces de diametre ſur 5 à 6 pouces de long, perpendiculairement au plan de l'inſtrument ; ce cylindre entre dans une douille, c'eſt-à-dire dans un cylindre creux *E* repréſenté ſéparément en *EE* (*fig.* 37) : cette piece qu'on appelle *le genou*, eſt compoſée non-ſeulement d'une douille horizontale *EE*, mais d'un autre cylindre *e*, fondu tout d'une piece avec la douille, & que l'on place verticalement en *n* ſur le pied de l'inſtrument ſur lequel il tourne librement. Pour empêcher que le quart-de-cercle ne ſorte de ſa place, on applique derriere la douille ou le canon *E* (*fig.* 35) une plaque de fer qui recouvre le tout ; cette plaque eſt arrêtée par une forte vis, qui pénetre dans l'axe du quart-de-cercle, & qui tourne avec cet axe ſans lui permettre de ſortir de la douille.

Le double genou repréſenté en *VST* (*fig.* 37) ne ſert que dans les cas où l'on veut placer le quart-de-cercle horizontalement, ou l'incliner à l'horizon pour prendre des angles ſur le terrein.

Il y a des vis de preſſion au deſſus de la douille horizontale

tale *E*, & à côté de la douille verticale *F*, comme on le voit au dessous de *p*, avec lesquelles on presse le canon dans sa douille lorsqu'on veut fixer le quart-de-cercle à une hauteur donnée, ou dans un vertical déterminé, & l'empêcher de tourner.

332. Vers l'un des rayons *CB* du quart-de-cercle, on fixe une lunette *GM*; c'est une découverte importante que M. Picard fit en 1667 pour les quarts-de-cercles : cette lunette passe dans une douille de cuivre, fixée en *G* par des rebords ou empattements, où passent de fortes vis qui l'assujettissent inébranlablement sur la carcasse de l'instrument; à l'autre extrémité *M* est la boîte du micromètre (534), fixée aussi par des empattements. A l'égard du tuyau qui s'étend de *G* en *M*; il n'importe de quelle maniere il soit fait, ce n'est que pour donner de l'obscurité dans la lunette : la solidité en est indifférente; mais celle des deux pieces *G M*, qui portent les verres, est essentielle, parce que leur solidité assure celle de l'axe optique de la lunette, qui doit être exactement parallele au plan de l'instrument, & au premier rayon qui passe par le point *B* de 90°.

333. Au centre *C* de l'instrument, est un cylindre de cuivre exactement tourné, qui porte à son centre un point très-délicat & très-fin. Dans ce point, on place la pointe d'une aiguille, sur laquelle on fait passer la boucle du fil à plomb; on voit séparément en *A A* (*fig.* 34) le cylindre, ainsi que l'aiguille placée au centre, qui y est supportée par une piece d'acier *a* recourbée & percée d'un trou, au travers duquel passe l'aiguille pour aller se loger au centre du cylindre. Quand elle est bien placée, on a soin de la serrer dans le trou de la piece *a* avec une vis de pression qui paroît au dessus de *a*. Autour de l'aiguille *a*, l'on fait une boucle avec un cheveu ou un fil d'argent très-fin; à cette boucle placée tout contre le cylindre du centre, on suspend le fil à-plomb chargé d'un poids que l'on voit en *q* (*fig.* 33); ce fil marque sur la division du limbe le degré de la hauteur à laquelle est dirigée la lunette *MG*. L'extrémité du cylindre *A A* (*fig.* 34), qui porte le point du centre & la

pointe de l'aiguille, doit être un peu arrondie ou convexe, pour que le fil n'y éprouve pas un trop grand frottement. On peut aussi mettre à la place de l'aiguille *a* une vis qui se termine en une pointe très-fine, & qui tourne dans la piece *a*, comme dans une espece de pont.

334. Autour du cylindre qui porte le centre du quart-de-cercle, il y a une plaque de cuivre plus large, ronde, fixée sur la charpente de l'instrument. Sur cette piece est suspendu le *garde-filet C H* (*fig.* 33); c'est une longue boîte de cuivre, mince, soutenue vers le centre, autour duquel elle tourne pour se mettre toujours d'à-plomb, & contenir le fil à-plomb ou le cheveu qui pend du centre pour marquer la division. Ce garde-filet a une longue porte qui se ferme avec deux petits crochets, pour garantir mieux le fil de l'agitation de l'air; on la voit ouverte sur la gauche. A la partie inférieure *H* est une boîte plus large : il y a des astronomes qui y placent un vase d'eau où trempe le poids du fil à-plomb, afin que la résistance de l'eau diminue les oscillations & en abrege la durée. La boîte inférieure a une porte *Z* où est attaché un microscope & une lampe à deux meches; la lampe sert à éclairer le limbe & le fil à-plomb, pour voir sur quelle division il répond; le microscope sert à grossir les points, pour mettre facilement & exactement le fil du quart de-cercle sur le point que l'on veut.

335. La verge de conduite ou *verge de rappel LKI* est une addition utile introduite pour mettre le fil sur tel point du limbe que l'on veut; on la voit représentée séparément en *IL* (*fig.* 35 & 36), avec tous ses détails; mais il faut supposer que la partie *L* (*fig.* 35), est placée au-dessus & sur le prolongement de la partie *I* (*fig.* 36.) La tringle a trois pieds de long, elle est logée par ses deux bouts dans deux boîtes de cuivre *I*, *L*. Quand elle est arrêtée en *I* (*fig.* 33), au moyen de la vis de pression *c* qui l'empêche de glisser dans la boîte *I*, l'extrémité inférieure sert de point d'appui : en tournant l'écrou qui est en *B*, l'on fait monter la boîte *L*, qui est fixée par une piece ou mâchoire *r*, derriere le quart-de-cercle, à la regle de champ du limbe, par le

moyen d'une cheville qui traverse & la mâchoire & la regle de champ ; en faisant mouvoir ainsi la boîte *L*, on fait avancer le quart-de-cercle.

336. La maniere dont l'écrou *B* est tenu sur la boîte *L*, paroît assez dans la fig. 35. Cette boîte est évidée par en haut ; à sa base supérieure est pratiquée une rainure dans laquelle tourne un écrou, qui y est retenu par le moyen d'un collet, ou qui est seulement rivé par-dessous au dedans de la boîte. Cet écrou, qui tient nécessairement à la boîte, avance quand on le tourne sur la vis *B* qui est à l'extrémité de la verge, parce que celle-ci est fixée par son autre extrémité ; l'écrou fait avancer aussi le quart de-cercle qui est obligé de suivre la boîte *L*, fixée par la partie *r* sur l'instrument.

337. A l'extrémité inférieure *I* de la verge de rappel, on a pratiqué un semblable mouvement, pour que l'observateur qui est occupé à regarder le fil à-plomb en *q*, puisse faire tourner le quart-de cercle d'une petite quantité, & le mettre exactement sur celui des points de la division qui approche le plus de la hauteur de l'astre qu'on se propose d'observer. Pour cet effet, la boîte *I* (*fig.* 36), est fixée sur une piece coudée de fer ou de cuivre *f*, qui passe dans une autre boîte *g*, & se termine par une autre vis *m*, qui est prise dans un écrou, arrêté par un collet sur la base de la boîte *g* dans laquelle il tourne librement ; en faisant tourner l'écrou *m*, on fait avancer la vis, la piece *f* & la boîte *I*, dans laquelle est serrée la verge de rappel, par une vis de pression *c* : cette verge est obligée d'avancer & de faire mouvoir avec elle le quart-de cercle.

338. Le montant *O N* ou pied du quart de cercle est un arbre de fer de deux pouces de diametre sur 3 pieds & demi de hauteur, il se termine par un carré, qui passe au travers des barres *P*, *P*, qui font les traverses du pied. Dans ce carré l'on passe une clavette au dessous de *Q* ; aussitôt que les quatre arcs-boutants *R* ont été mis en place, on serre cette clavette *Q* à coups de marteau, cela fait descendre l'arbre *NO* sur les arcs-boutants, & forme un assemblage

ferme & invariable de l'arbre avec ses arc-boutants *R* & ses traverses *PP*.

339. Pour caler l'instrument ou le mettre droit, on emploie les 4 vis que l'on voit aux extrémités *P*, *P*, des traverses du pied; elles sont de cuivre, & ont un pouce de diamètre; elles servent à soutenir le pied de l'instrument, à l'incliner, à rendre son arbre *ON* exactement vertical, de maniere qu'on puisse faire tourner le quart-de-cercle sur son pied sans que le plan cesse d'être vertical, du moins sensiblement. Ces vis portent sur des coquilles de fer, qui servent par leur frottement à empêcher que le quart-de-cercle ne change de place quand on tourne la vis.

340. Le cercle azimutal *ph*, a 6 pouces de diamètre; il est fixé à une douille de cuivre qui est attachée sur le pied de l'instrument; le canon *F* du genou porte à son extrémité inférieure une alidade *k*, qui tourne avec le quart-de-cercle, tandis que la plaque azimutale est fixe; l'alidade marque par son mouvement le degré d'azimut, ou le point de l'horizon auquel le plan est dirigé, du moins à peu près.

341. Le limbe *ADB* du quart-de-cercle est la piece la plus essentielle, il a deux pouces de large, son épaisseur qui est de quatre lignes est formée de deux lames, une de fer & l'autre de cuivre; il est important que le limbe de cuivre soit bien dressé, & que toutes ses parties soient dans un seul & même plan avec le point du centre. Pour parvenir à cette opération difficile, on se sert d'une regle qu'on fait tourner autour d'un grand axe, & l'on voit si, malgré son mouvement, l'extrémité de la regle est toujours également proche du limbe dans tous ses points. On peut aussi reconnoître si le limbe d'un instrument est dans un seul & unique plan, en établissant un canal plein d'eau qui parte du centre, & touche la circonférence; on y place une espece de petite barque, dont le mât est un fil de fer recourbé, & qui touchant presque le centre & le limbe, indique par sa distance en divers points si tous sont dans le même plan; c'est ainsi que l'on nivelle les grandes méridiennes.

342. Les divisions les plus ordinaires consistent en des

points très-fins marqués de dix en dix minutes, mais que je n'ai pu indiquer que de deux en deux degrés dans la figure. Le fil du micromètre *M* suffit pour tenir lieu des minutes intermédiaires. Lorsqu'on n'a point de micromètre, on divise le limbe en minutes par des *transversales* que l'on voit dans la figure 38, l'arc *AB* & l'arc *CD* étant chacun de dix minutes, & la ligne *AC* étant divisée en dix parties égales, si l'on tire une transversale *AD* avec dix cercles concentriques dans l'intervalle *AC*, le fil à-plomb *AC* marquera une minute, six minutes, &c. suivant qu'il tombera sur la premiere intersection *a* ou sur la sixieme *f*.

343. En Angleterre les quarts-de-cercles mobiles ont une alidade ou lunette mobile; en sorte que le limbe du quart-de-cercle ne change point, & que la lunette seule tourne autour du centre, comme dans un quart-de-cercle mural (c'est-à-dire fixé contre un mur), dont les astronomes font aussi un usage fréquent. On se contente alors d'employer un fil à-plomb, qui pend sur le dernier point de la division, ou du moins qui est parallele au rayon vertical de 90°; quelquefois même on n'y emploie qu'un niveau, dont l'usage est plus commode que celui du fil à-plomb, sans être moins exact quand le niveau est bien fait: dans ce cas-là on est obligé d'employer un *vernier*.

344. Cette division fut imaginée en 1631, à l'imitation d'une autre division donnée par Nonnius en 1542. L'auteur fut Pierre Vernier, dont on donne le nom à cette partie de nos instruments. Le vernier est une alidade ou piece de cuivre *AB* (*fig.* 39) qui glisse sur le limbe d'un quart-de-cercle, & dont les divisions en nombres pairs correspondent à un nombre impair de la division du limbe: si le vernier est divisé en 20 parties égales, il sera placé sous une portion de 21 parties du quart-de cercle, il procurera le moyen de diviser chacune de celles-ci en 20 parties: en effet si l'on pousse l'alidade d'un vingtieme de division, l'on verra concourir la seconde division du vernier avec une division du limbe; & si l'on voit concourir la troisieme, on sera certain

d'avoir avancé l'alidade de deux parties ou de deux vingtiemes de division.

De la Mesure du temps.

345. Le soleil étant l'objet le plus frappant de l'univers entier, il a été pris dans tous les siecles & chez tous les peuples du monde, pour la mesure naturelle du temps; les jours marqués par ses apparitions ont été les premieres portions de temps qu'on ait entrepris de compter. Dans la suite les mois lunaires, & enfin les années solaires, ont servi à compter les temps éloignés, comme les heures ont été introduites pour subdiviser les jours, & exprimer les petits intervalles de temps.

Tous ces intervalles sont supposés d'abord égaux entre eux : les 24 heures du jour sont 24 intervalles égaux, les heures d'aujourd'hui doivent être égales à celles d'hier, & le mouvement diurne du soleil autour de la terre, qui se partage en 24 parties égales, doit être supposé uniforme pour former tous les jours 24 portions égales, dont chacune répond à 15° de l'équateur ou de l'angle au pole (202).

Ce changement diurne est produit, comme nous le ferons voir bientôt par la rotation de la terre autour de son axe : rotation qui est supposée uniforme, parce que l'on n'a point encore apperçu de phénomènes qui puissent y dénoter quelque inégalité, on la suppose même parfaitement égale, soit pour le temps où nous sommes, soit pour les siecles passés.

346. Le soleil, par son mouvement propre d'occident vers l'orient, avance tous les jours d'environ un degré ou 59′ 8″, par rapport aux étoiles fixes (61, 307); ainsi quand une étoile qui avoit passé au méridien à midi & avec le soleil, paroît avoir fait le tour du ciel, & qu'elle est revenue au méridien le jour suivant, le soleil n'y est pas encore, ayant avancé d'un degré vers l'orient; il est éloigné de l'étoile, & par conséquent du méridien d'un degré, & comme

il lui faut environ 4 minutes de temps pour parcourir un degré (202), par le mouvement diurne, le soleil passera par notre méridien 4′ plus tard que l'étoile, ou si l'on veut, l'étoile y passera 4′ plutôt que le soleil ; car le soleil étant l'objet le plus frappant, c'est à lui que nous rapportons tout, c'est son retour qui fait nos 24^h ; & nous disons que les étoiles reviennent au méridien en 23^h 56′, tandis que le soleil y revient au bout de 24 heures. Les horloges à pendule, qu'on appelle souvent par abréviation *des Pendules*, & dont on se sert dans la société, sont réglées sur le moyen mouvement du soleil, marquent les heures solaires, moyennes c'est-à-dire, qu'au bout de chaque année ces horloges doivent se retrouver d'accord avec le soleil, comme elles l'étoient au commencement de l'année, & tous les jours marquer 23^h 56′, dans l'intervalle du passage d'une étoile par le méridien au passage suivant. La plupart des astronomes réglent les leurs de même, afin que l'horloge puisse indiquer toujours à peu près l'heure qu'il est, pour les usages de la société, & donner à peu près le temps vrai des différentes observations qu'ils ont à faire. Cependant les étoiles étant fixes, tandis que le soleil avance ou paroît avancer tous les jours d'un degré, plus ou moins, le retour de l'étoile au méridien seroit une mesure bien plus fixe, bien plus égale que le retour du soleil ; c'est le retour de l'étoile qui nous indique le mouvement entier de la sphere & la rotation complete de la terre ; aussi y a-t-il eu des astronomes célebres, tels que M. de l'Isle, M. de la Caille, qui régloient leurs horloges sur les étoiles, & qui pour cela les faisoient avancer de 4′ tous les jours sur le soleil. Ils y trouvoient un avantage, c'est que quand il s'est écoulé une heure sur cette horloge, on est sûr qu'il a passé par le méridien 15^d de la sphere étoilée, & l'on a ainsi les différences d'ascension droite entre les astres qu'on observe, en convertissant à raison de 15° par heure les temps qu'on a observés entre leur passage ; c'est ce que nous appelons le *temps du premier mobile*, dont une heure fait toujours 15°,

du ciel par le mouvement diurne & commun, qu'on appeloit autrefois le *premier mobile*.

347. LES HEURES SOLAIRES sont plus longues que les heures du premier mobile, puisque le soleil emploie 4′ de plus qu'une étoile à revenir au méridien; parlons d'abord des heures solaires moyennes, c'est-à-dire de celles que le soleil indique quand on fait abstraction des inégalités de son mouvement (308); nous parlerons bientôt aussi des heures solaires vraies, qui n'ont pas la même uniformité (362).

348. Les 24 heures répondent à 360° 59′ 8″, puisqu'en 24 heures solaires moyennes, non-seulement l'étoile revient au méridien, ce qui complete les 360°; mais le soleil lui-même, qui avoit fait 59′ 8″ en sens contraire, y arrive à son tour, ce qui termine les 24 heures solaires moyennes. Une horloge réglée sur ces 24 heures n'indique plus 15° par heure, mais 15° 2′ 8″, qui est la 24e partie de 360° 59′ 8″, & ainsi des autres parties du temps; c'est ce qu'on appelle *convertir les heures solaires moyennes en degrés*; on trouve une table pour cet effet dans la *Connoissance des Temps* de chaque année, & elle est d'un usage continuel pour les astronomes dont les horloges suivent les heures solaires moyennes; car ils observent les différences d'ascension droite d'un astre à l'autre, en prenant pour chaque heure de leur horloge 15° 2′ 8″ de la sphere étoilée.

349. Les horloges réglées sur les heures du premier mobile, & qui suivent le mouvement diurne des étoiles, ou la rotation véritable de la terre (346), avancent tous les jours de 3′ 56″ à midi moyen, sur le moyen mouvement du soleil, & ne marquent jamais l'heure du soleil, si ce n'est le jour de l'équinoxe : on trouve un avantage dans cette maniere de régler une horloge, c'est que les étoiles passent tous les jours au méridien à la même heure comptée sur l'horloge, au lieu qu'elles y passoient 3′ 56″ plutôt sur les autres horloges, mais ce *plutôt* étoit relatif au soleil, sur lequel on a coutume de régler les horloges ordinaires; c'est une extrême facilité pour ceux qui observent beaucoup d'étoiles

au méridien, que d'appercevoir d'un coup d'œil sur l'horloge quelle est l'ascension droite de l'étoile qui va passer; mais aussi l'on y trouve l'inconvénient d'être obligé de faire une regle de trois pour savoir quel est le temps vrai de chaque observation, & pour se préparer à observer le passage du soleil & de chaque planete au méridien.

350. L'ACCÉLÉRATION diurne des étoiles fixes est la quantité dont une étoile précede chaque jour le soleil, comptée en temps solaire moyen, à l'instant où l'étoile passe au méridien; c'est la quantité dont il s'en faut alors que le soleil ne soit arrivé au méridien, ou le temps qu'il lui faut pour parcourir encore les 59′ 8″ dont il avance vers l'orient, par rapport à l'étoile en 24 heures solaires moyennes. Cette accélération se trouve en faisant cette proportion : 360° 59′ 8″ $\frac{1}{3}$ sont à 24^h, comme 360° sont à 23^h 56′ 4″, 098 (*a*); temps que l'étoile emploie à décrire les 360° ou à revenir au méridien; pour aller à 24^h, il reste 3′ 55″ 902, c'est l'accélération diurne des étoiles. Les 59′ 8″ que je viens d'employer pour le mouvement diurne du soleil sont moindres de 0″, 1264, que le mouvement qu'on emploie dans les tables astronomiques de 59′ 8″ 3305, par rapport aux équinoxes, parce que dans le calcul de l'accélération, c'est le mouvement par rapport aux étoiles dont on doit faire usage, & celui ci est plus petit, parce qu'il est la différence entre le mouvement du soleil & celui des étoiles (310).

351. L'horloge réglée sur les étoiles fixes ou sur le premier mobile, marque toujours 0^h 0′ 0″ au moment où l'équinoxe passe au méridien, & marque toujours l'ascension droite du POINT CULMINANT (177), c'est à dire, du point de l'écliptique qui est dans le méridien, réduite en temps à raison de 15^d par heure; ainsi au moment que le soleil est dans le méridien, l'horloge des étoiles marque l'ascension droite du soleil en temps, & il suffit, pour savoir quelle heure elle marquera chaque jour à midi, de convertir en temps l'ascension droite du soleil pour ce jour-là. On trouve

(*a*) Les chiffres que nous plaçons quelquefois après les secondes sont des fractions décimales, dixiemes, centiemes, milliemes, &c. de secondes.

chaque année dans le Livre de la *Connoiſſance des Temps*, une colonne qui a pour titre, *Diſtance de l'équinoxe au ſoleil*, & qui n'eſt autre choſe que le complément à 24 heures de l'aſcenſion droite du ſoleil; il ſuffira donc à ceux qui auront ce livre entre les mains, de prendre chaque jour le complément à 24 heures de la diſtance de l'équinoxe au ſoleil, & ce ſera l'heure de l'horloge à midi. Ainſi, le premier janvier la diſtance de l'équinoxe eſt 5^h $11'$ (233), ſon complément eſt 18^h $49'$, c'eſt l'heure que l'horloge doit marquer à midi, ou plutôt 6^h $49'$; puiſque dans l'uſage on ne met que 12 heures ſur les cadrans.

352. Les heures ſolaires vraies different auſſi des heures ſolaires moyennes; mais la différence ne va jamais au delà de 30 ſecondes; nous en parlerons après avoir expliqué la différence qu'il y a entre le temps moyen & le temps vrai (362).

Trouver le Temps vrai d'une Obſervation.

353. APRÈS avoir vu le moyen de chercher l'heure vraie du midi, par des hauteurs correſpondantes du ſoleil (322), l'on aura aiſément l'heure vraie de toute autre obſervation: je ſuppoſe que l'on ait trouvé par cette méthode que le premier janvier une horloge marquoit à midi 0^h $3'$ $57''$, & que le lendemain ou le 2 janvier on ait encore trouvé par la même méthode, que l'horloge marquoit 0^h $4'$ $45''$ à midi, c'eſt-à-dire $48''$ de plus que la veille; dans ce cas là on voit que l'horloge avançoit de $48''$ par jour ſur le ſoleil, elle faiſoit 24^h & $48''$, tandis qu'elle ne devoit faire que 24^h $0'$ $0''$ juſte, par rapport au temps vrai. Suppoſons actuellement qu'on ait obſervé le ſoir un phénomene céleſte, par exemple, le commencement d'une éclipſe, lorſque l'horloge marquoit 9^h $30'$ $57''$, il s'agit de ſavoir quel eſt le temps vrai qui répond à cette heure de l'horloge; on prendra d'abord la différence entre 0^h $3'$ $57''$ & 9^h $30'$ $57''$, & l'on trouvera que l'éclipſe eſt arrivée 9^h $27'$ $0''$ plus tard ſur l'horloge que le midi vrai. Mais puiſque l'horloge avance de

48″ par jour ou pendant qu'elle marque 24ʰ 0′ 48″, on fera cette regle de trois : 24ʰ 0′ 48″ sont à 48″, comme 9ʰ 27′ 0″, dont l'observation est arrivée plus tard sur l'horlogeque le midi de l'horloge, sont à 19″, quantité dont elle a dû avancer entre midi & l'observation dont il s'agit; on ajoutera ces 19″ avec 0ʰ 3′ 57″ que marquoit l'horloge à midi, puisque l'avancement augmente d'un jour à l'autre, & l'on aura 0ʰ 4′ 16″, quantité dont l'horloge avançoit à l'heure de l'observation ; c'est ce qu'il faut ôter de l'heure qu'elle marquoit au moment de l'observation, c'est-à-dire, 9ʰ 30′ 57″, & il reste 9ʰ 26′ 41″ pour le temps vrai cherché.

354. Il est indifférent pour les astronomes que l'horloge soit à l'heure ou n'y soit pas, que les heures en soient plus longues ou plus courtes que les 24 heures du soleil ; que l'horloge marque l'heure qu'il est, ou qu'elle ne la marque pas ; la méthode que nous venons d'indiquer, fait trouver dans tous les cas la quantité dont l'horloge avance ou retarde au moment de l'observation, & les astronomes n'ont pas besoin d'autre chose. Tout ce qu'on suppose nécessairement dans ce calcul, c'est l'uniformité du mouvement de l'horloge; si dans 24 heures elle avance de 48″, il faut que dans 12 heures elle avance de 24″, sans quoi l'uniformité ne s'y trouveroit plus, & son mouvement ne pourroit plus servir à mesurer le mouvement diurne des astres qui est uniforme, ou du moins que l'on suppose tel (345).

De l'Equation du Temps.

355. Jusqu'ici nous n'avons parlé que du temps vrai ou temps apparent que nous observons par des hauteurs correspondantes, du temps qui est marqué par le soleil sur nos méridiennes & nos cadrans, & qui s'emploie dans les différents usages de la société, aussi bien que dans l'astronomie. Nous avons supposé que le soleil revenoit au méridien au bout de 24ʰ, & qu'il employoit le même temps à y revenir d'un midi au suivant, que de celui-ci au troisieme ; les anciens astronomes durent s'en tenir long temps à cette

ſuppoſition; mais en obſervant plus exactement, on remarqua bientôt que le ſoleil n'avoit pas une marche uniforme (308), & que le temps vrai meſuré par cette marche inégale, ne pouvoit pas être régulier & égal. Ainſi le ſoleil n'eſt pas, à proprement parler, une juſte meſure du temps, & l'heure vraie qu'il indique ne peut pas ſervir à meſurer le temps dont l'eſſence eſt l'égalité; mais le temps vrai ayant l'avantage de pouvoir être obſervé en tout temps, nous nous en ſervirons d'abord, pour trouver enſuite un *temps moyen* & uniforme, qui puiſſe être employé dans nos calculs.

356. LE TEMPS MOYEN ou égal, eſt celui que marqueroit à chaque inſtant une horloge abſolument parfaite, qui dans le cours d'une année auroit continué de marcher ſans aucune inégalité, en marquant midi le premier & le dernier jour de l'année, au même inſtant où le ſoleil eſt dans le méridien; cette horloge n'a pas dû marquer également midi à tous les autres jours intermédiaires, avec le ſoleil, car il faudroit pour cela que le ſoleil eût été tous les jours avec la même vîteſſe, ce qui n'arrive point (308).

Quand le ſoleil quitte le méridien, & y retourne le lendemain, il a décrit 360° en apparence, mais véritablement il a parcouru non-ſeulement les 360°, qui font une révolution entiere de tout le ciel étoilé, mais encore un degré de plus, qui eſt la quantité dont le ſoleil s'eſt avancé vers l'orient parmi les étoiles fixes, dans l'intervalle de ſon retour au méridien, & qu'il a parcouru de plus pour arriver au méridien (61, 346).

357. Pour que tous les retours du ſoleil au méridien fuſſent égaux, il faudroit que ce mouvement propre du ſoleil vers l'orient fût tous les jours de la même quantité, c'eſt-à-dire, de 59′ 8″; mais à cauſe des inégalités dont nous avons parlé, il arrive qu'au commencement de juillet le ſoleil ne fait que 57′ 11″ par jour vers l'orient, & qu'au commencement de janvier il fait 61′ 11″, c'eſt-à-dire, 4′ de plus qu'au mois de juillet, le long de l'écliptique par ſon mouvement propre. Telle eſt la premiere cauſe qui rend les jours inégaux; l'on compte toujours 24 heures

d'un midi à l'autre, mais ces 24 heures seront plus longues quand le soleil aura fait 61′ 11″, que quand il n'aura fait que 57′ 11″ vers l'orient, parce qu'il sera obligé de parcourir 4′ de plus par le mouvement diurne d'orient en occident avant que d'arriver au méridien.

358. A cette premiere cause qui dépend de l'inégalité du mouvement solaire dans l'écliptique, il s'en joint une autre qui dépend de la situation de l'écliptique : il ne suffit pas que le mouvement propre du soleil sur l'écliptique soit égal pour rendre les jours égaux, il faut que ce mouvement soit égal par rapport à l'équateur & par rapport au méridien où il s'observe; la durée des 24 heures dépend en partie de la petite quantité dont le soleil avance chaque jour vers l'orient; mais cette quantité devroit être mesurée sur l'équateur, parce que c'est autour de l'équateur que se comptent les heures; ce n'est donc pas seulement son mouvement propre qu'il faut considérer par rapport à l'inégalité des jours, mais c'est ce mouvement rapporté à l'équateur; & si le soleil avoit un mouvement tel qu'il continuât de répondre perpendiculairement au même endroit de l'équateur, l'équation du temps n'existeroit point, puisque les retours au méridien seroient égaux.

359. Soit *O* le soleil (*fig.* 21), *SB* le méridien auquel le soleil doit arriver lorsque le point *O* sera plus avancé, & que le point *Q* de l'équateur sera arrivé au point *A* du méridien, en sorte que *OQ* soit un cercle horaire qui à midi sera confondu sur le méridien *SA*; quelle que soit la longueur de l'arc *OS* de l'écliptique, cet arc n'emploiera à passer que le temps qui est mesuré par l'arc *AQ* de l'équateur, c'est-à-dire, que si l'arc *AQ* est d'un degré, il faudra quatre minutes à l'arc *SO*, grand ou petit, pour traverser le méridien : sa situation oblique ou inclinée, peut rendre sa longueur *OS* plus grande que celle de l'arc *AQ*; sa distance à l'équateur peut aussi faire que l'arc *OS* soit plus petit que l'arc *AQ*, parce qu'il est compris entre deux cercles de déclinaison *SA* & *OQ*, qui sont perpendiculaires à l'équateur *EAQ*, & qui vont se rencontrer au pole, en

forte que leur distance est moindre vers *O* que vers *Q*; mais c'est toujours l'arc *AQ* de l'équateur qui regle le temps employé par le soleil à venir du point *O* jusqu'au méridien *SAB*.

360. Pour combiner ensemble ces deux causes qui rendent inégaux les retours du soleil au méridien, concevons un soleil moyen & uniforme qui tourne dans l'équateur, de maniere à faire chaque jour 59′ 8″ (307), & les 360° en même temps que le soleil par son mouvement propre, c'est-à-dire, dans l'espace d'un an, & qu'il parte de l'équinoxe du printemps au moment où la longitude moyenne du soleil est zéro; toutes les fois que ce soleil moyen arrivera au méridien, nous dirons qu'il est midi moyen, & si le soleil vrai se trouve plus ou moins avancé, en sorte qu'il soit plus ou moins de midi, nous appellerons la différence ÉQUATION DU TEMPS.

361. L'ascension droite moyenne du soleil se trouve marquée par le lieu de ce soleil moyen qui tourne uniformément dans l'équateur; l'ascension droite vraie du soleil, celle qui est marquée par le cercle de déclinaison qui passe par le vrai lieu du soleil, peut différer de plus de 4 degrés de la moyenne, par les deux causes dont nous avons parlé (357, 358); le soleil vrai peut passer un quart-d'heure plutôt ou plus tard que le soleil moyen; l'équation du temps va même jusqu'à 0h 16′ 10″, ou à peu près, le premier de novembre.

Il suit de ces principes que la différence entre l'ascension droite moyenne du soleil & son ascension droite vraie, convertie en temps, donnera l'équation du temps, mais l'ascension droite moyenne est nécessairement de la même quantité que la longitude moyenne, puisque l'une & l'autre commencent & finissent à l'équinoxe, sont toujours proportionnelles au temps, & augmentent chaque jour de 59′ 8″, ainsi *l'équation du temps est la différence entre la longitude moyenne & l'ascension droite vraie du soleil, convertie en temps.*

Mais comme nous ne pouvons dans la pratique trouver cette différence que par une double opération, & d'après

deux principes différents (357, 358), il s'enſuit que l'équation de temps a deux parties ; la premiere eſt la différence entre la longitude moyenne & la longitude vraie, ou l'équation de l'orbite (308, 497) convertie en temps ; la ſeconde eſt la différence entre la longitude vraie & l'aſcenſion droite vraie, auſſi convertie en temps : on trouve des tables de l'une & de l'autre partie jointes à toutes les tables du ſoleil.

362. La premiere partie, ou la premiere table qui a pour argument l'anomalie du ſoleil, ou ſa diſtance à l'apogée, va juſqu'à 7′ 42″ de temps lorſque le ſoleil eſt dans ſes moyennes diſtances, c'eſt-à-dire, à 3 & à 9 ſignes d'anomalie moyenne ; cette partie eſt chaque année la même, parce que l'équation du centre eſt toujours de 1^d 55′ 31″ 6 ; mais le temps de l'année où elle arrive n'eſt pas toujours le même, parce que le ſoleil arrive chaque année un peu plus tard à ſon apogée, à cauſe du mouvement de cet apogée (514).

La ſeconde partie de l'équation du temps qui a pour argument la longitude vraie du ſoleil, va juſqu'à 9′ 53″, 7, lorſque le ſoleil eſt vers 46° ¼ des équinoxes ; mais comme cette partie dépend de l'obliquité de l'écliptique dont la quantité diminue peu à peu, cette partie de l'équation du temps diminue de 0″, 014 pour chaque ſeconde de diminution de l'obliquité de l'écliptique, ce qui fait 1″ de temps dans l'eſpace d'environ 71 ans : il ſeroit aiſé de s'en aſſurer en calculant la différence entre *ES* & *EA* (*fig.* 21), lorſque *ES* eſt de 46° ¼ ; car cette différence eſt alors de 2^d 28′ 24″, 8 ; en ſuppoſant l'angle *E* de 23° 28′ 20″, ce qui fait 9′ 53″, 7 de temps ; on aura une équation plus petite quand on diminuera l'angle *E*.

La combinaiſon de ces deux cauſes d'équation, qui s'augmentent ou ſe détruiſent réciproquement, forme *l'équation du temps*, qui ne paſſe jamais 16′ 12″, & qui eſt nulle quatre fois l'année.

Cette équation du temps, qui change quelquefois de 30″ par jour, fait que les 24 heures ſolaires vraies different des 24 heures ſolaires moyennes, tantôt en plus, tantôt en

moins, les heures solaires vraies sont plus longues à la fin de décembre qu'à la fin de mars de 2 secondes chacune.

Des Passages au Méridien, du lever & du coucher des Astres.

363. LE PASSAGE d'une étoile au méridien se calcule par le moyen de sa différence d'ascension droite entre le soleil & l'étoile : en effet, pour trouver l'heure où l'étoile doit passer, il suffit de savoir de combien elle a suivi le soleil, ou de combien son ascension droite surpasse celle du soleil; si cette différence est de 15° au moment où elle passe dans le méridien, on est sûr qu'il est une heure de temps vrai, qu'il y a une heure que le soleil a passé au méridien, c'est-à-dire que l'étoile passe à une heure; tel est l'esprit de la méthode générale, à laquelle il est nécessaire d'ajouter quelques considérations.

Toutes les ascensions droites qu'on trouve dans le catalogue des étoiles, & qui y sont exprimées en degrés, minutes & secondes de degrés, étant converties en temps, si l'on en retranche l'ascension droite du soleil, aussi convertie en temps, pour un jour donné, l'on aura l'heure du passage de chacune de ces étoiles pour ce jour-là. On a vu en quoi consiste la conversion des degrés en temps (202).

364. Soit ♈ (*fig.* 29) l'équinoxe du printemps, que je mets toujours à l'occident ou à la droite dans toutes mes figures, *M* une étoile dans le méridien, ♈ *M* l'ascension droite de l'étoile en *M* comptée de l'occident vers l'orient, ou de droite à gauche quand on regarde le midi; ♈ ☉ l'ascension droite du soleil; *M*☉ leur différence, ou l'ascension droite de l'étoile moins celle du soleil; cette distance *M*☉ du soleil au méridien marque toujours l'heure, ou le temps vrai (201) : cette distance est de 15° à une heure, de 30° à deux heures. La figure fait voir que pour avoir l'heure du passage au méridien, il suffit de retrancher l'ascension droite du soleil pour le même instant de celle de l'étoile, la différence *M*☉, distance du soleil au méridien, étant convertie

en

temps, eſt l'heure cherchée. Pour éviter les converſions de temps en degrés & de degrés en temps, les aſtronomes ont coutume d'employer ces aſcenſions droites du ſoleil & des étoiles déja réduites en temps.

365. On demande le paſſage de la Lyre au méridien le premier mai 1760, compté aſtronomiquement, c'eſt-à-dire, le paſſage qui ſuivra le midi du premier mai dans l'eſpace de 24 heures. Je ſuppoſe l'aſcenſion droite apparente de la Lyre pour ce jour-là 277° 12′ 17″, qui convertie en temps eſt de 18^h 28′ 49″; la diſtance de l'équinoxe au ſoleil le 1er mai à midi, tirée des éphémérides, ou le complément de l'aſcenſion droite du ſoleil, de 21^h 23′ 51″: j'ajoute l'aſcenſion droite de la Lyre avec la diſtance de l'équinoxe, la ſomme eſt 39^h 53′; j'en retranche 24^h qui font un jour entier, & j'ai 15^h 53′ pour l'heure cherchée. Cette premiere regle d'approximation pourroit être défectueuſe de 4′ ſi l'étoile paſſoit à 23^h, parce que la différence d'aſcenſion droite a été priſe pour midi, & non pour 23 heures; c'eſt à l'heure même où l'étoile eſt dans le méridien, que la différence d'aſcenſion droite donne le temps vrai; mais le changement n'eſt pas conſidérable dans l'eſpace de quelques heures, ſi ce n'eſt pour la lune; dans ce cas on en eſt quitte pour refaire le calcul une ſeconde fois, afin de corriger l'erreur de la premiere opération.

On ſe fait quelquefois de ce calcul une idée qui n'eſt pas exacte: on dit, par exemple, l'équinoxe paſſoit au méridien le 1er mai à 21^h 24′, la Lyre paſſoit 18^h 29′ plus tard, donc elle paſſoit le 2 mai à 15^h 53′. Cela ſeroit juſte, ſi tous ces temps-là étoient des temps ſolaires vrais; mais comme ce temps ſolaire eſt trop inégal en différents mois de l'année, on préfere de convertir les aſcenſions droites en temps du premier mobile, & dès-lors il n'eſt pas exact de dire que l'équinoxe paſſoit au méridien à 21^h 24′, & que la Lyre y paſſoit 18^h 29′ après; il y a quelques minutes de différence, & on leve tous les embarras en calculant la différence des aſcenſions droites pour l'heure même où l'étoile eſt dans le méridien, comme je l'ai expliqué. Il eſt vrai que

dès-lors on suppose connue la chose même qu'on veut chercher, c'est-à dire l'heure du passage ; mais on la suppose connue à peu près, & on la cherche exactement; or pour la connoître à peu près, on n'a pas besoin des considérations que je viens de détailler, il ne faut qu'ajouter la distance de l'équinoxe au soleil, & l'ascension droite de l'étoile.

366. L'ANGLE HORAIRE d'un astre est l'angle au pole formé par le méridien du lieu de l'observateur, & le cercle de déclinaison qui passe par l'astre dont il s'agit ; c'est encore, si l'on veut, l'arc de l'équateur compris entre le méridien & le cercle horaire de l'astre ; c'est la distance de l'astre au méridien. Cet angle horaire est essentiel dans les calculs astronomiques pour trouver la hauteur d'un astre à un moment donné, son azimut & son angle parallactique.

Soit *QEM* l'équateur (*fig.* 30), *MCD* le méridien, *M* le milieu du ciel, *ME* l'arc de l'équateur qui mesure l'angle horaire, ou la distance d'une étoile au méridien, comptée d'un passage par le méridien à l'autre, c'est-à-dire d'orient en occident jusqu'à 360° ; ♈☉ est l'ascension droite du soleil, ☉ *M* est l'angle horaire du soleil mesuré par le temps vrai donné; on les ajoutera pour avoir ♈ *M* ascension droite du milieu du ciel, dont on ôtera l'ascension droite ♈ *E* de l'étoile, & l'on aura l'arc *ME*, qui mesure l'angle horaire de l'étoile d'où résulte la regle suivante: *le temps vrai réduit en degrés, moins la différence des ascensions droites* (*qui est celle de l'astre moins celle du soleil*) *sera l'angle horaire de l'astre, compté jusqu'à 24 heures, & d'orient vers l'occident.* Cela revient au même que d'ajouter l'ascension droite du soleil avec le temps vrai réduit en degrés, & d'en ôter l'ascension droite de l'astre, pour avoir l'angle horaire.

367. Lorsqu'une planete ou une étoile est précisément dans l'horizon, sa distance au méridien ou son angle horaire (366) s'appelle *arc semi diurne*, & c'est la premiere chose qu'il faut connoître pour calculer l'heure du lever ou du coucher des astres (171). Soit *HZO* (*fig.* 31.) la moitié du méridien, *HO* la moitié de l'horizon, *EQ* la moitié de l'équateur, *P* le pole, *Z* le zénith; *L* un astre placé à l'hori-

zon au moment de son lever; ZL sa distance au zénith qui est de 90° ; j'entends sa distance apparente, car la distance au zénith nous paroît augmentée par la parallaxe, & diminuée par la réfraction, dont nous parlerons dans la suite; PL est la distance vraie de l'astre au pole boréal du monde ; c'est le complément de sa distance à l'équateur, ou de sa déclinaison LA, si elle est boréale ; mais c'est la somme de 90° & de cette déclinaison, si elle est australe. L'arc PZ est la distance du pole au zénith dans le lieu où l'on est, c'est-à-dire, le complément de la latit. ZE ou de la hauteur du pole PO; les trois côtés PL, PZ & ZL du triangle PZL étant connus, on en peut tirer la valeur de l'angle P par les regles de la trigonométrie sphérique; cet angle P ou ZPL est l'angle horaire de l'astre; c'est sa distance au méridien dans le moment où il se leve, ou son arc semi-diurne ; quand l'arc semi-diurne du soleil est de 8^h, on est sûr que le soleil se levera à 4^h du matin. De même pour trouver l'heure du coucher du soleil, il suffit d'avoir l'arc semi-diurne du soir, c'est l'heure même du coucher du soleil; car si l'arc semi-diurne est de 4^h 5', comme cela arrive le 21 décembre à Paris, on est sûr que le soleil se couchera à 4^h 5'; la raison est évidente : puisque le soleil étant en L dans l'horizon, l'arc semi-diurne EA de l'équateur ou l'arc ML du parallele mesure l'angle horaire P, ce même angle P marque aussi le temps vrai; donc l'arc semi-diurne est lui même le temps vrai du coucher du soleil. Ainsi pour calculer exactement le lever du soleil, il suffit d'avoir sa déclinaison pour le moment où il se leve, & de faire le côté ZL de 90° 32' $\frac{1}{2}$, parce que la réfraction horizontale fait paroître le soleil trop élevé de 32' $\frac{1}{2}$ (744). Sa parallaxe n'étant que 8" 5 peut ici se négliger. A l'égard des planetes & des autres étoiles fixes, il faut connoître l'heure du passage au méridien (363) aussi bien que la déclinaison de la planete, & quand on a trouvé l'arc semi diurne, on l'ajoute avec le passage au méridien pour savoir l'heure du coucher de la planete ou de l'étoile; on le retranche pour avoir le lever.

368. Les calculs des éclipses, & ceux de beaucoup d'ob-

ſervations, exigent que l'on connoiſſe la HAUTEUR d'un aſtre au deſſus de l'horizon pour un moment donné ; on la trouve en ſuppoſant également connues les quantités ſuivantes, 1°. la diſtance du pole au zénith, ou le complément de la latitude du lieu ; 2°. la diſtance de l'aſtre au pole, égale à 90° plus ou moins la déclinaiſon ; 3°. l'angle horaire formé au pole du monde par le méridien du lieu, & par le cercle de déclinaiſon qui paſſe par l'aſtre ; cet angle horaire, quand il s'agit du ſoleil pour l'après-midi, eſt égal à l'heure donnée, convertie à raiſon de 15° par heure ; mais pour le matin, c'eſt ſon complément à 12^h, converti également en degrés. Quand il s'agit d'une étoile, c'eſt l'aſcenſion droite du ſoleil, moins celle de l'étoile, ajoutée avec le temps vrai réduit en degrés (366). Il faut alors réſoudre le triangle *PZS* (*fig.* 31), dans lequel on connoît deux côtés & l'angle compris, ſavoir le côté *PZ*, complément de la latitude du lieu, *PS* complément de la déclinaiſon de l'aſtre, & l'angle *P* compris entre ces côtés, ou l'angle horaire, on trouvera le côté *ZS* oppoſé à l'angle connu, dont le complément à 90°, eſt la hauteur *SL* de l'aſtre au deſſus de l'horizon.

369. L'angle formé par le vertical & par le cercle de déclinaiſon, ou cercle horaire d'un aſtre, s'appelle quelquefois *angle parallactique*, parce qu'il ſert principalement à calculer les parallaxes, tel eſt l'angle *PSZ* (*fig.* 31). On peut le trouver en réſolvant le triangle *PZS* avec les mêmes données.

Dans le même triangle *PZS*, connoiſſant l'angle horaire *P* & les deux côtés adjacents *PZ* & *PS*, on trouvera l'angle *PZS* ou l'angle *HZL*, qui eſt l'*azimut* ; il eſt égal à l'arc *LH* de l'horizon compris entre le point du midi *H* & le point *L* de l'horizon auquel l'aſtre répond perpendiculairement.

L'AMPLITUDE eſt l'arc de l'horizon *QL*, compris entre le vrai point d'orient *Q* & le point où ſe leve l'aſtre *L* (175) ; cette amplitude ſe trouve de même que l'azimut, puiſqu'elle eſt la différence ou la ſomme de 90°, & de l'azimut d'un aſtre qui eſt dans l'horizon.

Du Systeme du Monde.

370. La queſtion du mouvement de la terre eſt un des objets qui ont été les plus diſcutés parmi les aſtronomes ; cependant elle n'étoit pas difficile pour de véritables Phyſiciens : mais la peine que les eſprits ont toujours à s'élever au deſſus de leurs anciens préjugés, enſuite le ſcrupule mal-entendu des Théologiens, ont retardé long-temps le progrès de la lumiere ; enfin depuis environ un ſiecle il n'y a pas eu d'aſtronome un peu diſtingué, qui ſe ſoit refuſé à l'évidence du *ſyſtême de Copernic* ; c'eſt donc celui-là que j'appellerai le *ſyſtême du monde*, & je ne parlerai des autres, que parce que l'hiſtoire des progrès de l'eſprit eſt toujours liée avec l'hiſtoire de ſes erreurs.

371. Le ſyſtême du monde (*a*) comprend les planetes principales, les ſatellites & les cometes ; les planetes principales ſont, 1°. le ſoleil, ou la terre à la place du ſoleil dans le ſyſtême de Copernic ; 2°. Mercure ; 3°. Vénus ; 4°. Mars ; 5°. Jupiter ; 6°. Saturne : leurs éléments particuliers, ou les détails de chacun, feront la matiere du livre ſuivant ; il ne s'agit ici que de leur diſpoſition générale. La lune eſt réputée un ſatellite par rapport à la terre ; & comme elle a des inégalités d'une eſpece toute différente, elle fera ſeule la matiere du livre IV. La théorie des ſatellites de Jupiter & de Saturne ſera expliquée dans le IXe livre, & celle des cometes dans le Xe.

372. Mais avant que de parler de la véritable ſituation des orbites planétaires, qui pour être connue exigeoit des obſervations & des réflexions approfondies, nous parlerons de ce qu'il y a de plus apparent & de plus ſimple à concevoir, & d'abord de l'hypotheſe ancienne, imaginée pour repréſenter le mouvement annuel du ſoleil ; c'eſt le ſyſtême ſuivant lequel Ptolomée & pluſieurs anciens aſtronomes expliquoient la diſpoſition générale du monde ; nous viendrons

(*a*) Σύστημα, *Conſtitutio*, *Collectio*, c'eſt-à-dire l'arrangement & l'aſſemblage des corps céleſtes.

ensuite au systême de Copernic, & nous donnerons les preuves des mouvements réels de la terre, dont il importe au Lecteur d'être bien convaincu, avant que de passer à la théorie des planètes. Le systême de Tycho-Brahé, postérieur à celui de Copernic, se trouvera réfuté par les preuves même de celui-ci; enfin, les phénomenes qui résultent du mouvement de la terre, viendront naturellement à la suite des preuves de ce mouvement.

373. Les anciens philosophes qui connoissoient très-peu les circonstances du mouvement des planetes, n'avoient pas de moyens évidents pour connoître la véritable disposition de leurs orbites, & ils varierent beaucoup sur ce sujet. Pythagore & quelques-uns de ses disciples supposerent d'abord la terre immobile au centre du monde, comme chacun est porté à le croire avant que d'avoir discuté les preuves du contraire; il est vrai que dans la suite, plusieurs disciples de Pythagore s'écarterent de ce sentiment, firent de la terre une planete, & placerent le soleil immobile au centre du monde. Mais Platon fit revivre le systême de l'immobilité de la terre; Eudoxe, Calippus, Aristote, Archimede, Hipparque, Sosigenes, Cicéron, Vitruve, Pline, Macrobe & Ptolomée suivirent ce sentiment, (Riccioli, *Almagestum*, t. II. p. 276, 279). On peut voir dans Pline, (*lib. II*, *c.* 22.) & dans Censorinus, (*de die natali*, *cap.* 13.) la maniere dont Pythagore appliquoit les intervalles des tons à ceux des distances des planetes à la terre.

374. Ptolomée qui écrivit environ l'an 140 de J. C. ou vers les premieres années de l'empereur Antonin, est celui qui a donné son nom à ce systême, parce que son *Almageste* est le seul livre détaillé qui nous soit parvenu de l'ancienne astronomie : il essaie de prouver dans deux chapitres de cet ouvrage, que la terre est véritablement immobile au centre du monde, & il place les autres planetes autour d'elle dans l'ordre suivant : la Lune, Mercure, Vénus, le Soleil, Mars, Jupiter & Saturne; sa principale raison pour placer Mercure & Vénus au dessous du Soleil, étoit de suivre en cela le systême le plus ancien, & de placer le Soleil au milieu des



planetes, enfin de le placer entre celles qui ne s'en écartent jamais que juſqu'à un certain point (Mercure & Vénus), & celles qui lui paroiſſent quelquefois oppoſées. Pour ce qui eſt de l'ordre des trois autres planetes, il penſa qu'elles devoient être d'autant plus près de nous, qu'elles tournoient en moins de temps; cette loi étoit du moins indiquée par l'exemple de la lune, qui tournant beaucoup plus vîte que le ſoleil, étoit évidemment plus près de nous, puiſqu'elle éclipſoit ſi ſouvent le ſoleil; il voyoit auſſi que Saturne étoit la moins lumineuſe de toutes les planetes, ce qui la faiſoit préſumer la plus éloignée, en même temps qu'elle étoit la plus lente de toutes. C'eſt à cela que je réduis les neuf raiſons apportées par le P. Riccioli dans ſon *Almageſtum novum*, (*T. II. pag.* 279.) en faveur de cette partie du ſyſtême de Ptolomée.

Le ſyſtême de Ptolomée eſt repréſenté dans la figure 40, d'après le IXe livre de l'Almageſte de Ptolomée; chaque planete y eſt marquée ſur ſon orbite par le ſigne qui lui convient (83); en ſorte que cette figure n'a beſoin d'aucune explication.

375. Platon avoit changé quelque choſe au ſyſtême de Pythagore; pluſieurs auteurs diſent qu'il mettoit Mercure & Vénus au delà du Soleil; ſa raiſon, diſent-ils, étoit que Vénus & Mercure n'avoient jamais éclipſé le ſoleil, ce qui devoit arriver ſi ces planetes étoient, auſſi bien que la lune, plus baſſes que le ſoleil. Ce ſyſtême fut ſoutenu par *Théon* dans ſon Commentaire ſur l'Almageſte, & enſuite par *Géber*, le ſeul, entre les auteurs Arabes, qui ſe ſoit écarté du ſyſtême de Ptolomée.

376. Les premiers obſervateurs remarquerent certainement que Vénus ne s'écartoit jamais du ſoleil que d'environ 45°, mais il étoit très-naturel de croire que ſi elle eût tourné comme le ſoleil autour de la terre, elle auroit paru très-ſouvent oppoſée au ſoleil, ou éloignée de lui de 180°; auſſi les Egyptiens imaginerent que Vénus devoit tourner autour du ſoleil comme dans un épicycle, au moyen de quoi ils expliquoient très-bien pourquoi elle paroiſſoit plus ou

moins brillante dans certains temps, sans jamais cesser d'accompagner le soleil, & il en étoit de même de Mercure. C'est Macrobe qui raconte avec éloge ce sentiment des anciens Egyptiens. (*Somn. Scip. lib. I, cap.* 19).

377. Cicéron, en faisant parler Scipion sur le systême du monde, paroît dire que les orbites de Vénus & de Mercure accompagnent & suivent le soleil ; *hunc ut comites sequuntur Veneris alter, alter Mercurii cursus.* (*Somn. Scip.*)

Vitruve dit formellement que Mercure & Vénus entourent le soleil, & tournent autour de son centre, ce qui produit leurs stations & leurs rétrogradations apparentes (*Archit. lib. IX. c.* 4) ; en sorte qu'on peut le regarder comme un des anciens qui ont soutenu ce systême des Egyptiens.

378. Martianus Capella, auteur que l'on croit avoir vécu dans le cinquieme siecle, développe encore mieux ce systême, & il y a un chapitre exprès de ses mêlanges, dont voici le titre : *Quod tellus non sit centrum omnibus planetis ;* il explique très-bien dans ce chapitre que les orbites de Vénus & de Mercure n'environnent point la terre, mais seulement le soleil qui est au centre de leurs cercles ; que ces planetes sont quelquefois au delà du soleil, quelquefois en deçà ; que dans le premier cas Mercure est moins éloigné de nous que Vénus ; que dans l'autre il est plus loin de nous. Ce systême des Egyptiens fut le principe des belles idées de Copernic sur le systême général du monde : indépendamment de la preuve tirée de la proximité constante de Vénus au soleil, on y trouvoit l'avantage de rendre raison de ces inégalités appelées *stations* & *rétrogradations*, sans la ressource absurde des épicycles.

Le systême des Egyptiens est représenté dans la figure 41, tel que nous venons de le décrire ; la terre est placée au centre de la figure, elle est environnée par les orbites de la lune & du soleil ; le globe du soleil en décrivant son orbite, est environné & accompagné des orbites de Mercure & de Vénus. Au dessus du soleil sont les trois autres orbites, placées comme dans le systême de Ptolomée (374), & désignées par les caracteres dont nous avons donné l'explication (83).

379. L'hypothese des Egyptiens satisfaisoit aux inégalités les plus remarquables de Mercure & de Vénus : à l'égard de Mars, de Jupiter & Saturne, il restoit dans ces planetes des inégalités bien étranges à expliquer, soit dans le systême de Ptolomée, soit dans celui des Egyptiens. Toutes les fois que ces planetes approchent de leur conjonction avec le soleil, ou qu'elles sont dans la même région du ciel, elles ont un mouvement propre (85), prompt & direct, c'est-à-dire vers l'orient, elles paroissent petites & fort éloignées de nous ; lorsqu'elles sont opposées au soleil ou à 180° de cet astre, elles paroissent plus grosses, plus brillantes, & semblent reculer vers l'occident, & leur mouvement propre paroît *rétrograde* (392). Dans les temps intermédiaires, elles sont *stationnaires*, paroissent immobiles dans le ciel, & d'une grandeur moyenne. Ces inégalités revenant toujours les mêmes toutes les fois que les planetes paroissoient à même distance du soleil, il sembloit à quelques philosophes que les aspects & les rayons du soleil avoient une force ou une influence qui produisoient dans les planetes toutes ces alternatives, qui étoient en effet toujours les mêmes quand les planetes étoient à même aspect, à même élongation ou distance apparente par rapport au soleil ; c'est ce qu'ils appéloient la deuxieme inégalité, la premiere étant de même espece que celle du soleil, & n'ayant lieu toute seule que dans les oppositions.

380. Pour que le lecteur pût comparer la simplicité du systême de Copernic avec l'absurde complication du systême de Ptolomée, il faudroit rapporter l'hypothese de la seconde inégalité des planetes selon Ptolomée, au moyen de l'épicycle porté sur un excentrique; mais il vaut mieux passer à des choses plus satisfaisantes : il suffira de dire que chaque planete étant en conjonction avec le lieu moyen du soleil, étoit supposée partir du sommet ou de l'apogée de son épicycle ; elle employoit à parcourir cet épicycle tout le temps qui s'observe entre une conjonction moyenne & la suivante, c'est-à-dire le temps d'une révolution synodique ; (454) Saturne un an & 13 jours, suivant les anciens: Ju-

piter, un an & 34 jours; Mars, deux ans & 59 jours; Vénus, un an & 219 jours; Mercure, 116 jours, tandis que chaque épicycle parcouroit le cercle, appelé pour lors déférent, pendant la durée de la révolution périodique de la planete (85, 454).

Je ne parlerai pas des exceptions que ces regles éprouvoient, des suppositions qu'il falloit y ajouter pour expliquer le mouvement des apsides; on trouveroit tout cela, si l'on en étoit curieux, dans le premier tome de l'Almageste du P. Riccioli, expliqué avec un détail immense & une extrême exactitude.

381. Copernic, qui préféroit les cercles concentriques aux excentriques, se servoit d'un premier épicycle pour la premiere inégalité, & en faisant tourner le centre d'un second épicycle sur la circonférence du premier, il auroit pu exprimer la seconde inégalité; mais on va voir avec quel succès il rejeta celle-ci sur le mouvement de la terre.

Toutes les planetes décrivoient leurs épicycles, suivant les anciens, précisément dans l'intervalle de temps qu'il leur falloit pour revenir en conjonction avec le soleil. La *seconde inégalité* paroissoit donc dépendre du soleil; ainsi elle dut inspirer l'idée d'examiner si un œil placé dans le soleil ne pourroit pas voir les choses dans un ordre plus simple, & si le soleil ne seroit pas le véritable centre de tous ces mouvements, qui avoient tant de rapport avec lui; on avoit eu recours à cet expédient pour sauver les inégalités de Mercure & de Vénus, il étoit naturel d'y recourir pour les autres planetes.

Du Systême de Copernic.

382. Ce fut l'embarras que trouva Copernic dans les hypotheses des anciens pour expliquer la seconde inégalité des planetes (380), qui lui fit souhaiter de pouvoir les simplifier, ou en imaginer une qui fût moins absurde & moins compliquée; il nous apprend dans la préface de son livre *de Revolutionibus Orbium*, que dans cette intention il avoit commencé par lire tout ce qu'il avoit pu trouver là-dessus

dans les anciens philosophes, pour savoir s'il n'y en avoit aucun qui eût attribué à la sphere d'autres mouvements que ceux dont on parloit depuis si long-temps dans les écoles ; voici ce qu'il y trouva de plus remarquable.

Cicéron dit que *Nicetas* de Syracuse, au rapport de Théophraste, avoit pensé que le ciel, le soleil, la lune, les étoiles, ne tournoient point chaque jour autour de la terre, mais que la terre seule tournant sur son axe avec une très grande vîtesse, faisoit paroître tout le reste en mouvement. Plutarque raconte aussi que *Philolaüs* le Pythagoricien vouloit que la terre eût un mouvement annuel autour du soleil dans un cercle oblique, tel que celui qu'on attribuoit au soleil. *Héraclide* de Pont, & *Ecphantus* Pythagoricien, attribuoient, à la vérité, un mouvement à la terre, mais seulement sur son axe, semblable à celui d'une roue. Héraclide & les autres Pythagoriciens soutenoient que chaque étoile étoit un monde qui avoit, comme le nôtre, une terre, une athmosphere & une étendue immense de matiere éthérée : Aristote, (*de cælo, lib. II, cap.* 13), dit aussi que les philosophes d'Italie appelés *Pythagoriciens*, plaçoient le feu au milieu de l'univers, & mettoient la terre au nombre des planetes qui tournoient autour du soleil comme leur centre commun.

383. Diogene Laërce dans la vie de Philolaüs, dit que les uns lui attribuoient la premiere idée du mouvement de la terre, & que les autres l'attribuoient à Nicetas : Philolaüs avoit été disciple de Pythagore, & vivoit environ 450 ans avant J. C. On peut ajouter à ces idées sublimes des plus anciens philosophes, les passages où Séneque explique de la maniere la plus philosophique, les rétrogradations des planetes. " Il s'est trouvé des philosophes qui nous ont dit, ,, vous vous trompez, en croyant qu'il y ait des astres qui ,, rétrogradent & qui s'arrêtent, cette bizarrerie ne peut avoir ,, lieu dans les corps célestes : ils vont du côté où ils ont été ,, jetés ; ils ne suspendent jamais leurs cours, ils ne changent ,, jamais leur direction ; pourquoi donc paroissent-ils quel- ,, quefois retourner en arriere ? c'est le soleil qui en est cause :

„ leurs orbes ou leurs cercles ſont placés de maniere à nous „ tromper dans certains temps ; tout ainſi qu'on croit ſouvent immobile un vaiſſeau qui va pourtant à pleines „ voiles „. (*Sen. quæſt. nat. l. VII. c. 25* & 26).

Des autorités ſi poſitives donnerent de la confiance à Copernic, & lui firent admettre d'abord le mouvement diurne, ou le mouvement de rotation de la terre ſur ſon axe ; ce ſimple mouvement retranchoit de la phyſique des centaines de mouvements à chaque jour ; la ſimplicité de cette hypotheſe ſuffiſoit pour la rendre vraiſemblable, & c'eſt une véritable démonſtration pour tout homme qui veut s'affranchir des préjugés de ſon enfance.

384. En effet, quand on voit cette concavité immenſe de tout le ciel remplie d'une multitude d'étoiles, qui ſont toutes à des diſtances prodigieuſes de nous, des planetes qui ont toutes des mouvements contraires à ce mouvement de tous les jours : quand on réfléchit à la petiteſſe de la terre, en comparaiſon de toutes ces énormes diſtances, il devient impoſſible de concevoir que tout cela puiſſe tourner à la fois d'un mouvement commun, régulier & conſtant en 24 heures de temps, autour d'un atôme tel que la terre. Non ſeulement le mouvement diurne de tous les aſtres en 24 heures autour de la terre eſt une choſe peu vraiſemblable, j'oſe dire qu'elle eſt abſurde, & qu'il faut être aveuglé par le préjugé ou l'ignorance pour pouvoir ſe prêter à cette idée. Toutes ces planetes qui ſont à des diſtances ſi différentes, & dont les mouvements propres ſont ſi différents les uns des autres ; toutes ces cometes qui ſemblent n'avoir preſque aucune reſſemblance avec les autres corps céleſtes ; toutes ces étoiles fixes que les lunettes nous font voir par millions dans toutes les parties du ciel ; tous ces corps, dis-je, qui n'ont aucun rapport les uns avec les autres, qui different tout autant que le ciel & la terre, qui ſont indépendants l'un de l'autre, & à des diſtances que l'imagination a peine à concevoir, ſe réuniroient donc pour tourner chaque jour tous enſemble, & comme tout d'une piece, autour d'un axe ou eſſieu, lequel même change de place. Cette égalité dans le mouvement de

tant de corps, si inégaux d'ailleurs à tous égards, devoit seule indiquer aux philosophes qu'il n'y avoit rien de réel dans les mouvements diurnes, & quand on y réfléchit, elle prouve la rotation de la terre d'une maniere qui ne laisse point de soupçon, & à laquelle il n'y a point de replique.

Enfin, depuis qu'à l'aide des lunettes, nous voyons sans aucune espece d'incertitude le Soleil & Jupiter tourner sur leur axe (970) il est encore plus difficile de révoquer en doute la rotation de la terre qui est incontestablement moins grosse que le soleil.

385. Les anciens étoient obligés de supposer des spheres solides & transparentes comme le crystal, où ils enchassoient tous les astres, & ils faisoient tourner ces calottes sphériques les unes dans les autres; le P. Riccioli même est obligé d'y avoir recours (*Almag. nov. II* 288). Mais depuis qu'on a vu les planetes se rapprocher visiblement de nous, & s'en éloigner ensuite; depuis qu'on a vu des cometes descendre si près de la terre, & remonter ensuite à perte de vue, les cieux solides sont une absurdité démontrée; il devient donc également absurde de supposer que le soleil entier puisse tourner tous les jours & tout à la fois, tandis qu'il est composé de tant de milliers de pieces détachées, sans qu'aucune paroisse jamais recevoir plus ou moins de mouvement que les autres, même en décrivant des cercles qui sont tous de grandeurs différentes, à moins qu'on n'y applique des intelligences conductrices, occupées sans cesse à empêcher l'effet des loix du mouvement qui sont établies d'ailleurs dans toute la nature.

386. Le P. Riccioli oppose à tout cela des passages de l'Ecriture Sainte, où il est dit que le soleil se leve & se couche (410). Il propose ensuite 77 arguments contre le mouvement de la terre, & réfute 49 arguments qu'il suppose que l'on peut faire en faveur du systême de Copernic: de toutes les preuves qu'il produit contre le mouvement de la terre, les seules qui me paroissent mériter quelque considération, se réduisent toutes à l'argument de Ptolo-

mée, (*Almag. lib. I.*), que Buchanan a exprimé dans les vers suivants :

> Ipsæ etiam volucres tranantes aëra leni
> Remigio alarum, celeri vertigine terræ
> Abreptas gemerent sylvas, nidosque tenellâ
> Cum sobole, & carâ forsan cum conjuge; nec se
> Auderet zephiro solus committere turtur. *Sphæræ*, *L. I.*

« Les oiseaux dans les airs, verroient la terre & les forêts » fuir sous leurs pieds; ils verroient leurs nids, leurs petits, » & peut-être leurs femelles, entraînés par le mouvement » diurne de la terre vers l'orient; la tourterelle n'oseroit » jamais s'éloigner de la surface de la terre par la crainte » de perdre sa demeure ».

§ 387. Copernic, (*L.I. c.*8) Képler, Ptolomée lui-même y avoient déja répondu; il est impossible que des corps terrestres, & que l'athmosphere de la terre, qui depuis tant de siecles tiennent à la terre, & tournent avec elle, n'en aient pas reçu un mouvement commun, une impression & une direction communes; la terre tourne avec tout ce qui lui appartient, & tout se passe sur la terre mobile comme si elle étoit en repos. Il est étonnant que Tycho, le P. Riccioli, & tous ceux qui ont répété le même argument sous tant de formes différentes, n'aient pas su que lorsqu'on joue aux boules ou au billard dans le vaisseau qui va le plus vîte, le choc des corps s'y fait avec la même force dans un sens que dans l'autre, & que lorsqu'on jete une pierre du haut du mât d'un vaisseau en mouvement, elle tombe directement au pied du mât, comme quand le vaisseau étoit en repos: le mouvement du vaisseau est communiqué d'avance au mât, à la pierre, & à tout ce qui existe dans le vaisseau, en sorte que tout arrive dans ce navire comme s'il étoit immobile: il n'y a que le choc des obstacles étrangers qui fait qu'on en apperçoit le mouvement lorsqu'on est dans le navire; mais comme la terre ne rencontre aucun obstacle étranger, il n'y a absolument rien dans la nature, ni sur la terre, qui puisse

par sa résistance, par son mouvement, ou par son choc, nous faire appercevoir le mouvement de la terre. Ce mouvement est commun à tous les corps terrestres; ils ont beau s'élever en l'air, ils ont reçu d'avance l'impression du mouvement de la terre, sa direction & sa vîtesse, & lors même qu'ils sont au plus haut de l'athmosphere, ils continuent à se mouvoir comme la terre. Un boulet de canon qui seroit lancé perpendiculairement vers le zénith, retomberoit dans la bouche du canon, quoique pendant le temps que le boulet étoit en l'air, le canon ait avancé vers l'orient avec la terre de plusieurs lieues; (il doit faire six lieues & un quart par minute, sous l'équateur): la raison en est évidente; ce boulet en s'élevant en l'air, n'a rien perdu de la vîtesse que le mouvement de la terre lui a communiquée; ces deux impressions ne sont point contraires; il peut faire une lieue vers le haut pendant qu'il en fait six vers l'orient: son mouvement dans l'espace absolu est la diagonale d'un parallélogramme, dont un côté a une lieue, & l'autre six, il retombera par sa pesanteur naturelle, en suivant une autre diagonale, & il retrouvera le canon qui n'a point cessé d'être situé, aussi-bien que le boulet, sur la ligne qui va du centre de la terre jusqu'au sommet de la ligne où il a été lancé.

388. Pour que le boulet restât en l'air sur une même ligne perpendiculaire au point d'où il étoit parti, sans tourner avec la terre, il faudroit qu'il y eût une cause en l'air qui détruisît l'impression générale que ce boulet avoit reçue par le mouvement de la terre; mais nous n'en connoissons aucune; le boulet doit donc continuer de tourner autour du centre de la terre, lors même qu'il s'en éloigne par l'impulsion de la poudre; la premiere & la plus générale des loix du mouvement, est qu'un corps déterminé une fois à se mouvoir dans une direction, continue uniformément & sur la même ligne, s'il n'y a pas de cause qui retarde ou anéantisse son mouvement; cette loi s'observe & se vérifie par tout; il n'est donc pas étonnant que les oiseaux, les nuages, les boulets, continuent d'avoir le même mouvement que la terre, lors même qu'ils s'en éloignent.

389. Mais si les corps terrestres ne peuvent déceler le mouvement de la terre, tout ce qui est éloigné de la terre nous fait appercevoir ce mouvement : nous sommes sur un vaisseau qui se meut paisiblement sans que nous nous en appercevions, mais celui qui est sur le vaisseau voit les côtes & les villes s'éloigner de lui, *provehimur portu, terræque urbesque recedunt ;* nous voyons de même les planetes, les étoiles & tout le ciel, sans aucune exception, se mouvoir du même sens, & tout ce qui est hors de la terre nous avertit de notre mouvement.

390. Tandis que l'on ne voit contre le systême de Copernic aucune espece d'argument, nous avons au contraire une preuve bien physique & bien démonstrative de sa rotation diurne, par la diminution de pesanteur des corps qui sont sous l'équateur ; diminution qui est proportionnelle à la force centrifuge qui naît de la rotation de la terre, (816, 1011) & qui produit la figure applatie de la terre, qui est encore une autre preuve du mouvement diurne. L'aberration des étoiles (783), & l'attraction universelle dont nous donnerons tant de preuves dans le livre XII, sont encore des démonstrations physiques & positives du mouvement de la terre.

391. Le mouvement diurne de la terre sur son axe une fois admis (il devenoit plus facile d'admettre un second mouvement de la terre dans l'écliptique ; celui-ci étoit indiqué par le phénomene des stations & des rétrogradations des planetes (380), qui deviennent de pures apparences, quand on admet le mouvement de la terre, & qui sont des singularités inexplicables dans chaque planete, lorsqu'on suppose la terre immobile.

392. C'est un phénomene observé dès le temps d'Hipparque dans toutes les planetes, qu'après avoir paru se mouvoir quelque temps d'occident en orient, suivant l'ordre des signes, elles s'arrêtent peu à peu & rétrogradent ensuite (379). La rétrogradation de Saturne dure environ 136 ou 140 jours sur une année ; ou plutôt sur un retour à sa conjonction ; celle de Jupiter 118 ou 122 ; celle de Mars, entre

59 & 79 ; celle de Vénus 42 ou 44 ; celle de Mercure 22 jours ſur 115 que dure ſa révolution ſynodique. L'arc de rétrogradation eſt de 6 à 7° pour Saturne, de 10° pour Jupiter ; il va de 10 à 19° pour Mars, il eſt de 16° pour Vénus, il eſt entre 9 & 16° pour Mercure. Ces rétrogradations reviennent toutes les fois que les planetes ſe trouvent en conjonction avec le ſoleil, c'eſt-à-dire, qu'elles dépendent du mouvement annuel du ſoleil. Pour les expliquer dans le ſyſtême de Ptolomée, il falloit faire mouvoir chaque planete dans un épicycle par un mouvement qui dépendoit de la longueur de l'année, & qui étoit différent pour chaque planete (380) ; toute cette complication diſparoît dans le ſyſtême de Copernic ; ainſi cet aſtronome devoit être bien plus porté à l'admettre que les anciens Pythagoriciens, qui ne connoiſſoient pas ces inégalités des planetes ; & ce fut en effet la premiere raiſon qu'eut Copernic de chercher, vers l'an 1507, d'autres hypotheſes que celles de Ptolomée, pour expliquer les mouvements planétaires ; ſon livre parut en 1543, & dès le temps de Galilée & de Képler, en 1600, tout ce qu'il y avoit de plus habile dans l'aſtronomie, étoit du même ſentiment que Copernic, & ne doutoit plus du mouvement de la terre : tous les progrès que l'on a fait enſuite dans l'aſtronomie ont produit ſur cette matiere de nouvelles démonſtrations ; il n'y a plus aucune raiſon de douter, ni aucune objection raiſonnable à faire contre le mouvement de la terre.

393. Le ſyſtême de Copernic eſt repréſenté dans la figure 42 ; le ſoleil eſt au centre du monde ; les planetes tournent autour de lui dans l'ordre ſuivant : Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter & Saturne, à des diſtances du ſoleil qui ſont entr'elles, comme les nombres 4, 7, 10, 15, 52 & 95, quoiqu'on n'ait pas obſervé ces proportions dans la figure. Ces nombres, qui ſont les plus ſimples & les plus faciles à retenir, ſont tels que chaque unité vaut un peu plus de trois millions de lieues, de 25 au degré, ou de 2263 toiſes chacune ; on verra bientôt la maniere de trouver ces diſtances (450.) On voit dans la même figure que la

terre eſt environnée par l'orbite de la lune qu'elle entraîne avec elle, ainſi que Jupiter eſt entouré par les 4 orbites de ſes ſatellites, & Saturne par 5 autres ſatellites, dont nous parlerons dans le IXe livre.

Je parlerai de l'explication des phénomenes qui réſultent de ce ſyſtême (412), après que celui de Tycho m'aura donné l'occaſion de démontrer encore mieux la vérité du ſyſtême de Copernic, qui ſera la baſe de tout le reſte de cet ouvrage.

Du Syſtême de Tycho-Brahé.

394. Nous ne parlons du ſyſtême de Tycho qu'après avoir parlé de celui de Copernic, pour ſuivre l'ordre des temps & celui des ouvrages qui ont été faits là-deſſus; il eſt vrai que le ſyſtême de Tycho a du rapport avec celui de Ptolomée, puiſque l'un & l'autre adoptent le mouvement du ſoleil, & ſuppoſent la terre fixe; mais il a encore plus de rapport avec le ſyſtême de Copernic, puiſque dans tous les deux les cinq planetes tournent autour du ſoleil, & que Tycho s'eſt conformé à cet égard aux démonſtrations de Copernic, ſans lequel il ne ſe ſeroit point élevé auſſi haut.

Le ſyſtême de Tycho eſt repréſenté dans la figure 43 que j'ai tirée de ſon ouvrage ſur la comete de 1577, imprimé à la ſuite de ſes Lettres aſtronomiques, & qui eſt intitulé : *Tychonis-Brahe Dani de mundi ætherei recentioribus phœnomenis, liber ſecundus.* La terre *T* eſt placée au centre de la figure; elle eſt environnée d'abord par l'orbite de la lune, & enſuite par celle du ſoleil. Autour du ſoleil *S*, comme centre, ſont décrits cinq autres cercles pour repréſenter les orbites de Mercure, de Vénus, de Mars, de Jupiter & de Saturne; & le ſoleil accompagné de toutes ces orbites, eſt ſuppoſé tourner autour de la terre *T*, qui eſt cependant beaucoup plus près de lui que les orbites de Jupiter & de Saturne. Je n'ai point repréſenté dans cette figure les ſatellites de Jupiter & de Saturne, de même que je n'ai point obſervé les proportions qui ont lieu dans les grandeurs des orbites, pour ne pas faire une trop grande figure.

395. Le ſyſtême de Tycho-Brahé avoit été déja ſoutenu, du moins en partie, par les Egyptiens (376). Tycho ayant reconnu comme eux que Vénus & Mercure tournoient évidemment autour du ſoleil, crut qu'il en pouvoit être de même des trois autres planetes; la concluſion étoit aſſez naturelle, elle rendoit uniforme les hypotheſes de toutes les planetes, & ſupprimoit tous les épicycles de la ſeconde inégalité, par le ſeul mouvement du ſoleil.

Tycho-Brahé avoit une raiſon de plus pour ſoutenir ce ſyſtême; Copernic avoit démontré 50 ans avant lui, que l'on expliquoit dela maniere la plus naturelle & la plus ſimple les phénomenes bizarres & ſinguliers des ſtations & rétrogradations de toutes les planetes, en les faiſant tourner toutes autour du ſoleil; Tycho-Brahé étoit trop éclairé pour ne pas voir la beauté, la ſimplicité, & par conſéquent la vérité de ce ſyſtême; mais ſon reſpect pour quelques paſſages de l'écriture qu'il interprétoit mal, l'empêchoit d'adopter le mouvement de la terre; enfin, il avoit peine à concevoir ce déplacement de notre globe; accoutumé avec le vulgaire à le conſidérer comme la baſe éternelle & le fondement immobile de toute ſtabilité; il conſerva donc tout ce qu'il put du ſyſtême de Copernic, c'eſt-à-dire le mouvement de toutes les planetes autour du ſoleil, mais il fit tourner le ſoleil lui-même, accompagné de toutes ces planetes autour de la terre.

396. Tycho ne vouloit pas cependant qu'on crût qu'il n'avoit fait que retourner le ſyſtême de Copernic pour former le ſien: voici à quelle occaſion il dit l'avoir imaginé: il obſerva ſoigneuſement en 1582 Mars en oppoſition; il jugea qu'il étoit plus près de nous que le ſoleil, & dès-lors les hypotheſes de Ptolomée ne pouvoient plus avoir lieu; car ſuivant Ptolomée, Mars devoit être plus loin que le ſoleil. D'un autre côté, Tycho crut remarquer que les cometes obſervées en oppoſition par rapport au ſoleil, n'étoient point affectées du mouvement annuel de la terre, comme cela devoit arriver dans le ſyſtême de Copernic; cela lui fit rejeter l'hypotheſe de Copernic, & dès-lors il ne reſta plus d'au-

tres moyens d'expliquer la proximité de Mars à la terre, si ce n'est par le systême qu'il proposa.

Dans l'ouvrage qu'il fit à l'occasion de la comete de 1577, Tycho parle fort au long de son systême, imaginé vers 1582. « J'avois remarqué, dit-il, que l'ancien systême de Ptolo-„ mée n'étoit point naturel; la multitude des épicycles dont „ il se sert pour expliquer le mouvement des planetes par „ rapport au soleil, leurs stations & leurs rétrogradations, „ & une partie de leurs inégalités apparentes, est superflue; „ ces hypotheses mêmes péchent contre les principes de l'art, „ en supposant ces mouvements égaux, non autour de leur „ centre propre & naturel, mais autour d'un point étran-„ ger, c'est-à-dire, d'un autre cercle excentrique, qu'on „ appelle l'*équant*. Mais aussi je n'approuvois pas cette „ nouveauté introduite par le grand Copernic, à l'exemple „ d'Aristarque de Samos, dont parle Archimede dans son „ livre *de Arenæ numero*, adressé à Gédion, roi de Sicile; „ quoiqu'elle corrige de la maniere la plus savante tout ce „ qu'il y a d'inutile & de défectueux dans le systême de „ Ptolomée, & qu'elle ne renferme rien qui soit contre les „ principes des mathématiques: cette lourde masse de la „ terre, si peu propre au mouvement, ne sauroit être ainsi „ déplacée & agitée d'une triple maniere, comme le seroient „ ces corps célestes, sans choquer les principes de la physi-„ que; l'autorité des Saintes Ecritures s'y oppose; je parle-„ rai ailleurs de ces divers inconvénients, comme aussi de „ celui qu'il y auroit à supposer un espace immense entre „ l'orbite de Saturne & la huitieme sphere, qui ne seroit oc-„ cupé par aucun astre. Je voyois donc que des deux côtés „ il y avoit des absurdités; je me mis à examiner sérieuse-„ ment s'il y avoit quelqu'hypothese qui fût parfaitement „ d'accord avec les phénomenes & les principes mathéma-„ tiques, sans répugner à la physique, & sans encourir les „ censures de la théologie; je réussis au-delà de mes espé-„ rances, & je trouvai enfin une maniere de disposer les „ révolutions célestes, qui remédie à tous les inconvénients „ & dont je vais faire part aux amateurs de la physique cé-„ leste.

" Je pense d'abord qu'il faut décidément & sans aucun
„ doute, placer la terre immobile au centre du monde, en
„ suivant le sentiment des anciens astronomes ou physiciens,
„ & le témoignage de l'écriture ; je n'admets point avec
„ Ptolomée & les anciens, que la terre soit le centre des
„ orbes du second mobile ; mais je pense que les mouvements
„ célestes sont disposés de maniere que la lune & le soleil
„ seulement avec la huitieme sphere, la plus éloignée de
„ toutes, & qui renferme toutes les autres, aient le centre
„ de leur mouvement vers la terre ; les cinq autres planetes
„ tourneront autour du soleil comme autour de leur chef
„ & de leur Roi, & le soleil sera sans cesse au milieu de
„ leurs orbes, qui l'accompagneront dans son mouvement
„ annuel...... Ainsi le soleil sera la regle & le terme de
„ toutes ces révolutions ; & comme Apollon au milieu des
„ Muses, il réglera seul toute l'harmonie céleste de ces mou-
„ vements dont il est environné „.

397. En même temps que Tycho regardoit le mouvement de la terre comme un paradoxe de théologie & de physique, il reconnoissoit son utilité en astronomie, comme on peut en juger par ce qu'il en dit dans ses Progymnasmes, (*T. I. p. 661*) :
" J'avoue, dit-il, que les révolutions des cinq planetes que
„ les anciens attribuoient à des épicycles, s'expliquent ai-
„ sément & à peu de frais, par le simple mouvement de la
„ terre ; que les anciens mathématiciens ont adopté bien
„ des absurdités & des contradictions que Copernic a sau-
„ vées, & qu'il satisfait même un peu plus exactement aux
„ apparences célestes „. Mais on voit ensuite que Tycho regardoit le témoignage de l'Ecriture Sainte comme le plus grand obstacle au systême de Copernic.

398. On voit encore dans une lettre de Tycho à Rothmann, mathématicien du Landgrave, en date du 21 février 1589, ce que pensoit Tycho du systême de Copernic :
« Lorsque je traiterai, dit-il, *ex professo*, des mouvements
» célestes, je ferai voir que mes hypotheses satisfont exac-
» tement aux apparences célestes ; qu'elles sont de beaucoup
» préférables à celles de Ptolomée & de Copernic, & s'ac-

» cordent mieux avec la vérité ; mais si elles vous déplaisent
» si fort, si vous aimez mieux faire tourner la terre & les
» mers accompagnées de la lune, par un mouvement an-
» nuel, & donner un triple mouvement à un corps simple &
» unique ; si vous voulez que cette terre, quoique si peu
» propre au mouvement, & si fort au dessous des astres,
» soit cependant portée elle-même comme un astre dans la
» région éthérée, vous êtes bien le maître..... Mais n'est-ce
» pas confondre les choses d'ici bas avec les choses célestes,
» & renverser de fond en comble tout l'ordre de la nature?
» Ne vous y trompez pas cependant, en croyant que Co-
» pernic ait suffisamment répondu aux absurdités physiques
» qui résultent de son hypothese : je vous démontrerai quel-
» que jour que tout ce que vous dites pour le défendre, ne
» suffit pas pour mettre la chose hors de doute ; vous êtes
» encore moins recevable dans l'interprétation que vous
» donnez des passages de l'Ecriture qui sont contraires à
» votre systême, &c. » (*Epist. astron. pag.* 147). Tycho s'efforce alors de prouver à son ami que l'Ecriture-Sainte est incompatible avec le systême de Copernic.

399. Longomontanus, astronome célebre qui vécut pendant dix ans chez Tycho-Brahé à Uranibourg, dont Tycho fait mention d'une maniere honorable, & qui contribua à l'édition de ses Œuvres, ne put se résoudre à admettre tout-à-fait le sentiment de Tycho ; il admit le mouvement de rotation, (*Astronomia Danica, pag* 161, 220), pour éviter de donner à toute la machine céleste cette vîtesse incroyable du mouvement diurne, qui par sa force centrifuge disperseroit bientôt les étoiles & les planetes, à moins qu'on ne supposât les cieux solides (385), comme le P. Riccioli est obligé de le faire (*Almag. novum II.* 288), ou des intelligences conductrices. Il en est de même d'Origan dans l'Epître dédicatoire de ses Ephémérides, & d'Argoli dans son *Pandosium*, c. 3. Il y a moins de difficulté à proposer contre ce systême, que contre celui de Tycho-Brahé ; mais on a vu que le mouvement annuel est aussi évident que le mouvement diurne (392).

Objections contre le Systême de Copernic.

400. Tous les motifs tirés de la simplicité de l'élégance du systême de Copernic, & du parfait accord qu'on trouve dans toute l'astronomie en l'adoptant, équivalent à une démonstration pour tout physicien qui n'est pas prévenu d'avance contre la possibilité du mouvement de la terre ; il s'agit donc de répondre aux difficultés qu'on peut former contre ce mouvement, & dès-lors il ne restera presque rien à desirer pour nos preuves ; elles ne formeront peut-être pas une démonstration mathématique, mais bien un corps de preuves physiques équivalentes à une démonstration, sur-tout quand on y ajoutera les preuves directes que l'on a du mouvement de la terre (384, 390, 409).

Je réponds sur-tout avec plaisir aux objections de Tycho-Brahé contre le systême de Copernic, parce que son témoignage est d'un si grand poids, sa réputation en astronomie mérite tant de respect, qu'il nous importe pour le systême de Copernic de montrer que si Tycho avoit eu moins de préjugés, & s'il eût été instruit de ce qu'on a observé depuis sa mort, il ne seroit demeuré presqu'aucune des objections qu'il faisoit contre ce systême.

401. Il demande à Rothmann (*Epist. astron. pag.* 167), comment il se peut faire qu'un boulet jeté du haut d'une tour, tombe toujours exactement dans le point qui lui répond perpendiculairement au pied de la tour ; si la terre a un mouvement diurne, la tour doit avancer vers l'orient, & s'éloigner beaucoup du boulet avant qu'il soit arrivé au bas de la tour : mais on sait aujourd'hui, par les premiers principes de la méchanique & par l'expérience des vaisseaux, que le boulet ne doit point quitter la tour (387).

402. On ne peut imaginer, dira-t-on, que la terre se renverse tous les jours, & que dans douze heures nous aurons la tête en bas ; mais il est démontré par l'expérience des voyageurs, que nous avons des antipodes, qui ont les pieds tournés vers les nôtres (147) ; ainsi nous serons pla-

cés dans douze heures comme ils le ſont actuellement; l'un n'eſt pas plus difficile à concevoir que l'autre.

403. La terre, diſoit Tycho (398), eſt une maſſe lourde, inerte, vile & groſſiere, peu propre au mouvement, qui ne ſemble faite que pour être le fondement inébranlable de toute ſtabilité; vous voulez en faire un aſtre & la promener dans les airs, c'eſt une prétention trop étrange. Mais qu'y a-t-il de ſolide dans ce raiſonnement de Tycho? N'y voit-on pas au contraire un homme prévenu d'une maniere populaire pour les idées qu'il a reçues dans ſon enfance? Pourquoi la terre qui eſt beaucoup plus petite que le ſoleil, ſuivant les obſervations & les démonſtrations même de Tycho, ſeroit-elle moins propre au mouvement que le ſoleil? Pourquoi ſeroit-elle plus vile & plus groſſiere que les planetes, qui ſont opaques & obſcures comme la terre, quand le ſoleil ne les éclaire pas; qui ſont la plupart au moins auſſi groſſes que la terre, de l'aveu même de Tycho, & qui ſont rondes comme la terre.

404. Tycho étoit choqué de la diſtance énorme à laquelle doivent ſe trouver les étoiles dans le ſyſtême de Copernic, pour que l'orbe annuel de la terre y paroiſſe comme inſenſible (768): il n'eſt pas vraiſemblable, dit il, que l'eſpace compris depuis le ſoleil juſqu'à Saturne, ſoit 700 fois plus petit que la diſtance des étoiles fixes, ſans qu'il y ait d'autres aſtres dans l'intervalle; c'eſt cependant ce qu'il faut ſuppoſer: d'ailleurs les étoiles de la troiſieme grandeur, dont le diametre apparent eſt d'une minute, ſeroient égales à l'orbe annuel de la terre tout entier, ſi elles ont ſeulement une parallaxe annuelle, d'une demi-minute: que ſera-ce des étoiles de la premiere grandeur qui ont 2 ou 3 minutes de diametre apparent?

Ces objections de Tycho n'auroient peut-être pas eu lieu dans ce ſiecle-ci; il auroit appris que les cometes, par des orbites beaucoup plus grandes que celle de Saturne, rempliſſent une partie de cet eſpace immenſe dont le vuide lui paroiſſoit inconcevable; il auroit ſu par la découverte des lunettes, que le diametre apparent des étoiles de la premiere

grandeur n'eſt pas d'une ſeconde (769), & qu'ainſi l'on n'eſt point obligé de les ſuppoſer d'une grandeur ſi prodigieuſe. Mais quand il faudroit admettre un intervalle immenſe vuide d'étoiles & de planetes, & convenir que les étoiles fixes que nous appercevons, ſont incomparablement plus groſſes que le ſoleil, je ne vois pas qu'il en réſultât rien de poſitif contre le ſyſtême de Copernic; les étoiles plus rapprochées & plus petites dans le ſyſtême de Tycho, ſont une choſe trop indifférente pour former une preuve en ſa faveur, puiſque nous n'avons d'ailleurs aucune idée de leur grandeur réelle, non plus que de leur diſtance.

405. Tycho demande encore comment on peut concevoir le mouvement du parallélifme de l'axe de la terre, & comment un ſeul & même corps peut avoir ainſi deux mouvements différents, l'un qui tranſporte le centre du globe, & l'autre qui change la poſition de ſon axe. Mais le parallélifme de l'axe de la terre n'eſt point un mouvement particulier, comme le ſuppoſe Tycho, qui en fait toujours ce qu'il appelle *un troiſieme mouvement de la terre;* c'eſt une ſituation de l'axe, qui ne change point, parce qu'il n'y a aucune cauſe qui la faſſe changer; il ſuffit que l'axe ait été dirigé une fois vers un point du ciel pour qu'il continue d'y être toujours dirigé (417), quoique la terre ait un mouvement annuel ſuivant une certaine direction: il n'y a aucune raiſon phyſique ni mathématique, d'où l'on puiſſe conclure que l'axe du mouvement diurne ſe dirigera perpendiculairement à l'orbe annuel: il n'y a entre ces deux mouvements aucune connexion ni dépendance: dans le temps que toutes les parties de la terre ſont lancées du même côté par un mouvement de projection, elles acquierent toutes des vîteſſes & des directions paralleles & égales; cela ne change donc rien à la ſituation qu'elles ont l'une par rapport à l'autre, & à celle qu'elles doivent continuer d'avoir. Ainſi l'on peut ſuppoſer que la terre, (qui d'abord auroit tourné autour d'un axe immobile), ſoit lancée dans une direction quelconque; toutes les parties recevant la même impreſſion, il y a une compenſation entiere des parties ſupérieures aux parties

inférieures, & elles conservent toutes le mouvement de rotation qu'elles avoient auparavant, c'est-à-dire, que chaque particule se meut dans une direction parallele à celle qu'elle suivoit d'abord quand la terre étoit fixe. Lorsqu'une toupie tourne sur la table par un mouvement de rotation qui lui a été imprimé, cette table peut être transportée, & même lancée de haut en bas, de droite à gauche, obliquement, circulairement, sans qu'il en résulte aucune différence dans le mouvement de la toupie; on peut lancer cette toupie suivant la direction qu'on voudra, sans qu'elle cesse pour cela de tourner sur le même axe. Un boulet qui sort du canon, tourne presque toujours sur son axe, mais tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, suivant la nature des obstacles qu'il aura éprouvés avant de sortir du canon; cela n'est point incompatible avec l'explosion, & n'en dépend aucunement. Voyez les *nouveaux principes d'artillerie* de Robins, traduits par M. Dupuy en 1771.

406. Tycho croyoit trouver dans les cometes une objection très-forte contre le systême de Copernic, en disant qu'elles n'étoient point affectées par le mouvement annuel de la terre. Il paroît même que dans le temps où Tycho songea en 1582 à former une hypothese pour expliquer la proximité de Mars à la terre, la raison qui lui fit rejeter le systême de Copernic, fut que les cometes ne paroissoient point affectées par des inégalités apparentes, telles qu'il devoit y en avoir si la terre avoit eu un mouvement annuel. Cette raison étoit grave assurément; si elle eût été vraie, elle eût été sans replique, mais Tycho avoit observé peu de cometes; s'il eût vu celle de 1681, dont la route est si compliquée & si bizarre en apparence, que M. Cassini en fit deux cometes différentes, mais devient une courbe exacte & réguliere quand on tient compte du mouvement de la terre; s'il eût vu ces cometes dont la route tortueuse est représentée avec la derniere précision par une seule courbe décrite autour du soleil, & combinée avec le mouvement de la terre, comme on le verra dans le dixieme livre, il eût changé probablement de langage; & ce qui fut pour lui une raison de

rejeter le syſtême de Copernic, en eût été au contraire la plus forte démonſtration.

407. Tycho étoit obligé, pour faire tourner les planetes autour du ſoleil, d'imaginer une eſpece de force centrale, ou de tendance vers cet aſtre : " Quelle eſt, je vous prie, „ écrit-il à Rothmann, (*Epiſt. aſtron. pag.* 148), la matiere „ ténace, par laquelle certains corps, comme le fer & l'ai„ man, s'uniſſent & ſe cherchent mutuellement, malgré les „ corps interpoſés? Si cette force a lieu naturellement dans „ les corps terreſtres inanimés, pourquoi ne l'imagineroit„ on pas dans les corps céleſtes, que les Platoniciens & les „ Philoſophes les plus ſages ont regardés comme étant, pour „ ainſi dire, animés ou doués d'une vertu divine : liſez atten„ tivement Pline à la fin du ſeizieme chapitre de ſon ſecond „ livre ſur la cauſe des ſtations & des rétrogradations des „ trois planetes ſupérieures ; ce qu'il en dit, quoiqu'obſcur & „ même abſurde, mérite quelque attention, & fait voir que „ parmi les plus anciens mathématiciens, & ceux même qui „ ont placé la terre immobile au centre du monde, il y en „ a eu qui n'ont point employé les épicycles, mais ont cru „ que ces apparences, par une certaine cauſe occulte, pou„ voient ſe rapporter au ſoleil, & s'expliquer par leur dé„ pendance du ſoleil, ſans qu'il y eût entre le ſoleil & les „ planetes aucune matiere capable de les unir enſemble „.

Tycho concevoit donc une certaine force de connexion entre les planetes & le ſoleil, comme on l'admet généralement aujourd'hui (999); or cette force s'étend juſqu'à Saturne, c'eſt à dire, bien au-delà de la terre. Comment donc imaginer que la force du ſoleil capable de retenir des planetes plus groſſes que la terre & à de plus grandes diſtances, ne pût cependant rien ſur celle-ci, & qu'au contraire le ſoleil armé de ce vaſte cortege, & étendant ſa force juſqu'aux extrêmités de ce ſyſtême immenſe, fût cependant forcé de tourner ſans ceſſe autour d'une terre plus petite & moins éloignée que les planetes ſur leſquelles il étend ſon action : il eſt clair que c'eſt dans le ſyſtême de Tycho-Brahé une véritable abſurdité.

408. En matiere de physique on ne sauroit donner une démonstration rigoureuse & précise, comme dans la géométrie pure : si un homme placé fortuitement, & pour la premiere fois, dans un vaisseau & sur un fleuve, s'étoit persuadé d'avance fortement par quelque motif de prévention, que ce vaisseau est immobile, on auroit beau lui montrer la terre, les arbres & le rivage en mouvement, lui dire que tout cela ne sauroit être emporté à la fois du même sens, que le mouvement seul de son navire est la cause de toutes ces apparences, & suffit pour expliquer tous les mouvements qu'il apperçoit ; s'il ne l'a jamais éprouvé lui-même en descendant à terre, s'il n'a point vu de bâtiment avancer sur l'eau, s'il a oui dire cent fois le contraire, il pourra toujours vous répondre que peut-être vous avez raison, mais qu'il n'a jamais éprouvé si cela est bien vrai. Tel est le cas du physicien qui voudroit démontrer au peuple le mouvement de la terre ; il lui fera voir des milliers d'étoiles qui paroissent toutes avancer du même sens, quoiqu'elles soient à des distances prodigieuses les unes des autres ; il lui dira qu'on ne peut même imaginer une cause commune pour tant de corps isolés & indépendants les uns des autres, capable de les entraîner à la fois, & de leur faire faire un tour entier tous les jours autour d'une petite masse de terre, que l'on n'appercevroit pas si l'on étoit placé vers une étoile : le physicien lui dira encore qu'un seul mouvement de rotation dans le petit globe de la terre, qui n'a que 1432 lieues de rayon, suffit pour causer cette infinité de mouvements apparents : tout cela ne sauroit convaincre ceux qui n'ont pas assez de physique pour éloigner les préjugés ; ce n'est pas une démonstration proprement dite, on n'en sauroit avoir en physique ; mais le physicien ne les exige pas, & il lui suffit d'avoir une foule de raisons à proposer, tandis qu'on ne sauroit lui faire une seule objection physique contre le mouvement de la terre.

409. Cependant on doit regarder comme des démonstrations directes & positives du mouvement de la terre, le phénomene de l'aberration des étoiles (liv. VII), la figure applatie de la terre (liv. VIII), l'accourcissemenr du pendule

vers l'équateur (807), & tous les phénomenes qui prouvent l'attraction générale des corps célestes, (voyez le XIIe livre); parce que cette loi ne sauroit subsister sans le mouvement de la terre; c'est le premier fondement de toute astronomie & de toute physique céleste. Ainsi l'on peut dire qu'un traité d'astronomie est lui-même l'assemblage de mille preuves différentes du mouvement de la terre; l'enchaînement de toutes les parties de cet ouvrage se trouveroit rompu, & leur cohérence désunie, si l'on cessoit d'admettre ce mouvement.

410. Le P. Riccioli emploie plus de 200 pages *in-fol.* dans le second volume de son *Almageste*, à disserter sur le systême de Copernic; il emploie sur-tout les témoignages sacrés qui y sont présentés dans toute leur force; il n'y a rien de remarquable parmi ces arguments qui ne soit renfermé dans ce que l'on a vu aux articles précédents. Il insiste beaucoup aussi sur les témoignages de l'Ecriture, qu'on nous a si sérieusement opposés: Josué, c. 10, v. 13; Ps. 92, v. 1; Ps. 103, v. 5; Ecclésiaste, c. 1, v. 5; Isaie, c. 34, v. 8; Juges, c. 5. v. 20; 3e livre d'Esdras, c. 4, v. 38; mais quand on les lit sans préjugé, on y voit un langage ordinaire, qui ne pouvoit être différent sans devenir inintelligible, & l'on n'y voit rien qui paroisse tenir au dogme ni à la physique. Du reste plusieurs auteurs ecclésiastiques ont accumulé des raisonnements de toute espece, pour faire sentir que les différents passages de l'Ecriture où il est parlé du mouvement du soleil, peuvent s'entendre de celui de la terre sans leur faire violence. Il y auroit un zele bien étrange à prétendre exclure des Livres saints toutes les expressions qui sont reçues dans la société. Au reste la cour de Rome n'a plus de scrupule à cet égard. On a même ôté de la derniere édition de l'*Index* l'article qui concernoit tous les livres où l'on soutient le mouvement de la terre, & lorsque j'étois à Rome je vis qu'il y avoit lieu d'espérer que bientôt on rendroit plus expressément aux physiciens toute liberté à cet égard.

411. La conclusion naturelle de tout ce qui précede, est que le systême de Copernic est le seul qu'on puisse admet-

tre ; il eſt prouvé autant qu'une choſe phyſique peut l'être. Ainſi la terre tourne véritablement ſur ſon axe & autour du ſoleil, de même que les autres planetes, & il n'y a aucune objection phyſique ni morale à faire contre ces deux mouvements ; cela ſera encore mieux démontré après que nous aurons expliqué tous les phénomenes de l'aſtronomie par le moyen de ce double mouvement.

Explication des phénomenes dans le ſyſtême de Copernic.

412. LE MOUVEMENT DIURNE de tout le ciel s'explique avec une extrême facilité dans le ſyſtême de Copernic; on a vu (384) que c'étoit la principale raiſon qui l'avoit fait admettre; il ſuffit en effet que nous tournions autour de l'axe de la terre, d'occident en orient, pour que tous les aſtres paroiſſent tourner au contraire d'orient en occident. Soit *BDAE* (*fig.* 44) le globe de la terre; *BA* l'axe de la terre dirigé vers le point *P* du ciel, *DE* le parallele circulaire que décrit un point *D* de la terre par ſon mouvement diurne; *F* eſt le point de la ſphere céleſte qui répond verticalement au point *D* de la terre, *G* le point qui répond verticalement au point *E*; la ligne *CDF*, qui eſt la ligne du zénith ou la verticale du point *D*, tourne avec ce point autour du centre *C* & de l'axe *CP*; elle décrit par ce mouvement la ſurface d'un cône, dont le ſommet eſt au centre *C* de la terre, & dont la baſe s'étend de *F* en *G*; le cercle céleſte *FG* parallele à l'équateur, eſt la baſe du cône que décrit la ligne du zénith *CDF*; il n'eſt pas dans le même plan que le parallele terreſtre *DE*, mais il lui correſpond eſſentiellement, puiſque tous les points de ce parallele céleſte *FG* ſont éloignés du pole céleſte *P* du même nombre de degrés que le point *D* eſt éloigné du pole *A* de la terre : la ligne du zénith *CDF* rencontrera dans les 24^h tous les points du ciel qui ſont à la même diſtance du pole *P*, c'eſt à-dire, tous les points qui ſont ſur le parallele céleſte *FHG*, & ils paroîtront tous à ſon zénith. C'eſt ainſi qu'à Paris nous voyons ſucceſſivement paſſer au zénith les conſtellations de Caſſiopée, d'Andromede, de Per-

ſée, du Cocher, de la grande Ourſe & du Dragon, parce que notre verticale ou la ligne de notre zénith va les rencontrer tour à tour, & ſe placer ſur ces différentes conſtellations, qui ſont toutes à 41^d du pole du monde *P*, ou du point vers lequel eſt dirigé l'axe *CA* de notre mouvement diurne.

413. Le mouvement annuel s'explique avec la même facilité dans le ſyſtême de Copernic; tout ce que nous avons dit du mouvement apparent du ſoleil dans l'écliptique (309 *& ſuiv.*) a lieu en conſéquence du mouvement de la terre: quand la terre eſt dans le Bélier, le ſoleil paroît dans la Balance, qui eſt le ſigne oppoſé; la terre avance de 30^d, & ſe place dans le Taureau, le ſoleil paroît avancer d'autant; nous le voyons dans le Scorpion, & le lieu apparent du ſoleil eſt toujours oppoſé de 180^d, ou de ſix ſignes au lieu apparent de la terre. Ainſi dans la figure 47 ſoit *S* le ſoleil; *TR* l'orbite de la terre, ♈ ♋ ♎ ♑ le cercle céleſte appelé *écliptique*, dans lequel on imagine les douze ſignes à une diſtance infinie de nous; le ſoleil *S* paroît répondre en ♎ quand la terre eſt en *T*, parce que le rayon viſuel mené de la terre au ſoleil s'étend vers le ſigne ♎, & nous diſons qu'alors le ſoleil eſt dans la Balance; mais ſi la terre *T* étoit vue du ſoleil *S* ſuivant le rayon *ST* ♈, elle paroîtroit en ♈, c'eſt-à-dire, dans le Bélier. Le lieu de la terre dans l'écliptique eſt donc toujours diamétralement oppoſé à celui du ſoleil; la terre ne ſauroit changer de ſituation que le ſoleil ne paroiſſe changer d'autant, & il doit paroître toujours dans le ſigne oppoſé à celui de la terre. Ainſi la terre décrivant une orbite annuelle *TR*, qui la fait répondre ſucceſſivement à tous les points ♈♋, elle verra le ſoleil répondre lui-même à tous les points de l'écliptique; par conſéquent le mouvement annuel de la terre produira le mouvement apparent du ſoleil, tel que nous l'obſervons, & tel qu'il a été expliqué dans le premier livre, art. 59 *& ſuiv.*

414. Le changement des Saisons s'explique très-bien dans le ſyſtême de Copernic au moyen de l'inclinaiſon & du paralléliſme conſtant de l'axe de la terre; mais ceci exige plus d'attention, & c'eſt de tous les phénomenes celui qui

prouve mieux le génie de Copernic. Le phénomene des ſaiſons ſe réduit à ceci : les pays de la terre ſitués ſous le tropique du Cancer, ou à 23° ½ de latitude ſeptentrionale, comme ſont à peu près l'ancienne ville de Syene, celles de Canton & de Chandernagor, voient le ſoleil paſſer par leur zénith à midi dans le temps du ſolſtice d'été, ainſi que tous les pays qui ſont à même latitude ou à même diſtance de l'équateur. Au contraire, ceux qui ſont à 23° ½ de latitude méridionale par delà l'équateur, & ſous le tropique du Capricorne, comme Rio-Janéiro, dans le Bréſil, ont le ſoleil au zénith le 21 décembre, quand le ſoleil eſt dans le ſolſtice d'hiver. Pour que cet effet ait lieu avec le mouvement de la terre, il nous ſuffit de la placer de maniere que le rayon ſolaire dirigé vers le centre de la terre paſſe dans le premier cas ſur un des tropiques terreſtres, qui eſt celui de Chandernagor; & dans le ſecond cas, ſur le tropique oppoſé, qui eſt celui de Rio Janéiro.

Soit *S* le ſoleil, (*fig.* 46), *C* & *D* deux points diamétralement oppoſés de l'orbe annuel de la terre ; le point *C* où elle ſe trouve le 21 juin, & le point *D* où elle ſe trouve le 21 de décembre ; *EF* le diametre de l'équateur terreſtre, *GH* le diametre du tropique de Chandernagor, *IK* le diametre du tropique de Rio Janéiro; ſi l'axe *PA* de la terre eſt incliné de maniere que l'équateur *EF* faſſe un angle de 23° ½ avec le rayon ſolaire *SC*, c'eſt-à-dire, avec l'écliptique, (car le rayon ſolaire eſt toujours dans l'écliptique), l'angle *HCF*, ou l'arc *HF* étant de 23° ½, le rayon ſolaire aboutira au point *H* de la terre éloigné de l'équateur *F* de la même quantité, de 23° ½, c'eſt à-dire, que Chandernagor & tous les points du même parallele auront le ſoleil à leur zénith ce jour-là. Si au contraire l'axe *PA* étoit droit, ou perpendiculaire au rayon ſolaire *SC*, le diametre *ECF* de l'équateur ſe dirigeroit ſuivant *CS*, & ſe confondroit avec lui; le ſoleil ſeroit donc perpendiculaire ſur les lieux qui ſont dans l'équateur terreſtre, & alors les pays ſitués ſous l'équateur (44) auroient le ſoleil à leur zénith; mais l'inclinaiſon de l'axe *PA* qui fait avec le diametre *CSD* de l'écliptique, ou avec le

rayon

rayon solaire *SHC*, un angle *PCH* de 66° ½, est cause que le rayon solaire aboutit perpendiculairement en un point *H* de la terre différent du point *F* de l'équateur. Tous les pays situés sur le cercle dont *GH* est le diamètre, c'est-à-dire, sous le tropique du Cancer, en tournant ce jour-là autour de l'axe *PA*, passeront à leur tour au point *H*, ils auront tous le soleil perpendiculairement à leur zénith en passant en *H* sous le rayon solaire *SH*; c'est ce qui doit arriver suivant les regles du mouvement diurne, tel qu'on l'observe (4, 73 & 412.)

La terre six mois après se trouvera de l'autre côté du soleil, dans le point *D* diamétralement opposé au point *C*, ce qui arrive dans le solstice d'hiver, le 21 décembre; supposons alors que l'axe *TB* soit situé comme il l'étoit dans le premier cas, c'est-à-dire, que *TB* soit parallele à l'axe *PA* de la situation précédente, en sorte qu'il soit incliné du même sens & vers le même côté du ciel, qu'il l'étoit six mois auparavant, le tropique du Cancer *GH* sera dans la situation *LM*, & le rayon solaire *SRD*, au lieu d'aboutir au tropique du cancer en *L*, comme dans le premier cas, répondra en *R* au tropique *RV*, qui est celui de Rio Janéiro, c'est à-dire, des pays situés à 23° ½ de latitude méridionale; ce jour là tous les pays situés sous ce tropique dont le diamètre est *RV*, passeront successivement au point *R* en tournant autour de l'axe *TB*, ils auront tous le soleil à leur zénith, ainsi le soleil aura véritablement décrit le parallele de 23° ½, comme cela doit être suivant la regle du mouvement diurne (27, 73, 412).

415. Lorsque le soleil répondoit au tropique du Cancer, & qu'il étoit situé perpendiculairement sur le point *H*, tous les pays situés du côté du pole arctique *P*, ou dans l'hémisphere boréal de la terre, avoient leur été; mais le rayon solaire étant devenu perpendiculaire en *R* sur le tropique austral ou tropique du Capricorne, les pays situés sur *LM*, & tous ceux qui sont au nord du côté du pole arctique *T*, ont leur hiver, parce qu'ils reçoivent obliquement le rayon solaire, & que le soleil est éloigné de leur zénith ou du point *L*, de

47° qui est la quantité de l'arc *RL*; ce sont les pays méridionaux situés sur le parallele *RV*, & du côté du pole austral & antarctique *B*, qui ont leur été; comme les pays septentrionaux l'avoient au mois de juin, quand la terre étoit en *C*.

4 6. Ainsi le parallélisme de l'axe de la terre, ou des lignes *PA*, *TB*, une fois supposé, l'on explique très-exactement & très-simplement les changements de l'hiver à l'été: à l'égard du printemps & de l'automne, on doit bien sentir qu'ils auront lieu dans le passage de l'hiver à l'été & de l'été à l'hiver; le rayon solaire qui rencontroit la terre à 23° au nord de l'équateur, ne peut pas la rencontrer ensuite à 23° ½ au midi de l'équateur, qu'il n'ait rencontré successivement les points qui sont entre deux; on le verra facilement en faisant tourner autour d'une table un globe, ou seulement un jonc dont l'axe soit incliné, par exemple, toujours vers le midi; un flambeau mis au milieu de la table éclairera perpendiculairement l'une des extrémités, ensuite le milieu, puis l'autre extrémité, suivant que le corps se trouvera à l'une des extrémités de la table ou à l'autre extrémité, ou au milieu; ainsi l'axe étant toujours supposé parallele à lui-même, quand la terre sera dans les signes du Bélier & de la Balance, au mois de mars & de septembre, le rayon solaire répondra perpendiculairement sur un point de l'équateur, puisque dans les mois de juin & de décembre il répondoit au nord & au midi de l'équateur.

417. Copernic qui le premier imagina cette explication des saisons par le mouvement de la terre, (*de Revolutionibus, lib. I. cap.* 11), appelle ce parallélisme de l'axe un troisieme mouvement, ou mouvement de déclinaison contraire au mouvement annuel: il arrive, dit-il, que par ces deux mouvemens égaux & qui se contrarient mutuellement, l'axe de la terre & son équateur sont toujours dirigés de la même maniere & vers le même côté du ciel. Mais Copernic auroit bien pu se dispenser de nommer cela un troisieme mouvement; la méchanique nous fait voir plutôt que le parallélisme de l'axe n'est que la négation d'un troisieme mouvement, il

en faudroit un pour que l'axe cessât d'être parallele à lui-même, comme je l'ai expliqué art. 405.

418. Plusieurs personnes ont représenté par des machines planétaires le mouvement annuel de la terre autour du soleil, & le mouvement diurne, sur son axe constamment parallele à lui-même : on trouve une machine de cette espece décrite par *Nicolas Muler*, dans l'édition qu'il a donnée en 1617 du liv. de Copernic, pag. 29, dans Ferguson, (*Astronomy explained*, 1764. *pl. VI.*) ; & il n'est pas difficile d'en imaginer de différentes especes (*a*) ; mais il suffit pour représenter le parallélisme de l'axe de la terre, que son axe soit placé fixement sur une poulie ; & qu'au centre du soleil on ait placé une poulie égale à l'autre, avec un cordon sans fin qui passe sur ces deux poulies en les serrant l'une & l'autre ; alors on pourra faire tourner la terre tout autour du soleil, sans que son axe cesse d'être incliné & dirigé vers la même région du ciel, & parallele à lui-même : dans ce cas on emploie un mouvement particulier pour maintenir le parallélisme, mais dans le ciel c'est un effet naturel, & qui n'exige rien de particulier.

419. Avant que d'expliquer les autres changements que produit dans le ciel le mouvement de la terre, il est essentiel de bien comprendre la proposition suivante. *Si l'œil de l'Observateur, transporté par le mouvement annuel de la terre, continue de voir successivement un même astre sur des rayons paralleles entre eux, l'astre paroîtra n'avoir eu aucun mouvement.* Je suppose que l'observateur placé en *O*, (*fig.* 45.), voit un astre par le rayon *OS*, & qu'étant arrivé en *P* il le voit par un autre rayon *PM* parallele au précédent, je dis que pendant tout le temps que l'œil a mis à aller de *O* en *P*, l'astre ne lui paroît avoir eu aucun mouvement, c'est à dire, qu'il le voit dans la même situation, dans la même région du ciel, & qu'il jugera l'astre immobile ou stationnaire. En effet, comme nous ne pouvons juger de la situation d'un astre qu'en le comparant à quelque point du ciel, à quelque

(*a*) On en trouve à Paris, chez Passemant, au Louvre ; chez Vaugondi quai de l'Horloge ; & chez Fortin, rue de la Harpe.

objet, à quelque astre, à quelque plan, ou à quelque ligne; soit *OPR* la ligne, ou la direction primitive que nous prenons pour terme de comparaison; l'angle *SOR* & l'angle *MPR* sont parfaitement égaux, puisque *OS* est parallele à *PM* par la supposition; donc, la distance apparente de *S* & de *M*, par rapport au terme de comparaison *OPR*, sera dans les deux cas de 90°. Cette distance étant la même, nous n'auront aucun indice, aucune apparence de mouvement dans l'objet *S*; nous ne pourrons donc faire autrement que de le juger immobile.

Pour peu qu'on y réfléchisse, on sentira qu'il est évident, comme nous l'avons supposé, qu'on ne peut appercevoir le mouvement d'un objet que par comparaison à un autre : si j'étois seul dans l'univers avec un astre *S*, & que nous fussions transportés ensemble d'un mouvement commun au travers des espaces imaginaires, il seroit impossible que je pusse reconnoître ou appercevoir ce changement; car quel indice en aurois-je ?

420. On demandera maintenant quel est l'objet de comparaison dont il faut se servir; on demandera s'il y a un terme fixe, tel que la ligne *OR*, auquel un astronome puisse comparer les astres, pour juger s'ils ont quelque mouvement apparent : nous répondrons qu'il y a plusieurs de ces termes fixes; tels sont d'abord le plan de l'équateur ou celui de l'écliptique, lorsqu'il s'agit des étoiles fixes : comme ces plans sont fixes, ou que du moins on connoît très-bien leurs variations, on y rapporte les variations apparentes des étoiles fixes, pour avoir la quantité & la mesure de ces variations.

421. Le point équinoxial, ou la ligne menée au premier point du Bélier, est encore un terme fixe de comparaison représenté par la ligne *OR*, & l'on s'en sert aussi pour les planetes : toutes les fois que le rayon *SO*, qui marque le lieu de l'écliptique où est l'étoile, fera un angle droit avec la ligne *OR*, qui va vers l'équinoxe, nous jugerons nécessairement que l'astre a 90° de longitude; cette longitude ne changera point tant que l'angle *MPR* sera égal à l'angle

SOR ; nous jugerons l'astre *stationnaire*, pendant tout le temps que l'angle *P* continuera de paroître égal à l'angle *O*, c'est-à dire, que la planete continuera d'avoir 90° de longitude, rapportée à l'écliptique.

Mouvements des Planetes vus de la Terre.

422. Apre's avoir prouvé que les planetes principales, aussi-bien que la terre, tournent autour du soleil, il est nécessaire d'expliquer les phénomenes, ou les apparences qui résultent de ce mouvement ; mais une partie de ces irrégularités vient de l'inclinaison des orbites planétaires par rapport à l'écliptique, ainsi nous commencerons par expliquer les effets de cette inclinaison.

Lorsqu'on observe les planetes dans leurs révolutions périodiques, au travers des étoiles fixes, on apperçoit qu'elles ne répondent pas tout à-fait aux mêmes points du ciel, lorsqu'elles passent à la même longitude & vers les mêmes étoiles, une planete qui aura passé au nord, ou au dessus d'une étoile, pourra dans la révolution suivante passer au dessous de la même étoile, & être plus ou moins éloignée de l'écliptique, c'est à-dire, avoir plus ou moins de latitude. D'ailleurs les planetes sont tantôt au nord de l'écliptique, & tantôt au midi, & cela va jusqu'à 9° ou environ; ce qui prouve que les orbites planétaires ne sont pas dans le plan de l'écliptique, mais qu'elles lui sont inclinées. En effet, si les planetes tournoient toutes dans le même plan que la terre, nous les verrions toujours décrire dans le ciel la même trace, & rencontrer les mêmes étoiles, sans avoir aucune latitude, ou distance à l'écliptique; au contraire nous observons sans cesse les planetes au dessus ou au dessous de l'écliptique, qu'elles traversent seulement deux fois à chaque révolution; ainsi il est démontré par l'observation que les orbites des planetes sont inclinées à l'écliptique. Il est également démontré que les orbites planétaires sont des plans qui passent par le centre du soleil, puisqu'on voit qu'elles s'écartent toujours également au nord & au midi.

423. Les orbites des planetes étant toutes dans des plan différents & différemment inclinés, il a été nécessaire de rapporter ces divers mouvements à un même plan pour pouvoir les calculer tous par une méthode uniforme: on a choisi, pour cet effet, le plan de l'écliptique, ainsi que nous l'avons expliqué (98), & cela pour deux raisons: la premiere, c'est que le soleil étant le plus remarquable de tous les astres, celui que l'on observe le plus facilement en tout temps, il est plus naturel de le choisir pour terme de comparaison, & de rapporter à son orbite celles des autres planetes, la seconde raison de cette préférence est que les orbites planétaires s'écartent peu de l'écliptique, & font avec elle de très-petits angles, en sorte que les réductions sont moindres & plus commodes que si l'on rapportoit les orbites à un autre plan, comme seroit celui de l'équateur, auquel on avoit coutume autrefois de rapporter tous les mouvements célestes.

424. UN PLAN en général est une surface sur laquelle on peut tracer en tout sens une ligne droite: c'est la définition la plus exacte qu'on en puisse donner: car une surface n'est plus un plan, si une ligne droite ne s'y confond & ne s'y réunit pas dans tous ses points & en tout sens: de cette définition l'on peut aisément tirer toutes les propriétés des plans, telles qu'elles se trouvent dans le XIe livre des Eléments d'Euclide; mais il me suffira de rappeller ici celles dont nous ferons le plus d'usage dans cet article.

Un plan incliné sur un autre, le coupe suivant une ligne droite, qu'on appelle la *commune section*; ainsi le plan *DABC*, planche VII, fig. 48, & le plan *FABE* passant tous deux par la ligne *AB* qui leur est commune, on nommera cette ligne *AB*, la *commune section* de ces deux plans.

425. Si lorsque deux plans se coupent, on tire dans chacun de ces plans une ligne droite perpendiculaire à la commune section en un même point, ces deux lignes feront entr'elles un angle égal à l'inclinaison des deux plans; en effet, nous n'avons aucune maniere plus naturelle de mesurer l'angle d'inclinaison des deux plans, que de prendre l'inclinai-

ſon des lignes dont ces plans ſont formés ; mais il faut choiſir des lignes perpendiculaires à la ſection ; ſans quoi il n'y auroit rien de déterminé, les lignes obliques pouvant faire des angles de plus en plus petits à volonté.

Soit un plan *ABCD*, incliné ſur un autre plan *ABEF*, en ſorte que *AB* ſoit leur commune ſection, & que les lignes *EB*, *CB* ſoient perpendiculaires ſur la ſection *AB*, elles feront entr'elles un angle *CBE*, que l'on prend pour meſure de l'angle d'inclinaiſon de ces deux plans ; ſi l'on prenoit deux autres lignes *BG* & *BH* faiſant avec la ſection *AB* des angles aigus, l'angle *GBH* compris entre ces deux lignes, ſeroit toujours plus petit que l'angle *CBE* ; il le ſeroit d'autant plus que les points *G* & *H* approcheroient davantage de la ſection *BA*, & il n'y auroit rien de déterminé pour la meſure de l'inclinaiſon des deux plans. D'ailleurs la meſure des angles doit être uniforme & croître également pour un mouvement égal des plans : or les lignes perpendiculaires à la commune ſection ſont les ſeules qui parcourent des eſpaces égaux, & correſpondants à un mouvement égal d'un point quelconque du plan ; ainſi nous ſuppoſons comme une choſe néceſſaire & évidente, que *l'angle de deux plans eſt égal à celui que forment deux lignes de ces plans, perpendiculaires à leur commune ſection.*

416. On rapporte à l'écliptique l'orbite d'une planete vue du ſoleil, en la conſidérant comme un grand cercle de la ſphere, de la même maniere que nous avons rapporté l'écliptique à l'équateur (94). Soit *ALN* l'écliptique, (*fig.* 49), *APMN* l'orbite d'une planete, *P* le lieu de cette planete, *PL* un arc du cercle de latitude qui paſſe par le centre de la planete, & tombe perpendiculairement ſur l'écliptique *ALN* ; le point *L* ſera le lieu de la planete réduit à l'écliptique, ſur lequel ſe marque la longitude de la planete. Les points *A* & *N* où l'orbite de la planete traverſe l'écliptique, ſont les NŒUDS de la planete. Le nœud *A* où ſe trouve la planete quand elle paſſe du midi au nord de l'écliptique, s'appelle NŒUD ASCENDANT, parce qu'alors la planete monte vers le pole qui pour nous eſt le plus élevé ; le nœud *N* où paſſe

la planete pour retourner au midi de l'écliptique, est le NŒUD DESCENDANT, on le marque ainsi ☋, dans les livres d'astronomie, & le nœud ascendant est figuré par le caractere ☊. La maniere de trouver par l'observation le lieu du nœud sera expliquée ci après (516).

417. L'arc *PL* du cercle de latitude, compris entre le lieu *P* de la planete & l'écliptique, s'appelle *la latitude de la planète*; si les arcs *AP*. *AL*, & *PL* ont leur centre au centre du soleil, la latitude *PL* est celle qu'on observeroit si l'on étoit au centre du soleil, nommée *latitude héliocentrique* (a); mais si l'on rapporte la planete à des cercles dont le centre soit supposé au centre de la terre, alors l'arc *PL* s'appelle *latitude géocentrique*. La latitude héliocentrique *PL* est nommée aussi *inclinaison* par quelques auteurs, tels que M. de la Hire & M. Halley, mais j'appellerai toujours INCLINAISON l'angle *A* que fait l'orbite *AP* avec l'écliptique *AL*, & *latitude héliocentrique* la distance à l'écliptique, vue du soleil.

418. L'arc *AP* de l'orbite d'une planete, compté depuis le nœud ascendant vers l'orient, s'appelle *argument de latitude*, parce que de cette quantité *AP* dépend la latitude *PL*. Pour avoir l'argument de latitude, on retranche le lieu du nœud du lieu de la planete, la différence est l'argument de latitude.

Je dis que c'est le lieu du nœud qu'il faut retrancher du lieu de la planete, & non pas celui-ci du premier; & je dois faire à cette occasion une remarque à laquelle il faudra recourir dans beaucoup d'autres circonstances : l'argument de la latitude est la quantité dont la planete est plus avancée en longitude que son nœud ascendant; c'est le chemin qu'elle a fait depuis son passage par le nœud, ou l'excès de sa longitude actuelle sur la longitude qu'elle avoit en passant par son nœud; si donc on ôte de sa longitude actuelle celle du nœud, on aura cet excès cherché. Il arrive souvent que la longitude du nœud que nous devons retrancher, est plus grande que celle de la planete dont il faut la retrancher; alors on ajoute à celle-ci douze signes pour pouvoir faire

(a) ἥλιος, *sol*, γῆ, *terra*, κέντρον, *centrum*.

la soustraction, en anticipant sur le cercle décrit précédemment par la planete.

429. La latitude des planetes est boréale dans les six premiers signes de l'argument de latitude; en effet, lorsque la planete parcourt le demi cercle *APMN* qui est au nord de l'écliptique, en partant du nœud ascendant *A* (426), sa latitude est évidemment boréale, & son argument de latitude moindre que 180°. Après avoir parcouru 6 signes ou 180°, la planete passe par son nœud descendant *N*, elle se trouve au midi de l'écliptique, sa latitude est australe, & son argument de latitude surpasse six signes.

430. Pour calculer la latitude d'une planete, quand on a son argument de latitude & l'angle d'inclinaison, formé par l'orbite de la planete sur l'écliptique, il suffit de résoudre le triangle *APL* dont on connoît l'hypothénuse *AP* & l'angle *A*, on cherche le côté *PL* opposé à l'angle connu; c'est la latitude de la planete.

431. LA RÉDUCTION A L'ÉCLIPTIQUE est la différence entre l'argument de latitude, & la distance de la planete au nœud, comptées sur l'écliptique, c'est-à-dire, la différence entre *AP* & *AL*. Ainsi pour calculer la réduction à l'écliptique, il suffit de résoudre le triangle *APL* par les regles de la trigonométrie sphérique, & de chercher *l'arc* AL *de l'écliptique*. Cet arc sera plus petit que l'argument de la latitude *AP* de la quantité de la réduction à l'écliptique.

432. Cette réduction se retranche de l'argument de la latitude *AP*, pour avoir *AL* sur l'écliptique, quand la distance *AP* est moindre que 90°; mais dans le second quart de l'argument, l'hypothénuse *Ap* devient plus petite que l'arc *Al* de l'écliptique, & il faut alors ajouter la réduction; en effet, puisque *APMN* & *ALON* sont chacun un demi-cercle, & que dans le petit triangle *Npl*, *Np* qui est l'hypothénuse surpasse *Nl*, il faut que le supplément *Ap* de l'hypothénuse soit plus petit que le supplément *Al* du côté *Nl*; donc, il faut ajouter la différence, qui est la réduction, avec l'argument de la latitude *Ap* dans le second quart de cet argument, depuis 3 jusqu'à 6 signes: dans le troisieme quart de l'argument de la-

titude, c'eſt-à-dire, au delà du point *N*, la réduction ſera ſouſtractive comme dans le premier & dans le quatrieme quart, c'eſt-à-dire, lorſque l'argument ſurpaſſera 9 ſignes, la réduction ſe trouvera additive comme elle l'étoit depuis 3 juſqu'à ſix ſignes. La réduction à l'écliptique eſt nulle dans les *limites*, c'eſt-à-dire, à 90° du nœud, comme en *M*, car l'arc *AM*, auſſi bien que l'arc *AO*, ſon exactement de 90°; cela ne paroît pas dans la figure, parce que le demi-cercle *AON* y eſt repréſenté par une ligne droite, tandis que le demi-cercle *AMN* y eſt repréſenté par une ligne courbe, mais l'imagination ou le globe y ſuppléent facilement.

433. Les longitudes qui ſont dans les tables aſtronomiques, ſont comptées ſur l'orbite de chaque planete de la maniere ſuivante : ſuppoſons que le point *C* de l'écliptique ſoit le point équinoxial d'où l'on compte les longitudes, & qu'on ait pris un arc *AB* de l'orbite égal à l'arc *AC* de l'écliptique, le point *B* eſt celui d'où les époques ſont comptées, en ſorte que quand la planete eſt en *P*, ſa longitude eſt l'arc *BAP*, ou la ſomme des arcs *CA* & *AP*, & ſa longitude réduite à l'écliptique eſt l'arc *CAL*.

434. Lorſque la réduction à l'écliptique a été ajoutée à la longitude de la planete dans ſon orbite ou retranchée ſuivant les cas, on a la longitude réduite à l'écliptique, & c'eſt celle que les aſtronomes emploient ordinairement dans leurs calculs.

435. Quand on conſidere l'orbite d'une planete comme une circonférence tracée dans la concavité du ciel, ainſi que nous venons de le faire, on ne veut pas dire & on ne ſuppoſe pas que la planete parcoure réellement une circonférence de cercle; nous ferons voir au contraire que c'eſt une ellipſe ſouvent très-alongée (468); mais tous les points d'une orbite planétaire, vus d'un point quelconque placé dans l'intérieur de cette orbite, & dans le même plan, ſe rapportent dans la ſphere céleſte & dans la région des fixes, à des points qui étant tous dans le plan d'un grand cercle (422), y forment la trace d'une circonférence, à quelle diſtance que ces points puiſſent être du point où

est l'observateur, les distances réelles ne s'apprécient point à l'œil, mais les angles sous lesquels paroissent les mouvements des planetes, nous les font toujours envisager, & nous les font paroître comme s'ils se faisoient dans des cercles.

436. Apre's avoir considéré l'orbite d'une planete comme un grand cercle qui seroit vu de son propre centre, examinons-la sous un autre point de vue, c'est-à-dire, par rapport à la terre, pour pouvoir tenir compte des changements que la théorie précédente éprouve à cause du mouvement de la terre.

Soit *S* le soleil (*fig.* 50), *TRN* l'écliptique ou l'orbite annuelle de la terre, dont le plan passe par le soleil: *AMDP* une orbite planétaire dont le plan passe aussi par le soleil, mais s'incline sur celui de l'écliptique, & le coupe sur la commune section *ADN*; il faut concevoir que la partie *AOD* est relevée au-dessus du plan de notre figure, & que la partie *DMA* est plongée au dessous du papier; la planete au point *A* de son orbite est dans le plan même de l'écliptique, elle est sur la ligne *ADN* commune aux deux plans, & qui s'étend en *N* dans l'écliptique, aussi-bien que dans l'orbite de la planete: mais en quittant le point *A* la planete s'éleve au-dessus de la figure que nous supposons représenter le plan de l'écliptique, elle s'éleve de plus en plus jusqu'à ce qu'elle arrive au point *O* où son orbite est la plus éloignée de l'écliptique.

437. Ce point le plus éloigné est ce qu'on appelle la *limite* boréale; après l'avoir passé, la planete descend en *D* où elle traverse de nouveau le plan de l'écliptique; & plongeant alors au-dessous de l'écliptique, elle décrit la portion inférieure *DMA*, qu'il faut imaginer abaissée de quelques degrés au-dessous de notre plan. Le point *A* par lequel une planete passe pour s'élever du côté du pole septentrional au nord de l'écliptique, est le *Nœud ascendant* (426); le point *D* par lequel elle passe pour aller dans la partie méridionale *DMA*, est le *Nœud descendant*; la distance de la planete *P* à son nœud ascendant, c'est-à-

dire, l'arc *AP* de son orbite, ou plutôt l'angle au soleil *ASP*, s'appelle *argument de latitude.*

438. La partie *AOD* de l'orbite étant conçue relevée au dessus du plan de la figure, on imaginera une perpendiculaire *PL* tirée du point *P*, où se trouvera la planete, jusques sur le plan de la figure, qui est le plan de l écliptique; *PL* sera la hauteur perpendiculaire de la planete au dessus du plan de l'écliptique, l'angle *PSL* sous lequel paroît, vue du soleil, cette distance perpendiculaire de la planete à l'écliptique, est la *latitude héliocentrique* (427); l'angle *PTL* sous lequel paroît cette même ligne vue de la terre *T*, est la *latitude géocentrique*, la ligne *SP* est la vraie distance de la planete au soleil, ou son rayon vecteur; la ligne *SL* est sa *distance accourcie*, (*distantia curtata*), ou la distance réduite à l'écliptique; de même *PT* est la vraie distance de la planete à la terre, *LT* est la distance accourcie de la planete à la terre. La ligne *PL* étant perpendiculaire sur le plan de l'écliptique, elle est nécessairement perpendiculaire sur toutes les lignes de ce plan & par conséquent sur *TL*, ainsi l'angle *PLT* est un angle droit; il suffit de se bien représenter la ligne *PL* tombant à plomb sur la figure, & l'on verra que les triangles *PLS*, *PLT*, sont tous deux rectangles au point *L* qui est celui où aboutit la perpendiculaire *PL* abaissée sur le plan de l'écliptique.

439. De même que l'arc *AP*, ou l'angle *ASP*, argument de latitude, est la distance de la planete à son nœud comptée sur l'orbite, ainsi l'angle *ASL* est la distance de la planete au nœud réduite au plan de l'écliptique; cette distance prise par rapport au nœud le plus proche, est plus petite que la distance mesurée sur l'orbite (431), ou plus petite que l'angle *ASP*, parce que la ligne *PL* qui tombe perpendiculairement sur le plan de l'écliptique, a son extrémité *L* plus près de la ligne des nœuds *ASN*, que son sommet *P*, ce qui rend l'angle *ASL* plus petit que l'angle *ASP*; la différence de ces deux distances au nœud, l'une sur l'écliptique & l'autre sur l'orbite, s'appelle la *réduction à l'écliptique* (431).

440. Nous avons démontré que les planetes tournent au-

tour du ſoleil (411) ; nous verrons dans le livre ſuivant la maniere de trouver les dimenſions de leurs orbites par des obſervations rapportées au ſoleil ; mais comme c'eſt ſur la terre que nous obſervons, il s'agit d'examiner dès à préſent ce qui réſulte de cette tranſpoſition, & ce que nous devons faire pour rapporter au ſoleil des obſervations faites ſur la terre.

Puiſque nous ſommes fort éloignés du ſoleil, nous ne pouvous appercevoir ni rapporter les planetes à l'endroit auquel nous les rapporterions ſi nous étions dans le ſoleil, & la longitude que nous obſervons dans une planete, n'eſt preſque jamais celle que nous obſerverions ſi nous étions dans le ſoleil : la longitude vue de la terre, s'appelle *longitude géocentrique*, celle qu'on obſerveroit ſi l'on étoit placé au centre du ſoleil, s'appelle longitude héliocentrique. Nous avons expliqué ces deux mots (427).

441. La parallaxe annuelle ou la parallaxe du grand orbe, *proſtaphæreſis orbis*, eſt la différence de ces deux longitudes, & c'eſt le premier phénomene que produit notre éloignement du ſoleil & du centre des mouvements planétaires. Soit *S* le ſoleil (*fig.* 50 & 51), *L* le lieu d'une planete dans l'écliptique, & *T* la terre dans ſon orbite *TNR* ; l'angle *TLS* formé par la diſtance accourcie *SL* de la planete au ſoleil, & par la ligne *TL* menée de la terre au lieu *L* de la planete réduit à l'écliptique, s'appelle la *parallaxe annuelle* ; cet angle *TLS* eſt la différence entre la longitude héliocentrique & la longitude géocentrique ; car ſi l'on tire la ligne *SF* parallele à *TL*, elle marquera dans le ciel la même longitude que la ligne *TL* (419), c'eſt-à-dire, la longitude géocentrique de la planete *L* : or, l'angle *LSF* qui eſt égal à ſon alterne *SLT*, & la différence entre la longitude marquée par *SF* & la longitude héliocentrique marquée par *SL* : donc l'angle *SLT*, ou la parallaxe annuelle, eſt la différence entre la longitude géocentrique & la longitude héliocentrique ; c'eſt auſſi l'angle formé dans le plan de l'écliptique par les diſtances accourcies d'une planete au ſoleil & à la terre, c'eſt-à dire *SL* & *TL*.

442. Lorſqu'on connoît l'orbite d'une planete par le moyen des obſervations rapportées au ſoleil, & des méthodes qui ſeront expliquées dans le livre ſuivant, on eſt en état de trouver pour un temps quelconque la longitude héliocentrique d'une planete, & ſon rayon vecteur ou ſa diſtance au centre du ſoleil; ſi dans le même temps on connoît auſſi la longitude héliocentrique de la terre, qui eſt toujours à 6 ſignes de celle du ſoleil, avec la diſtance du ſoleil à la terre, on aura tout ce qui eſt néceſſaire pour calculer la longitude de la planete vue de la terre. Soit *ST* la diſtance du ſoleil à la terre, *SL* la diſtance accourcie de la planete au ſoleil, l'angle *TSL* égal à la différence des longitudes de la planete *P* & de la terre *T*, vues du ſoleil, qu'on appelle *commutation*; la réſolution du triangle *TSL* dont on connoît 2 côtés, & l'angle compris fera connoître l'angle à la terre, ou l'angle *STL* qu'on appelle *angle d'élongation*: cette élongation étant ôtée de la longitude du ſoleil, ſi la planete eſt à l'occident ou à la droite du ſoleil, donnera la *longitude géocentrique* de la planete, & le point de l'écliptique céleſte où répond la ligne *TL*, menée de la terre au lieu *L* de la planete réduite à l'écliptique.

On peut trouver à peu près avec une figure & un compas le lieu d'une planete vu de la terre, en formant le triangle *STL*, pourvu qu'on connoiſſe les longitudes de chaque planete vues du ſoleil pour une ſeule époque, comme elles ſont dans la table ci-jointe pour le commencement de 1772, avec la durée de la révolution qui ramene la planete au même point de ſon orbite (85). On place la terre *T* & la planete *P* ſuivant leurs longitudes héliocentriques, en diviſant les cercles *AP*, *ST* en ſignes & degrés, & prenant le point *A* pour le point équinoxial; on tire la ligne *T* & la ligne *St* parallele à *TP*, le degré ſur lequel tombe la ligne *St* eſt la longitude *géocentrique* de la planete *P*.

	S.	D.	M.	S.
☉	9	10	40	24
☾	7	13	48	48
☿	0	19	32	5
♀	10	21	20	37
♂	9	3	25	29
♃	10	12	7	1
♄	4	19	46	30

443. La latitude géocentrique ou l'angle *LTP* ſe trouvera par la proportion ſuivante : *Le ſinus de la commutation*

est au sinus de l'élongation, comme la tangente de la latitude héliocentrique est à la tangente de la latitude géocentrique.

DÉMONSTRATION. Dans le triangle *PLS* rectangle en *L* (438), on a cette proportion *SL : LP :: R :* tang. *PSL*; dans le triangle *PLT* aussi rectangle en *L*, on a une semblable proportion *TL : LP :: R :* tang. *LTP*; la premiere proportion donne cette équation *LP*. *R*=*SL*. tang. *PSL*, & la seconde, *LP*. *R*=*TL* tang. *LTP*; donc *SL* tang. *PSL* =*TL* tang. *LTP*, d'où l'on tire cette autre proportion, *TL : SL ::* tang. *PSL :* tang. *LTP*; mais dans tout triangle rectiligne *TLS* les côtés sont entre eux comme les sinus des angles opposés, c'est-à-dire, que *TL : SL ::* sin. *LST :* sin. *LTS*, donc sin. *LST :* sin. *LTS ::* tang. *PSL :* tang. *LTP*, latitude géocentrique de la planete.

444. LA DISTANCE A LA TERRE, telle que *PT*, est souvent nécessaire dans nos calculs : pour la trouver on commence par chercher la distance accourcie, ou la distance de la planete au soleil réduite à l'écliptique *SL*; il suffit pour cela de multiplier le rayon vecteur *SP*, ou la vraie distance de la planete au soleil dans son orbite, par le cosinus de la latitude héliocentrique, ou de l'angle *PSL*; en effet, la ligne *PL* étant perpendiculaire sur le plan de l'écliptique (438), le triangle *SLP* est rectangle en *L*; ainsi l'on a par la trigonométrie ordinaire *R : SP ::* sin. *SPL*, ou cos. *PSL : SL*; ainsi comme le rayon est toujours pris pour unité, on a *SL* = *SP*. cos. *PSL*.

Dans le triangle *LST* on connoît tous les angles avec le côté *SL* distance accourcie du soleil à la planete; on fera donc cette proportion, sin. *STL : SL ::* sin. *LST : TL*, c'est-à-dire, *le sinus de l'élongation est au sinus de la commutation, comme la distance accourcie de la planete au soleil est à la distance de la planete à la terre.*

445. Enfin, cette distance accourcie *TL*, étant divisée par le cosinus de la latitude géocentrique *LTP*, donnera la distance vraie *TP* de la planete à la terre; par la même raison que la distance vraie étant multipliée par le cosinus de la lati-

tude héliocentrique, donnoit la distance accourcie de la planete au soleil.

446. C'est la plus grande latitude géocentrique (443) des planetes qui détermine ce qu'on appelle communément la *largeur du Zodiaque*; Vénus est de toutes les planetes celle qui peut avoir la plus grande latitude, à cause de sa proximité à la terre, lorsque sa conjonction inférieure arrive dans ses limites, & qu'en même temps la terre est périhélie. Sa latitude en 1700 alloit à 8° 40', suivant les éphémérides de ce temps-là, & elle peut aller jusqu'à 9° ¼; ainsi la largeur du Zodiaque est au moins de 17° ½ dans ce siecle-ci; elle sera encore un peu plus grande lorsque les *limites* ou les plus grandes latitudes de Vénus, son aphélie & le périhélie de la terre concourront à rendre la distance de Vénus à la terre encore plus petite, & sa latitude géocentrique plus grande.

447. Les inégalités que le mouvement de la terre dans son orbite fait paroître dans le mouvement des planetes, c'est à dire, les parallaxes annuelles, ont servi à trouver leurs distances. Aussi-tôt que Copernic eut reconnu avec quelle simplicité son hypothese expliquoit les rétrogradations des planetes, il vit bien que plus la rétrogradation seroit considérable, plus elle supposeroit de proximité dans la planete, & que cette rétrogradation feroit connoître la quantité de la distance; les rétrogradations dépendent de la parallaxe annuelle du grand orbe; c'est donc celle-ci qu'il est utile d'observer lorsqu'elle est la plus grande; voici la maniere dont Copernic s'y prenoit.

448. Copernic observa le 25 Février 1514, à 5 heures du matin, la longitude de Saturne 209°; supposant *S* le centre du soleil (*fig.* 51), *T* la terre, *P* Saturne, il trouvoit par le calcul des moyens mouvements observés dans les oppositions, & des équations de Saturne & de la terre déja déterminées, que si la terre eût été en *K*, Saturne auroit dû nous paroître à 203° 6', c'étoit sa longitude vue du soleil; la différence de 5° 44', étoit l'angle *KPT*, que Copernic appelloit

pelloit *commutation*, que Ptolomée avoit appellé *prosthaphæresis orbis*, & que nous nommons aujourd'hui *parallaxe annuelle* (441); l'angle *TSK* ou *TSP*, différence entre le lieu de Saturne *P* vu du soleil, & le lieu de la terre *T* calculé pour le même temps, étoit de 67° 35′, (c'est ce qu'on appelle aujourd'hui commutation) l'angle *T* étoit donc de 106° 41′; connoissant tous les angles de ce triangle on a le rapport entre les côtés *SL* & *SF*, c'est-à-dire entre la distance de la terre au soleil & celle de Saturne au soleil; ce rapport se trouvoit être celui de 1 à 9 $\frac{6}{10}$ environ, c'est-à-dire, que Saturne étoit 9 $\frac{1}{2}$ plus éloigné du soleil *S* que la terre *T*. (*Coper. de revolutionibus, l. V. c. 9*).

449. Il en est de même de toute autre planete; lorsqu'on a observé plusieurs fois son opposition au soleil, ou sa longitude dans le temps où elle est la même vue de la terre ou vue du soleil, comme lorsque le soleil *S*, la terre *K*, & la planete *P* sont sur une même ligne, on est en état de calculer exactement cette longitude vue du soleil, pour le temps où la terre est à 90° de là, c'est-à-dire vers *T*, & où l'angle de commutation *PSI*=90°: si l'on observe alors la longitude de la planete vue de la terre, on la trouvera différente de plusieurs degrés, & cette quantité sera l'angle *SPT*, parallaxe annuelle de la planete *P*. C'est le point *L* ou le lieu réduit à l'écliptique dont on doit faire usage pour plus d'exactitude.

450. Lorsqu'on connoît l'angle *SLT* & l'angle *LST*, qui est la différence entre la longitude de la terre connue pour le même instant, & celle de la planete calculée précédemment, on suppose *ST* égale à l'unité, & résolvant le triangle *STL*, on trouve *SL* qui est la distance de la planete au soleil, ou le rayon de son orbe en parties de cette unité ou de la distance du soleil à la terre; c'est ainsi qu'on a trouvé les nombres 4, 7, 10, 15, 52, 95, qui expriment les distances des six planetes au soleil, ou du moins leurs rapports; elles sont avec plus d'exactitude dans la table ci-dessus. Les valeurs

Planetes.	*Distance moyenne des Planetes au soleil.*
Mercure.	38710
Vénus.	72333
La Terre.	100000
Mars.	152369
Jupiter.	520098
Saturne.	953937

absolues de ces nombres en lieues, ne peuvent se connoître que par les méthodes dont nous parlerons dans le livre IV, à l'occasion de la parallaxe du soleil ; mais on les trouvera dans une table qui est à la fin de cet ouvrage.

451. La méthode que nous venons d'expliquer, employée autrefois par Copernic, servit ensuite à Képler pour trouver les distances des planetes par le moyen de leurs révolutions & de leurs parallaxes annuelles, & lui fit reconnoître cette belle loi dont nous parlerons bientôt, que les carrés des temps sont comme les cubes des distances (469). Il nous suffit d'avoir fait observer ici que le systême de Copernic, une fois démontré, donne un moyen de connoître les distances des planetes au soleil, ou du moins leurs rapports avec celle de la terre.

452. L'on prouve de même que les étoiles nouvelles de 1572 & de 1604, étoient placées beaucoup au-delà du systême solaire (287) ; en effet, dans l'espace de trois mois que la terre met à aller de *K* en *T*, la parallaxe annuelle *SPT*, qui pour Saturne alloit à $5^{\circ}\frac{1}{4}$ (448), & qui n'a pas été d'une minute pour ces étoiles, prouve qu'elles étoient 345 fois au moins plus éloignées de nous que Saturne.

Des Révolutions planétaires.

453. Ayant démontré en quoi consiste la seconde inégalité des planetes, & la maniere d'en éviter l'effet, il est temps de parler des révolutions moyennes des planetes, soit par rapport à un point fixe, soit par rapport à la terre. La durée de ces révolutions des planetes qu'il faut connoître pour parvenir aux parallaxes annuelles, ne peut se déterminer exactement que par le moyen des conjonctions & des oppositions des planetes au soleil. En effet, puisque c'est autour du centre du soleil que les planetes tournent, c'est autour de lui que leurs révolutions doivent être comptées, & c'est au soleil qu'il faut les apporter ; mais les conjonctions & les oppositions sont les seuls points où le lieu d'une planete vu de la terre, soit sur la même ligne que le lieu vu

du soleil, & où l'on puisse avoir directement le lieu vu du soleil; ce sont donc là les circonstances qu'il faut employer à ces recherches.

454. Les conjonctions & les oppositions des planetes qui nous servent à déterminer les durées de leurs révolutions moyennes, doivent être prises à de très-grandes distances les unes des autres, pour que l'effet des équations ou des inégalités périodiques disparoisse & qu'il soit absorbé par le grand nombre de révolutions sur lesquelles il se trouvera réparti, comme nous l'avons fait pour le soleil (315). Les comparaisons des anciennes observations rapportées dans *l'Almageste* de Ptolomée, ont été faites dans le plus grand détail par M. Cassini dans ses *Eléments d'astronomie*, imprimés à Paris en 1740; il a rapporté les anciennes observations, il les a réduites, calculées & discutées, & il en a conclu les révolutions tropiques; c'est-à-dire les retours à l'équinoxe pour chaque planete.

On trouvera dans une table à la fin de cet ouvrage le résultat des comparaisons semblables, que j'ai faites pour mes nouvelles tables: j'y ajouterai les révolutions sydérales (321) & les révolutions synodiques ou les retours au soleil, qui ramenent pour nous les conjonctions & les oppositions moyennes des planetes au soleil (557).

Des Equations séculaires.

455. Les inégalités périodiques dont nous avons déja parlé (308), & dont on verra bientôt le calcul (497) dans des orbites elliptiques, se rétablissent à chaque révolution; elles n'empêchent point que ces révolutions ne soient égales quand on considere le retour de la planete au même point de son orbite; cependant en comparant les observations faites en divers siecles, on a observé un ralentissement dans le mouvement moyen de Saturne, & une accélération dans ceux de Jupiter & de la Lune.

Képler écrivoit en 1625 qu'ayant examiné les observa-

tions de Régiomontanus & de Waltherus, faites vers 1460 & 1500, il avoit trouvé constamment les lieux de Jupiter & de Saturne plus ou moins avancés qu'ils ne devroient l'être selon les moyens mouvements déterminés par les anciennes observations de Ptolomée & celles de Tycho faites vers 1600. Après avoir discuté cette matiere, & prenant un milieu entre plusieurs observations, faites dans différents siecles, j'ai trouvé qu'il falloit supposer l'équation de Saturne de 5° 13′ 20″ pour l'espace de 2000 ans, ou 47″ pour le premier siecle. Celle de Jupiter de 3° 23′ 20″, ou de 30″ pour un siecle; on suppose qu'elle va en croissant comme le carré des temps, ainsi que l'accélération des graves (986),

456. Le mouvement moyen de Saturne en différents siecles a d'autres inégalités qui ne peuvent s'expliquer même par les équations séculaires; sa révolution moyenne est différente d'elle même, suivant les circonstances où on l'observe; sans que l'attraction de Jupiter qu'on avoit cru devoir influer seule sur ses mouvements, puisse produire une pareille différence : cette inégalité singuliere que j'ai découverte en 1766, est expliquée fort au long dans les Mémoires de l'Académie pour la même année.

Mon résultat est qu'indépendamment de l'attraction de Jupiter, il y a dans Saturne une inégalité dont la cause doit être différente; qui dans les mêmes configurations avec Jupiter, produit un effet plus grand que celui qui résulte des plus grandes variétés dans la position de Jupiter par rapport à Saturne, & qui est sensible, sur-tout depuis le commencement de ce siecle. J'ignore quelle en est la cause; peut-être est-ce l'action de quelque comete qui en aura passé très-près; mais le fait dont on ne sauroit douter, c'est que les dernieres révolutions de Saturne different entre elles de plus d'une semaine, même en mettant à part toutes les inégalités connues, sans qu'une si grande différence puisse être produite, ni par l'action de Jupiter, ni par aucune des causes que nous connoissons. Aussi mes tables de Saturne, qui depuis 1740 jusqu'en 1770, ne s'écartoient jamais de l'obser-

vation que d'une ou deux minutes, s'en écartent déja en 1773 de six minutes, ce qui annonce un retardement sensible depuis trois ans. Il faudra bien du temps avant qu'on parvienne à démêler tous ces dérangements : Saturne dans l'espace de 30 ans ne faisant qu'une seule révolution, ce n'est qu'après plusieurs siecles qu'on en aura un nombre suffisant pour reconnoître leurs variétés & leurs dérangements.

Retours des Planetes aux mêmes situations.

457. La position apparente d'une planete vue de la terre, dépend non seulement du lieu où elle se trouve réellement, mais encore de l'endroit d'où elle est vue, c'est-à-dire, du lieu de la terre ; car en vertu de la parallaxe annuelle (441) une planete située en un seul & même lieu, peut paroître plus orientale, si la terre est plus occidentale ; elle peut même paroître dans un lieu totalement opposé. Ainsi pour qu'une planete revienne pour nous à la même longitude où elle s'est trouvée une fois, il faut que la planete & la terre soient chacune au même point de son orbite, c'est-à-dire, à la même longitude ; alors le lieu de la planete, sa latitude vue de la terre, aussi-bien que le passage au méridien, le lever & le coucher se trouvent les mêmes qu'auparavant, & recommencent dans le même ordre.

S'il étoit facile de trouver pour les planetes de semblables périodes, le travail de ceux qui calculent les éphémérides & le livre de la *connoissance des temps*, seroit fort diminué à cet égard ; mais ces périodes sont ou fort longues ou fort imparfaites : en voici cependant un essai, qui peut être utile à ceux qui calculent des éphémérides.

458. Mercure doit se retrouver presque à la même place par rapport à la terre après 13 ans & 3 jours ; ce sera seulement 13 ans & 2 jours s'il se trouve 4 bissextiles dans les 13 années ; parce que dans cet intervalle il fait 54 révolutions avec 2° 55′ de plus, & la terre 13 révolutions avec 2° 59′ de plus.

459. Vénus, après un espace de 8 ans, se trouve à 1° 32′

ſeulement du lieu où elle étoit, & la terre ſe trouve 4′ plus loin, en ſorte que la ſituation apparente de Vénus approche beaucoup d'être la même deux jours auparavant.

460. Mars en 15 ans moins 18 jours ſe trouve avoir une ſituation apparente à peu près ſemblable ; ce ſeroit 15 ans moins 19 jours, s'il y avoit 4 biſſextiles dans les 15 années. Il y a une période encore plus exacte pour Mars, mais elle eſt de 79 ans & 4j, ou un jour de moins s'il y a 20 biſſextiles.

461. Pour Jupiter, c'eſt 83 ans, en ſuppoſant qu'il n'y ait que 20 biſſextiles dans cet intervalle ; s'il y en avoit 21, ce ſeroit 83 ans moins un jour. La période de 12 années & 5 jours approche encore beaucoup de cette exactitude.

462. Saturne, en 59 ans & 2 jours, change de 1° 45′, & la terre de 1° 41′; par ce moyen Saturne & la terre ſe trouvent pour ainſi dire à la même anomalie, à la même diſtance du ſoleil & à la même diſtance entr'eux : ce ſeroit 59 ans & 3 jours s'il ſe trouvoit dans l'intervalle une année ſéculaire comme 1700, dont on ſupprime la biſſextile ſuivant la régle du Calendrier Grégorien.

Le 29 ſeptembre 1702, Saturne étoit en oppoſition à $8^h \frac{1}{4}$ du ſoir avec $0^s\ 6^\circ$ de longitude, le 31 ſeptembre 1771 au matin il s'eſt retrouvé en oppoſition ayant 1° 55′ de longitude, de plus qu'en 1702, & ſeulement 2′ de plus en latitude. Il en eſt de même du 15 juillet 1696 au 18 juillet 1755. On remarquera ſeulement dans cette derniere comparaiſon que l'intervalle eſt 59 ans 3 jours, parce que l'année 1700 a été plus courte qu'à l'ordinaire, à cauſe du retranchement d'une Biſſextile dans les années ſéculaires.

Stations & rétrogradations des Planetes.

463. Les planetes inférieures, Mercure & Vénus, tournent autour du ſoleil en moins de temps que la terre ; dès-lors elles doivent paroître directes dans leurs conjonctions ſupérieures, & rétrogrades dans leurs conjonctions inférieures. Soit *TB* l'orbite de la terre (*fig.* 50), & *AMDO* l'orbite de Vénus ou de Mercure ; lorſque la terre eſt en *B*,

& que Vénus se trouve en *M* dans la conjonction supérieure, c'est-à-dire, au delà du soleil, elle paroît aller, comme elle va réellement, d'occident en orient, c'est à dire, vers la gauche, de *M* vers *D*; mais si la terre étant en *B*, Vénus se trouve en *O* dans sa conjonction inférieure, elle nous paroîtra aller à droite, parce qu'elle va de *O* en *P* plus vîte que la terre ne va de *B* en *T*; ainsi Vénus sera rétrograde, en apparence, dans sa conjonction inférieure; car, quoiqu'elle aille véritablement du même sens que lorsqu'elle étoit en *M*, elle va par rapport à nous en sens contraire; elle avançoit vers la gauche de *M* en *D* dans le premier cas, & dans le second elle semble aller vers la droite en avançant de *O* en *P*; donc alors elle paroît avancer contre l'ordre des signes; mais cela vient uniquement de ce que nous comparons & rapportons les planetes à des points de la sphere étoilée qui sont plus éloignés de nous.

464. Entre le mouvement direct & le mouvement rétrograde il y a nécessairement un instant qui forme le passage, c'est-à-dire un temps où la planete paroît *stationnaire*; elle cesse alors d'être directe, elle est prête à être rétrograde; mais elle n'est ni l'un ni l'autre, elle est dans le point de réunion où se touchent les arcs de direction & de rétrogradation, & c'est ce point qu'il faut déterminer, si l'on veut connoître l'étendue de la rétrogradation.

Si la terre étoit fixe en *B*, Vénus nous paroîtroit stationaire lorsqu'elle seroit sur la tangente *BC*, menée de la terre à l'orbite de la planete; car il y a dans ce point *C* un petit arc de l'orbite qui se réunit & se confond avec la tangente *BC*; & tandis que la planete parcourt ce petit arc de son orbite, elle reste pour nous sur la même ligne, sur le même rayon, & répond au même point du ciel, si l'on suppose la terre fixe en *B*.

465. La terre ayant un mouvement de *B* vers *T*, cela suffit pour que la planete paroisse en avoir un en sens contraire & vers la gauche, quoiqu'elle soit sur la tangente *BC*; mais quelque temps après il arrivera que le mouvement *GH* (*fig.* 52) de la planete, & le mouvement *IK* de la terre pendant le même temps, seront tels que les rayons visuels

IG, *KH*, seront paralleles entr'eux: alors la planete nous paroîtra pendant tout ce temps-là répondre au même point de l'écliptique, elle nous paroîtra stationaire; car on a vu (4.9) que toutes les lignes droites paralleles tirées de notre œil dans le ciel, sont pour nous comme une seule & même ligne dirigée à une même longitude, ou à un même lieu du ciel.

466. Pour déterminer la quantité de la direction & de la rétrogradation des planetes, il s'agit principalement de connoître le point & le moment où elles sont stationaires; ce problême est difficile, quand on veut considérer les inégalités de la planete & de la terre; mais on se contente de prendre les éphémérides où les longitudes des planetes sont calculées pour tous les jours, & l'on voit les points où la longitude s'est trouvée la même deux jours de suite; l'intervalle de ces deux points, où le temps qui les sépare, divise la révolution en deux parties, qui sont la durée de la direction & celle de la rétrogradation; elles varient beaucoup suivant la distance de chaque planete: la plus grande durée de la rétrogradation est à peu près de 23 jours pour Mercure, de 43 pour Vénus, de 80 pour Mars, de 122 pour Jupiter & de 140 pour Saturne, dans l'intervalle d'une conjonction à l'autre, ou d'une révolution synodique (454). On peut voir des solutions de ce problême des rétrogradations dans les Mémoires de l'Académie de Pétersbourg, & dans mon *Astronomie*.



LIVRE III.

Théorie du mouvement des Planetes autour du Soleil.

467. LORSQUE Képler eut bien compris la certitude du systême de Copernic, il ne songea plus qu'à s'en servir pour connoître les distances des planetes au soleil, & les loix de leur mouvement autour du soleil ; il y réussit au delà de ses espérances, puisqu'il découvrit en effet les trois choses les plus importantes qu'il y ait dans la physique céleste, & que nous appellons encore les LOIX DE KÉPLER.

1°. Que les orbites des planetes sont des ellipses dont le foyer est au centre du soleil.

2°. Qu'elles décrivent ces ellipses avec des vîtesses telles que les aires sont toujours proportionnelles aux temps.

3°. Que les carrés des temps de leurs révolutions sont comme les cubes de leurs distances au soleil.

468. Pour trouver la figure des orbites planétaires, Képler s'attacha spécialement à l'orbite de Mars, parce qu'elle est plus voisine de la terre, & que son excentricité est considérable, & il chercha le moyen de trouver les distances de Mars au soleil en divers points de son orbite, en prenant toujours la distance de la terre au soleil pour base & pour échelle commune : il se servit pour cela de la parallaxe annuelle de Mars, ou de l'angle *SPT* (*fig.* 51) déduit des observations, comme nous l'avons expliqué ci-dessus pour Saturne, d'après Copernic (448) ; il détermina de la même maniere la distance de Mars au soleil dans son aphélie & dans son périhélie, l'une de 16678 parties, l'autre de 13850, en supposant toujours la distance moyenne de la terre au soleil de 10000 ; ainsi la distance moyenne de Mars étoit de 15264,

& l'excentricité de 1414. Il choisit ensuite trois autres distances vers les côtés de l'orbite, entre l'aphélie & le périhélie, telles que *SM*, *SD* (*fig.* 55) : il les détermina par les observations de Tycho en suivant la même méthode. Ces distances de Mars au soleil se trouverent toutes plus petites qu'elles n'eussent été dans une orbite circulaire, de la même excentricité, & du même rayon, comme le cercle circonscrit *ANP* ; il s'ensuivoit naturellement que l'orbite de Mars étoit plus étroite qu'un cercle, qu'elle rentroit sur les côtés, & qu'elle étoit en forme d'ovale ; c'est la conclusion qu'il en tire à la page 213 de son grand & bel ouvrage, intitulé *Astronomia nova.... tradita commentariis de stella martis.* 1609.

469. Les distances des planetes ainsi déterminées conduisirent Képler à chercher quel rapport il y avoit entre les distances & les durées des révolutions. Pourquoi, disoit il, Jupiter, qui est cinq fois plus éloigné du soleil que la terre, & qui n'a que cinq fois plus de chemin à faire, emploie-t il 12 fois plus de temps à le parcourir, c'est-à-dire 12 ans ? Les rapports des temps sont plus grands que ceux des orbites : mais n'y auroit-il pas quelques puissances ou quelques racines de ces nombres qui pussent être d'accord ?

Ce fut le 8 mars 1618 qu'il lui vint à l'esprit, pour la premiere fois, de comparer les puissances des différents nombres qui exprimoient les durées des révolutions des planetes & leurs distances ; il compara donc au hazard des carrés, des cubes, &c. il essaya même les carrés des temps avec les cubes des distances ; mais trop de vivacité ou d'impatience l'égara dans quelque faute de calcul ; il se trompa cette premiere fois ; il crut trouver que la proportion n'avoit pas lieu, & rejeta cette belle idée comme fausse & inutile. Ce ne fut que le 15 mai suivant qu'il revint à cette idée, en recommençant les mêmes essais & les mêmes comparaisons ; il calcula mieux, & il reconnut qu'il y avoit réellement un rapport égal & constant entre les carrés des temps périodiques de deux planetes quelconques, & les cubes de leurs distances moyennes au soleil ; il fut si enchanté de cette dé-

couverte, qu'à peine il se fioit à ses calculs; il croyoit se faire illusion & avoir supposé ce qu'il falloit chercher; il n'osoit qu'à peine se persuader qu'il eût enfin trouvé une vérité cherchée pendant 17 ans. (*Harmonices, liv. V. pag.* 189). Qu'auroit-il dit, s'il eût pu prévoir les conséquences admirables qu'on a su tirer de cette loi? puisque c'est cette regle qui a fait découvrir celle de l'attraction (1012).

470. La distance de la terre au soleil est à celle de Jupiter au soleil, comme 10 est à 52; leurs cubes sont par conséquent comme 1 est à 140; or, les durées de leurs révolutions sont de 365 $\frac{1}{4}$ & de 4332 $\frac{1}{2}$ jours, dont les carrés en négligeant les derniers chiffres, sont encore comme 1 est à 140; donc, le rapport est de même de part & d'autre: le carré du temps périodique de Jupiter est 140 fois plus grand que le carré du temps périodique de la terre, & le cube de la distance moyenne de Jupiter au soleil est 140 fois plus grand que le cube de la distance moyenne de la terre, c'est en quoi consiste l'égalité des rapports. Si l'on prend plus exactement les révolutions sydérales (454) & les distances (450), on aura 140, 6874 pour le nombre exact qui exprime combien le carré de la révolution de Jupiter, & le cube de sa distance contiennent ceux de la terre. Cette loi se vérifie également quand on compare les distances des satellites de Jupiter & de Saturne avec les durées de leurs révolutions, & l'on verra dans le XIIe livre, que de cette loi donnée par observations, il s'ensuivoit nécessairement que la force centrale, ou la gravité des planetes vers le soleil étoit en raison inverse du carré de la distance, c'est-à-dire, la plus belle découverte de Newton, qui dut sans doute son origine à celle de Képler.

471. Je me suis même servi de cette loi pour trouver les distances moyennes des planetes qui sont dans la table de l'article 450, & je les crois plus exactes que celles qu'on déduiroit des observations à la maniere de Képler, quoique celles-ci nous aient appris la regle, dont nous faisons usage en abandonnant même les observations.

472. Une autre loi générale du mouvement des planetes

également importante dans l'astronomie, est que *les aires sont proportionnelles au temps*; c'est encore une des découvertes de Képler; cependant il ne démontroit cette vérité que d'une maniere incomplete; Newton a fait voir le premier qu'elle étoit une suite nécessaire des loix générales du mouvement.

Képler étoit persuadé que le mouvement circulaire des planetes étoit produit par une certaine force émanée du soleil, qui les forçoit à tourner autour de l'axe du soleil, comme il y tournoit lui-même. Il considéroit que puisque les planetes les plus éloignées tournoient plus lentement que les planetes les plus proches du soleil, il falloit que la force motrice fût plus petite à une plus grande distance, & cela le conduisit à établir non-seulement la force d'*inertie*, dont il a parlé le premier, mais encore la regle des aires proportionnelles aux temps.

473. Képler démontre d'abord dans sa nouvelle physique céleste, que le mouvement des planetes dans les apsides est proportionnel à leur distance au soleil, même dans l'hypothese de Ptolomée (309), c'est-à-dire, qu'en prenant un arc de l'excentrique vers l'aphélie, & un autre arc de même longueur vers le périhélie, la planete est plus long-temps dans l'arc aphélie, à proportion que la distance aphélie est plus grande; ou, ce qui revient au même, que les aires décrites dans le même temps sont égales.

474. Soit E (*fig.* 53,) un point autour duquel le mouvement paroîtroit uniforme (309), & qui, suivant Ptolomée, étoit différent du centre de l'excentrique, S le centre du soleil à même distance du centre C que le point E; ayant tiré deux lignes MEO, NEP, l'arc MN & l'arc OP sont parcourus dans le même temps suivant cette hypothese, puisque les angles en E sont égaux; si du point S on tire les lignes SO, SP, & les lignes SN, SM; elles formeront des secteurs égaux OSP, NSM: en effet, supposant les arcs MN & OP extrêmement petits, on aura par les triangles semblables NEM, OEP, cette proportion $MN : OP :: ER : EQ$, donc $MN.EQ = OP.ER$; mais $EQ = SR$ & $ER = SQ$; donc $MN.$

$SR = OP . SQ$; donc le ſecteur *SNM* eſt égal au ſecteur *OSP* : donc dans l'hypotheſe même des anciens, ſi l'on prend deux arcs *MN* & *OP*, décrits par une planete dans des temps égaux, on aura au point *S* des aires égales.

475. De ce que la planete emploie plus de temps dans ſon aphélie à parcourir un même arc, Képler conclut en général, que plus la planete eſt éloignée du centre du ſoleil, plus elle eſt foiblement animée par la force motrice qui la fait tourner autour du ſoleil, ainſi que cela s'eſt vérifié depuis la découverte de la loi d'attraction.

476. Lorſque Képler paſſe à la conſidération des orbes elliptiques, il tranſporte à l'ellipſe les propriétés qu'il n'avoit démontrées que pour le cercle excentrique, ſans y employer de nouvelle démonſtration ; ainſi la loi des aires proportionnelles au temps n'étoit prouvée qu'imparfaitement, elle ne pouvoit paſſer juſqu'alors que comme une approximation commode, facile dans la pratique, & juſtifiée par l'accord du calcul avec l'obſervation.

Mais lorſqu'on conſidere les orbites planétaires comme formées par le concours de deux forces & de deux directions différentes, dont l'une eſt de ſa nature uniforme & conſtante, dès-lors les aires deviennent néceſſairement & rigoureuſement proportionnelles aux temps, comme nous le démontrerons bientôt (480).

477. On prouve très-bien aujourd'hui, par l'obſervation des diametres du ſoleil, que les aires ſont proportionnelles aux temps vers les apſides, ou, ce qui revient au même, que le mouvement du ſoleil eſt d'autant plus lent qu'il eſt plus éloigné de la terre. Le diametre du ſoleil eſt de 31′ 31″ en été, & de 32′ 36″ en hiver, ſuivant les obſervations que j'ai faites avec le plus grand ſoin ; cela prouve que la diſtance du ſoleil en hiver eſt à ſa diſtance en été, comme 31′ 31″ eſt à 32′ 36″ ; car les grandeurs apparentes d'un objet éloigné ſont en raiſon inverſe de ſes diſtances : le mouvement horaire du ſoleil en hiver eſt de 2′ 33″ ; or 32′ 36″ : 31′ 31″ : : 2′ 33″ : 2′ 28″ ; ainſi le mouvement horaire du ſoleil devroit être de 2′ 28″ en été, ſi ce mouvement horaire étoit

en lui-même constant & uniforme, & que ses différences ne dépendissent que de l'éloignement du soleil; cependant, par l'observation, ce mouvement horaire ne se trouve que de 2′ 23″; il est plus petit qu'il ne devroit être dans cette supposition : donc, outre les 5″ de différence qu'il doit y avoir entre les mouvements horaires du soleil en été & en hiver à cause de ses différentes distances, il y a encore une différence réelle de 5″, qui ne provient pas des distances, mais qui est un ralentissement véritable dans le mouvement apparent du soleil; donc, le mouvement réel de la terre est effectivement plus lent dans l'aphélie que dans le périhélie. On voit même qu'il est en raison inverse des distances; puisque l'on trouve 2′ 23″, au lieu de 2′ 28″ qu'il y auroit, en supposant le mouvement uniforme, c'est-à-dire, 5″ pour l'excès du mouvement horaire en hiver sur le mouvement en été, indépendamment des 5″ qu'il doit y avoir, à raison de la distance du soleil qui est moindre en hiver; or 2′ 23″ est à 2′ 28″, comme 31′ 31″ est à 32′ 36″: c'est-à-dire, comme le diametre en été est au diametre en hiver, ou comme la distance en hiver est à la distance en été; donc le mouvement du soleil en été est au mouvement qu'il paroîtroit avoir s'il alloit toujours uniformément, en raison inverse de sa distance.

478. La loi des aires proportionnelles au temps ayant été démontrée par Képler pour le cas de l'aphélie & du périhélie, & vérifiée d'ailleurs par un accord général qui se trouve entre les observations & le calcul tiré de cette loi, nous pourrions la regarder comme prouvée astronomiquement, n'ayant pas encore traité des causes qui doivent produire cette loi; cependant nous allons démontrer en peu de mots, 1°. que les planetes tournent autour du soleil en vertu d'une force centrale ou attractive, dirigée au foyer de l'ellipse; 2°. que cette force une fois supposée, il s'ensuit que les aires sont proportionnelles au temps; ce sera une connoissance élémentaire qui préparera le lecteur à la physique céleste, dont nous traiterons dans le XII livre.

479. C'est la premiere loi du mouvement prouvée par

l'expérience, & admiſe par tous les mathématiciens, même du temps d'Anaxagore, qu'un corps ayant parcouru une ligne droite uniformément dans l'eſpace d'une minute, parcourroit une autre ligne droite ſur la même direction dans la minute ſuivante, ſi rien ne s'y oppoſoit; ainſi la planete *P* (*fig* 54), ayant été une ſeule fois uniformément de *P* en *Q* ſur la ligne droite *PQ*, elle continueroit à ſe mouvoir de *Q* en *F* ſur la même direction *PQF*, en parcourant un eſpace *QF* égal à *PQ* uniformément, & dans le même eſpace de temps. Cependant les planetes décrivent des ellipſes, & non pas des lignes droites, elles courbent ſans ceſſe leur route du côté du ſoleil, & reviennent après une révolution reprendre la même route à la même diſtance du ſoleil; il y a donc dans le ſoleil une force capable de détourner à chaque inſtant une planete de la ligne droite qu'elle venoit de décrire l'inſtant précédent. Nous examinerons la meſure & la quantité de cette force dans le XIIe livre, où nous traiterons de l'attraction; il nous ſuffit ici de faire voir que cette force centrale exiſte, puiſque ſans elle les planetes ne pourroient décrire que des lignes droites, & jamais ne reviendroient aux mêmes lieux, comme elles le font, en décrivant ſans ceſſe une courbe qui environne le ſoleil.

La ſeconde loi du mouvement que je ſuppoſe encore connue & démontrée, parce qu'elle ſe trouve dans tous les livres de méchanique, ou de dynamique, eſt celle-ci: un corps pouſſé à la fois par deux forces différentes, dont les directions font un angle, & dont chacune pourroit lui faire parcourir en une minute un des côtés d'un parallélogramme, en décrira la diagonale dans la même minute. La planete arrivée en *Q* eſt pouſſée vers le ſoleil, ſuivant la direction *QS*, avec une force qui ſeule ſeroit capable de lui faire parcourir en une minute une ligne droite telle que *QG*, tandis qu'au même inſtant elle eſt ſollicitée à parcourir en une minute une ligne *QF* égale à *PQ*, en vertu de la premiere loi du mouvement; ſi ſur les lignes *QG* & *QF* on forme un parallélogramme *GQFR*, la planete parcourra la diagonale *QR* dans la même minute. Il ne faut que ces ſeuls principes

pour démontrer que la loi des aires proportionnelles au temps, doit avoir le lieu dans toutes les planetes. Voici à peu près la démonstration de Newton, (*Philosophiæ natur. principia mathémat. l. I. sec. II. prop.* 1).

480. Je considere une planete en un point quelconque *Q* de son orbite, venant de parcourir l'instant d'auparavant une très-petite portion *PQ* de cette orbite, que l'on peut prendre pour une ligne droite; la planete parvenue de *P* en *Q*, & le rayon de son orbite ayant passé de *SP* en *SQ*, a décrit l'aire *SPQ* en une minute de temps; je dis que dans la minute suivante elle décrira une aire *SQR* égale à *SPQ*, ou un triangle égal en surface à *SPQ*, en sorte que l'aire décrite par le rayon vecteur, sera égale en temps égal. En effet, si la planete livrée à elle-même, eût continué à se mouvoir de *Q* en *F*, elle auroit décrit une aire *QSF* égale à l'aire *PSQ*, parce que ces deux triangles sont égaux, ayant des bases égales *PQ* & *QF*, & la même hauteur : mais à cause de la force centrale qui attire la planete vers le soleil, ce sera l'aire *QSR*, (à la place de l'aire *QSF*), qui sera décrite par la planete; or, les triangles *QSR*, *QSF*, sont encore égaux, parce qu'ils ont la même base *QS*, & sont compris entre les mêmes paralleles *FR* & *QS*; donc l'aire *QSR* est aussi égale à l'aire *PSQ* : ainsi il est démontré que la petite aire décrite dans la premiere minute, est égale à la petite aire décrite dans la minute suivante; & procédant ainsi de minute en minute dans toute la durée de la révolution, on démontrera avec la même facilité que la même planete décrira éternellement la même aire dans le même temps, à quelque distance du soleil qu'elle parvienne, tant qu'il ne surviendra pas une force étrangere qui puisse troubler l'égalité entre *QF* & *PQ*, c'est-à-dire, entre la ligne qu'une planete vient de parcourir, & celle qu'elle tend à parcourir dans la minute suivante.

481. Ainsi la loi des aires proportionnelles aux temps est prouvée non-seulement par l'observation, c'est-à-dire, par l'accord général des calculs fondés sur cette loi, avec les observations, mais encore par la nature même des deux forces qui

qui animent les planetes : nous allons donc paſſer au calcul du mouvement des planetes dans les orbites elliptiques, pour être en état d'aſſigner en tout temps le point de ſon orbite où une planete doit ſe trouver en vertu de la loi précédente.

Du Mouvement Elliptique.

482. Définitions. Le *rayon vecteur* d'une planete eſt la ligne tirée du centre du ſoleil au centre de la planete, ou la diſtance de la planete au foyer de ſon ellipſe. Soit *AMDP* (*fig.* 55), l'orbite elliptique d'une planete décrite autour du foyer *S*, où eſt placé le ſoleil (468), *M* le lieu actuel d'une planete pour un inſtant donné, la ligne *SM* ſera le rayon vecteur.

La ligne des apſides, ou le grand axe de l'ellipſe marque l'aphélie & le périhélie de la planete (310) : l'Aphélie, ou l'apſide ſupérieure, & le point de l'orbite où la planete eſt la plus éloignée du ſoleil ; tel eſt le ſommet *A* du grand axe *AP*, le plus éloigné du foyer *S*. Le Périhélie, ou l'apſide inférieure, eſt le point de l'orbite où la planete eſt le plus proche du ſoleil ; telle eſt l'extrémité inférieure *P* du grand axe *AP*, la plus voiſine du foyer *S* où réſide le ſoleil.

L'Anomalie en général eſt la diſtance d'une planete à ſon aphélie ; mais il y a pluſieurs manieres de conſidérer cette diſtance.

L'Anomalie vraie eſt l'angle formé au foyer de l'ellipſe par le rayon vecteur & par la ligne des apſides ; tel eſt l'angle *ASM* formé par le grand axe *AS* & par le rayon vecteur *SM*.

L'Anomalie excentrique eſt l'angle formé au centre de l'ellipſe, par le grand axe & par le rayon d'un cercle circonſcrit, mené à l'extrémité de l'ordonnée qui paſſe par le lieu vrai de la planete. Ainſi ayant décrit un cercle *ANP* ſur le grand axe *AP* de l'orbite, comme diametre, on tirera l'ordonnée *RMN* par le point *M*, où eſt ſuppoſée la planete ; & à l'extrémité *N* de cette ordonnée on menera le rayon *CN*,

O

c'eſt celui qui déterminera l'anomalie excentrique *AN* ou *ACN*.

L'ANOMALIE MOYENNE eſt la diſtance à l'aphélie ſuppoſée proportionnelle au temps; c'eſt celle qui augmente uniformément & également depuis l'aphélie juſqu'au périhélie; ainſi une planete qui emploieroit ſix mois à aller de *A* en *P*, auroit à la fin du premier mois 30° d'anomalie moyenne, 60° à la fin du ſecond, & ainſi de ſuite, en augmentant toujours proportionnellement au temps. Si l'on prend une ligne *CX* pour marquer l'anomalie moyenne, en ſuppoſant que cette ligne tourne uniformément autour du centre *C*, la ligne *CX* ſera d'abord plus avancée que la ligne *CN*, parce que *AN* croît plus lentement vers l'aphélie où le mouvement de la planete eſt moindre que le mouvement moyen, & cet avancement augmentera tant que la vîteſſe de la planete ſera moindre que ſa vîteſſe moyenne; enſuite le point *N* ſe rapprochera du point *X*, juſqu'à ce qu'au périhélie *P* ils ſe réuniſſent enſemble; là les trois anomalies ſe confondent, & ſont également de 180 degrés.

La différence entre l'anomalie vraie & l'anomalie moyenne forme l'équation de l'orbite ou l'équation du centre.

483. Puiſque l'anomalie moyenne eſt proportionnelle au temps, & qu'elle eſt une portion du temps de la révolution, elle peut être meſurée par toute quantité qui aura un progrès uniforme : ainſi non-ſeulement l'arc *AX*, l'angle *ACX* & le ſecteur ou l'aire circulaire *ACX* peuvent s'appeller *Anomalie moyenne*, mais encore le ſecteur elliptique, ou l'aire *ASM*, formée par le rayon vecteur *SM*, le grand axe *SA* & l'arc d'ellipſe *AM*: en effet les aires décrites par le rayon vecteur *SM*, étant proportionnelles aux temps (472), le ſecteur *AMS* ſera la ſixieme partie de la ſurface elliptique *AMDPA* au bout du premier mois, (dans la ſuppoſition de l'article précédent) il en ſera par conſéquent le tiers au bout de deux mois, & toujours ainſi uniformément; en ſorte que la ſurface, ou l'aire elliptique ſera la quantité proportionnelle au temps, une fraction égale à la fraction du temps, ou à l'anomalie moyenne: ainſi l'on pourra dire à la fin du premier

mois, que l'anomalie moyenne est 30°, ou en général, qu'elle est un douzieme; car alors les 30° sont la douzieme partie du cercle, le temps employé à le parcourir sera la douzieme partie du temps de la révolution entiere, & enfin l'aire *AMS* sera la douzieme partie de l'aire entiere de l'ellipse; mais ordinairement c'est en degrés que nous exprimons l'anomalie moyenne.

484. Képler ayant trouvé que les planetes décrivoient des ellipses avec des aires proportionnelles au temps, il ne lui restoit plus que d'en conclure le vrai lieu d'une planete pour un temps donné. Lorsqu'on connoît la durée de la révolution de la planete, par exemple, celle de Mercure, qui est de 86 jours, & qu'on demande le lieu de Mercure au bout de deux jours, c'est-à-dire, de la 43e partie de sa révolution, on sait dès-lors que l'aire du secteur *ASM* compris entre l'aphélie & le rayon vecteur *SM*, est la 43e partie de la surface de l'ellipse; cette portion du temps, ou cette portion de l'ellipse est proprement l'*anomalie moyenne*, que l'on peut aussi exprimer en degrés, en prenant la 43e partie des 460° ou du cercle entier; car on a vu que nous pouvons appeller indifféremment *anomalie moyenne*, une portion du temps, une portion de l'ellipse, une portion de la circonférence du cercle; c'est toujours une fraction qui est donnée, quand on cherche le lieu d'une planete, mais c'est en degrés que nous la prendrons ci-après, pour suivre la forme usitée dans les tables astronomiques, où toutes les anomalies & toutes les équations s'expriment en degrés, minutes & secondes.

485. Lorsqu'on connoît l'anomalie moyenne, ou la surface du secteur *ASM*, il s'agit de trouver l'anomalie vraie, ou l'angle *ASM* de ce secteur. Képler sentit bien la difficulté de ce problême : *étant donnée l'anomalie moyenne, trouver l'anomalie vraie*, même dans un cercle; car la difficulté est à peu près la même que dans l'ellipse : il se contenta d'inviter les géometres à en chercher la solution, sans espérer qu'on la pût trouver d'une maniere directe, parce qu'elle

suppose, ainsi qu'on le verra bientôt, le rapport entre les arcs & leurs sinus, qui n'est donné que par approximation.

486. Pour simplifier la question, l'on renverse le problême & l'on suppose connue l'anomalie vraie pour en déduire l'anomalie moyenne; cette méthode est plus courte, souvent plus exacte, & tient toujours lieu dans la pratique, de la méthode directe. Cette méthode indirecte a été employée avec succès par M. l'Abbé de la Caille dans ses recherches sur le Soleil; elle est fondée sur les deux théorêmes suivants, que nous allons démontrer d'une maniere très-simple.

587. LEMME I. *Dans une ellipse* AMP, *à laquelle on a circonscrit un cercle* ANP; CX *étant la ligne de l'anomalie moyenne* (482), M *le vrai lieu de la planete*, RMN *l'ordonnée qui passe par le lieu de la planete*; *le secteur circulaire* ANSA *est toujours égal au secteur circulaire* ACX *de l'anomalie moyenne.*

DEMONSTRATION. Soit T le temps entier de la révolution de la planete, & t le temps qu'elle a employé à aller de A en M, on aura par la regle des aires proportionnelles au temps, t est à T comme le secteur AMS est à la surface de l'ellipse : de même, puisque ACX est l'anomalie moyenne, on aura, est à T comme ACX est à la surface du cercle; donc AMS est à ACX comme la surface de l'ellipse est à la surface du cercle. Mais par la propriété de l'ellipse, démontrée dans tous les livres de sections coniques AMS est à ANS, comme la surface de l'ellipse est à la surface du cercle; nous avons donc deux proportions qui ont trois termes communs, savoir AMS, la surface de l'ellipse & la surface du cercle; le terme qui paroît différent est donc nécessairement le même; donc ACX & ANS sont égaux entre eux. *C. Q. F. D.*

488. LEMME II. Dans tout triangle rectangle MRS (*fig.* 55,) si l'angle RSM est divisé en deux parties égales, la tangente de la moitié de l'angle RSM sera égale à $\frac{RM}{RS+SM}$. Car ayant pris $SB=SM$, on aura l'angle B égal à la moitié de l'angle S, & la tangente de l'angle B $= \frac{RM}{RB} = \frac{RM}{RS+SB} = \frac{RM}{RS+SM}$.

489. LEMME III. Le rayon vecteur SM est égal à $\frac{PR.SA}{CA} - SR$; & si l'on fait $CA=a$, $CR=x$, $CS=e$, on aura le rayon vecteur $SM = \frac{(a+x)(a+e)-a(e+x)}{a}$, ou ce qui revient au même $\frac{a^2+ex}{a}$.
Par la propriété la plus connue de l'ellipse, on a $SM+FM=2a$ supposons $SM=a+z$, & $FM=a-z$, on a RM^2 ou $y^2=SM^2-SR^2$ $=aa+2az+zz-ee-2ex-xx=SM^2-SR^2=aa-2az+zz-ee$ $+2ex-xx$; égalant ces deux valeurs, on a $2az-2ex=-2az+2ex$,

$q = \frac{ex}{a}$, donc $SM = a + \frac{ex}{a}$, ou ce qui revient au même, $SM = \frac{PR.\,SA}{CA} - SR$.

490. Theoreme. *La racine carrée de la distance périhélie est à la racine carrée de la distance aphélie, comme la tangente de la moitié de l'anomalie vraie est à la tangente de la moitié de l'anomalie excentrique.*

Dans les triangles rectangles MSR & NCR, en employant les expressions tirées de l'article 488, on a cette proportion : tang. $\frac{1}{2}\,MSR$: tang. $\frac{1}{2}\,NCR \frac{RM}{SR+SM} : \frac{RN}{CR+CN}$; si l'on met à la place du rapport de RM à RN celui de CD à CA qui lui est égal par la propriété de l'ellipse, & à la place de $SR+SM$ sa valeur $PR.\,\frac{SA}{CA}$, (489) ; & enfin PR à la place de $CR+CN$, on changera la proportion en celle-ci : tang. $\frac{1}{2}\,MSR$: tang. $\frac{1}{2}\,NCR :: \frac{CD.\,CA}{PR.\,SA} : \frac{CA}{PR} :: CD : SA :: \sqrt{aa-ee} : a+e :: \sqrt{a-e} : \sqrt{a+e}$, en divisant les deux dernieres termes par $\sqrt{a+e}$: ainsi l'on aura $T.\,\frac{1}{2}\,MSR : T.\,\frac{1}{2}\,NCR :: \sqrt{a-e} : \sqrt{a+e}, :: \sqrt{PS} : \sqrt{SA}$: c'est-à-dire la tangente de la moitié de l'anomalie vraie ASM est à la tangente de la moitié de l'anomalie excentrique ACN, comme la racine carrée de la distance périhélie PS est à celle de la distance aphélie AS. C. Q. F. D.

491. *La différence entre l'anomalie excentrique & l'anomalie moyenne est égale au produit de l'excentricité par le sinus de l'anomalie excentrique.*

Démonstration. Le secteur circulaire $ANSA$ est égal au secteur de l'anomalie moyenne ACX (487) ; si l'on ôte de tous deux la partie commune ACN, on aura le secteur NCX égal au triangle CNS. La surface du secteur circulaire NCX est égal au produit de CN par la moitié de l'arc NX ; la surface du triangle CNS est égal au produit de CN par la moitié de la hauteur ST, qui est une perpendiculaire abaissée du foyer S sur la base NC, prolongée au-delà du centre C ; ainsi les deux surfaces étant égales, & ayant un des produisants CN qui est commun à toutes deux, les autres produisants sont aussi égaux ; donc l'arc NX est égal à la ligne droite ST ; mais dans le triangle STC, rectangle en T l'on a $ST = CS$. sin. TCS, par les régles de la trigonométrie rectiligne ; donc $NX = CS$. sin. $TCS = CS$ sin. ACN ; donc la différence NX entre l'anomalie excentrique AN & l'anomalie moyenne AX, est égale au produit de l'excentricité CS par le sinus de l'anomalie excentrique ACN. C. Q. F. D.

492. C'est en minutes & secondes qu'on a coutume d'exprimer toutes les anomalies des planetes ; ainsi pour trouver la différence en secondes

entre l'anomalie moyenne & l'anomalie excentrique, il faut que l'excentricité soit aussi exprimée en secondes. Si l'excentricité de la planete est exprimée en parties de même espece que la distance moyenne, on dira, la distance moyenne est à l'excentricité, comme le nombre de 206265" que contient le rayon d'un cercle, ou environ 57° est au nombre de secondes que l'excentricité contient. Si cette excentricité est donnée en fraction de la distance moyenne de cette même planete, il suffira de la multiplier par les 206245", 8 qui font l'arc de 57° égal au rayon, pour avoir cette excentricité en secondes.

493. Au moyen des deux théorêmes (490, 491), on trouve facilement l'anomalie moyenne quand on a l'anomalie vraie; mais le problême essentiel consiste à trouver l'anomalie vraie quand on a la moyenne. Il y a plusieurs manieres d'y parvenir directement, quoique par approximation; mais nous préférons dans l'usage ordinaire de supposer une anomalie vraie quelconque, & de la convertir en moyenne par les regles précédentes; si celle que l'on trouve par ce moyen n'est pas égale à celle qui étoit donnée, c'est une preuve que la supposition n'est pas exacte, & l'on fait une autre supposition d'anomalie vraie, jusqu'à ce qu'on ait supposé une anomalie vraie qui produise exactement l'anomalie moyenne donnée. Les tables qui sont déja toutes faites pour chaque planete & pour chaque degré d'anomalie, rendent ces suppositions faciles à trouver presque du premier coup.

494. Quand on a trouvé l'anomalie vraie, il est aisé de trouver la distance au soleil ou le rayon vecteur SM par la proportion suiv. *le sinus de l'anomalie vraie est au sinus de l'anomalie excentrique, comme la moitié du petit axe est au rayon vecteur.* En effet, ayant tiré la ligne NQ (*fig.* 55) parallele au rayon vecteur MS, on a par les triangles semblables cette proportion $SM : QN :: RM : RN :: CD : CK$ ou CN; donc $SM : CD :: QN : CN$:; sin. QCN : sin. CQN :: sin. RCN : sin. RSM; donc sin. CSM : sin. NCS :: $CD : SM$: c'est le rayon vecteur dans l'hypothese de Képler, & telle est la proportion dont je me suis servi pour calculer mes tables des distances des planetes à chaque degré d'anomalie.

495. L'HYPOTHESE elliptique simple dont on fait usage quand on n'a pas besoin d'une très grande précision, simplifie beaucoup le calcul, puisqu'elle fait trouver l'anomalie

vraie par une ſimple proportion. Bouillaud fit voir en 1645 que le mouvement d'une planete dans une orbite elliptique, eſt ſenſiblement uniforme quand on le ſuppoſe vu du foyer ſupérieur *F* de l'ellipſe ; Sethward en 1656 donna une méthode fort ſimple pour calculer l'anomalie vraie dans ce cas-là. On prolongera *FL* (*fig.* 56) de maniere que *LE* ſoit égale à *LS*, & l'on joindra *SE* ; on aura un triangle *SFE*, dans lequel, ſuivant la propriété ordinaire, la demi-ſomme de deux côtés, tels que *FE* & *FS* eſt à leur demi-différence comme la tangente de la demi-ſomme des angles adjacents *S*, *E*, eſt à la tangente de leur demi-différence. Subſtituons d'autres dénominations à la place de ces quatre termes : la demi-ſomme de *FS* & de *FE* eſt la même choſe que la diſtance aphélie *SA* ; car *FE*, ou bien *FL* avec *LS*, égale le grand axe ; donc *FE* avec *FS* vaut le grand axe avec deux fois l'excentricité, & en prenant la moitié du total, la demi-ſomme de *FE* & de *FS* ſe trouve être le demi-axe avec l'excentricité, c'eſt-à-dire *SA*. On verra facilement que leur demi-différence eſt égale à *SP*. La demi-ſomme des angles *E* & *S* eſt la moitié de l'angle externe *AFE*, ou de l'anomalie moyenne ; enfin leur demi-différence eſt la moitié de l'anomalie vraie *FSL*, puiſque la différence entre l'angle *FSE* & l'angle *LSE* (égal à *LES*) n'eſt autre choſe que *FSL* ; donc la proportion précédente ſe réduit à celle-ci *la diſtance aphélie eſt à la diſtance périhélie, comme la tangente de la moitié de l'anomalie moyenne eſt à la tang. de la moitié de l'anomalie vraie.*

Le rayon vecteur *SL* ſe trouve avec la même facilité au moyen du triangle *SLF*, en diſant, le ſinus de l'équation de l'orbite *FLS* eſt à la double excentricité *FS*, comme le ſinus de l'angle *F* ou de l'anomalie moyenne eſt à la diſtance de la planete au ſoleil, dans l'hypotheſe elliptique ſimple.

De l'Equation de l'Orbite.

496. Nous pouvons, en conſidérant la figure 56, appercevoir toutes les propriétés du mouvement inégal des pla-

nètes & de l'équation de l'orbite. 1°. Cette équation est nulle en *A*, c'est-à-dire dans l'apside supérieure, (aphélie ou apogée), puisque vers ce point-là le lieu moyen & le lieu vrai sont confondus, les *FL* & *SL*, coïncident. En partant de l'apside supérieure, leur différence augmente rapidement, parce que la vîtesse vraie étant la plus petite en *A*, differe le plus de la vîtesse moyenne: 2°. cette différence s'accumule chaque jour, tant que la vîtesse vraie est moindre que la vîtesse moyenne; lorsqu'elles sont égales, il se trouve un point *B* vers trois signes & quelques degrés d'anomalie moyenne où la différence qui a augmenté jusqu'alors, est devenue la plus grande, & où l'équation ou l'angle *FLS* cesse d'augmenter, étant presque la même pendant quelque temps, pour diminuer ensuite jusqu'à l'apside inférieure, (soit périhélie, soit périgée) où le lieu vrai & le lieu moyen se retrouvent d'accord une seconde fois : 3°. l'équation est soustractive, se retranche du lieu moyen ou de l'anomalie moyenne *AFL* dans les six premiers signes pour avoir le lieu vrai, parce que la vîtesse moyenne en partant de l'apside supérieure, est plus grande que la vîtesse vraie; ainsi le lieu moyen est plus avancé; il faut donc ôter de la longitude moyenne la quantité de l'équation pour avoir le lieu vrai. Le contraire arrive après le passage en *P*, où la vîtesse vraie est la plus grande.

497. La plus grande équation peut se trouver par un calcul rigoureux, aussi-bien que le degré d'anomalie moyenne où arrive cette plus grande équation; pour cela il suffit de trouver le point *M*, (*fig.* 57), dans lequel arrive la vîtesse moyenne. En effet, dès que la planete est arrivée au point où sa vîtesse angulaire *DFR* (c'est-à-dire l'angle qu'elle parcourt vue du soleil) est égale à la vîtesse moyenne, (par exemple, de 59′ 8″ par jour si c'est la terre), la longitude moyenne cesse d'anticiper sur la longitude vraie; elle en differe alors le plus qu'il est possible, parce que jusqu'à ce moment la vîtesse réelle qui étoit plus petite, faisoit retarder tous les jours le lieu vrai sur le lieu moyen; mais dès que la vîtesse vraie est devenue égale à la vîtesse moyenne, elle est prête à la surpasser, elle va commencer à regagner ce qu'elle avoit perdu

jusqu'alors, le lieu vrai se rapproche du lieu moyen, & l'équation de l'orbite diminue. Ainsi toute la difficulté consiste à trouver le point *M*, & l'anomalie vraie *AFM* de la planete au moment où sa vîtesse est égale à la vîtesse angulaire moyenne. Ayant pris une ligne *FM*, moyenne proportionnelle entre les deux demi-axes de l'orbite, on décrira du foyer *F* comme centre un cercle *MN* sur le rayon *FM*, & ce cercle aura une surface égale à celle de l'ellipse, comme on le démontre dans les sections coniques. Supposons un corps qui décrive le cercle *MN* dans un temps égal à celui de la révolution de la planete dans son ellipse, sa vîtesse angulaire sera constamment égale à la vîtesse angulaire moyenne de la planete, par exemple, de 59′ 8″ pour le soleil; l'aire décrite dans le cercle sera toujours égale à l'aire décrite en même temps dans l'ellipse, puisque les aires totales sont égales & parcourues en temps égaux, les durées des révolutions étant les mêmes, & les aires partielles de l'ellipse proportionnelles aux parties du temps : par exemple, si le soleil décrit en un jour une aire *DFR* de son ellipse égale à la 365e partie de la surface elliptique, l'aire *EFO* décrite dans le cercle, sera aussi la 365e partie de l'aire du cercle, (qui est égal à l'ellipse); la vîtesse vraie du soleil (ou l'angle *DFR*) sera donc égale à la vîtesse moyenne en *M*, c'est-à-dire à l'angle *DFO*; car ce sont deux secteurs égaux qui ont la même longueur *FM*, la même surface, & par conséquent le même angle; d'ailleurs les triangles égaux *MED*, *MRO*, qui sont l'un en dehors du cercle, l'autre en dedans, font voir que le secteur elliptique est égal au secteur circulaire qui a le même angle en *F*. Ainsi pour trouver le point de la vîtesse moyenne, il faut trouver l'intersection *M* de l'ellipse & du cercle qui lui est égal en surface. Ayant tiré du point *M* à l'autre foyer *B* de l'ellipse une ligne *MB*, l'on aura un triangle *BFM*, dans lequel on connoît les trois côtés, savoir *BF* qui est le double de l'excentricité, *FM* qui est la moyenne proportionnelle entre les deux demi-axes, & *BM* qui est la différence entre *FM* & le grand axe, (parce que les deux lignes *FM* & *MB* font entre elles la valeur du grand axe); ainsi résolvant le triangle

BFM on cherchera l'angle *F* qui est l'anomalie vraie de la planete au temps de la plus grande équation.

Par exemple, si le demi-axe *CA*=38710, & le demi-axe conjugué=37883, comme dans l'orbite de Mercure, on aura *CF*=7960, *BF*=15920, *FM* sera=38294; on résoudra le triangle *BFM* : on aura l'angle *BFM* de 81° 4′ 52″; c'est l'anomalie vraie au temps de la plus grande équation; d'où l'on peut conclure (493) l'anomalie moyenne 104° 45′ 41″; ainsi leur différence qui est l'équation du centre, sera 23° 40′ 49″; ce doit être la plus grande équation de l'orbe de Mercure.

498. Après avoir indiqué la maniere de calculer l'équation, nous parlerons de la maniere de l'observer. Si l'on a deux longitudes vraies d'une planete observée en *G* & en *M*, elles différeront entre elles de la quantité de l'angle *GFM*, qui est la somme des deux anomalies vraies; mais la somme des deux anomalies moyennes *ABM*, *ABG*, sera plus grande du double de l'équation, puisque chaque distance vraie est plus petite que la distance moyenne, de la quantité de la plus grande équation. Il est aisé de calculer en tout temps la somme des deux anomalies moyennes, quoiqu'on ne connoisse pas le lieu de l'aphélie *A*, parce que la somme des deux anomalies moyennes est égale au mouvement moyen de la planete, dans cet intervalle de temps, & on le trouve aisément quand on connoît la durée de la révolution; ainsi l'excès du mouvement moyen calculé, sur le mouvement vrai observé, donne le double de la plus grande équation, pourvu que l'on ait fait ces deux observations en *M* & en *G*, c'est-à-dire, aux temps de la vîtesse moyenne.

497. Ce sera le mouvement vrai qui sera le plus considérable, si l'on prend la premiere observation avant le périhélie & la seconde après, comme dans l'exemple suivant (500).

499. Pour discerner les temps & les observations convenables à cette recherche, un Observateur isolé qui ne connoîtroit en aucune façon la situation de l'orbite de la planete & des points *G* & *M*, n'auroit qu'à rassembler un grand

nombre de positions observées, les comparer deux à deux, & voir combien le mouvement vrai observé différeroit du mouvement moyen calculé pour chaque intervalle ; la plus grande de toutes les différences lui donneroit le double de la plus grande équation ; car entre une moyenne distance & l'autre, le mouvement vrai differe du mouvement moyen à raison de l'équation soustractive dans l'une & additive dans l'autre ; donc si l'on a des observations faites dans tous les points de l'orbite, on en trouvera deux où le mouvement vrai sera moindre ou plus grand que le mouvement moyen, du double de la plus grande équation. Actuellement que l'on connoît, à très-peu près, les lieux des apsides & des moyennes distances de toutes les planetes, on n'a qu'à choisir du premier coup les observations faites avant & après l'aphélie, vers le temps de la plus grande équation, comme dans l'exemple suivant.

500. Exemple. Le 7 octobre 1751, le vrai lieu du soleil observé par M. l'Abbé de la Caille, avant le périgée, en y faisant entrer trois jours d'observations discutées & comparées entre elles, fut trouvé de. . . $6^s\ 13^\circ\ 47'\ 15''$

Le 28 mars 1752, cette longit. vraie fut de	0	8	9	26
La différence de ces deux longitudes, ou le mouvement vrai du soleil est donc .	5	24	22	11
Mais dans cet intervalle le mouvement moyen avoit dû être par le calcul . .	5^s	20°	$31'$	$43''$
Différence, double de la plus grande équat.		3	50	28
Dont la moitié est l'équation de l'orbite.		1	55	14

Un grand nombre d'observations l'ont fait établir de $1^\circ\ 55'\ 32''$.

501. Comme il est extrêmement rare d'avoir deux observations qui soient faites précisément dans les points *M* & *G* de la vîtesse moyenne, on ne trouve gueres dans un premier calcul la quantité exacte de la plus grande équation ; mais après qu'on a trouvé à peu près l'équation & le lieu de l'apside (506), on calcule pour les deux temps d'observa-

tions l'équation de l'orbite, & l'on calcule aussi la plus grande (497), on sait alors combien l'équation donnée par les observations, devoit différer de la plus grande ; c'est ainsi que dans l'exemple précédent M. de la Caille avoit trouvé 18″, 6, qu'il falloit ajouter pour avoir la véritable quantité de la plus grande équation, résultante de ces deux observations.

502. On peut aussi trouver la plus grande équation sans connoître le lieu de l'apside ; il n'y a qu'à prendre pour époque une longitude quelconque & lui comparer beaucoup d'autres longitudes pour avoir le mouvement vrai observé : on calculera pour chacun de ces intervalles le mouvement moyen par la durée connue de la révolution, l'on aura des différences additives, & des différences soustractives ; la plus grande différence additive & la plus grande soustractive étant ajoutées donneront le double de la plus grande équation de l'orbite, si l'on a eu des observations en un assez grand nombre, pour que les deux points de la plus grande équation s'y soient trouvés.

503. Quand on a trouvé par observation la plus grande équation, & qu'on veut en conclure l'excentricité, le plus commode est d'employer une regle de fausse position, ou de supposer d'abord connue l'excentricité que l'on cherche, pour en conclure la plus grande équation (497). Si elle se trouve trop grande, on diminuera l'excentricité supposée, & l'on recommencera le calcul ; cette méthode de déterminer l'excentricité par le moyen de la plus grande équation est souvent plus commode que celle dont se servit Képler pour trouver l'excentricité de Mars (468).

504. La méthode dont je me suis servi pour trouver l'excentricité de Mercure, consiste à supposer que le lieu de l'aphélie soit connu (508) ; alors deux observations éloignées entr'elles d'environ une demi-révolution & les plus éloignées des apsides, suffisent pour trouver l'excentricité. En effet, connoissant bien le lieu de l'aphélie, on a deux anomalies vraies, bien connues ; on les convertit en anomalies moyennes ; celles-ci ne peuvent être exactes, à moins que

l'excentricité ne soit bien connue; si donc la différence des deux anomalies moyennes trouvées n'est pas égale à celle qui est connue par l'intervalle des deux observations, on en conclut que l'excentricité employée est défectueuse, & l'on fait une seconde supposition. Par de semblables tentatives on parvient à trouver l'excentricité qui satisfait aux deux observations qu'on a choisies.

505. On emploie aussi les plus grandes digressions de Mercure & de Vénus pour trouver l'excentricité; si la terre est en *B* (*fig.* 50) & Mercure en *C* dans sa plus grande digression, & dans son aphélie, l'angle *SBC* étant observé avec soin, l'on peut en conclure la distance aphélie *SC* de Mercure au Soleil. On fait une semblable opération dans une autre digression où Mercure se trouve dans son périhélie, & l'on trouve de même sa distance périhélie; la différence des deux distances est le double de l'excentricité. J'ai fait usage de cette méthode dans ma théorie de Mercure (*Mémoires Académ.* 1767. *p.* 544. La table ci dessus est le résultat de tous mes calculs sur les planetes, elle suppose la distance moyenne de la terre au soleil 100000, excepté celle de la lune, qui suppose que sa distance moyenne soit l'unité.

	Excentricités.	*Equations.*		
☿	7960	23°	40′	49″
♀	510	0	48	30
☉	1680	1	55	32
♂	1 4208	10	41	47
♃	2 5277	5	34	1
♄	5 3210	6	23	19
☾	0,0547	6	18	32

Détermination des Aphélies.

506. L'Aphélie d'une planete peut se déterminer par différentes méthodes : voici la plus directe, elle a servi principalement pour le soleil, elle peut servir aussi pour les planetes supérieures. Lorsqu'on a plusieurs observations d'une planete, faites en différents points de son orbite, & réduites au soleil, il faut chercher celles qui donnent deux longitudes héliocentriques diamétralement opposés; & si les temps de ces observations different exactement d'une demi-révolution, on sera sûr que ces deux observations sont l'une

dans l'aphélie, & l'autre dans le périhélie; ainsi en comparant deux à deux un grand nombre d'observations, on ne pourra manquer de tomber sur celles qui indiqueront la place des apsides.

Soit l'aphélie d'une planete en *A* (*fig.* 58), & le périhélie en *P*, la partie *ABP* de l'ellipse est égale à la partie *AFP*, elles sont parcourues l'une & l'autre dans l'espace du temps de la demi-révolution, par exemple, en 182j 15h 7′ 40″, s'il s'agit du soleil. Nous prenons ici la révolution anomalistique (515), c'est-à-dire, par rapport à l'apogée; mais dans une premiere approximation l'on se contenteroit de la révolution tropique (454), en supposant l'aphélie immobile pendant une demi-révolution.

Si l'on prend un autre point quelconque *D* avec le point *E* qui lui est opposé, la partie *DFE* de l'ellipse exigera moins de temps que la partie *EBD*, parce que la premiere renferme le périhélie, c'est-à-dire, l'endroit où le mouvement de la planete est le plus rapide, tandis qu'au contraire la partie *EBD*, dans laquelle se trouve l'aphélie, doit être parcourue d'un mouvement plus lent & en plus de temps.

Ainsi les points *A* & *P* des deux apsides sont les seuls qui étant diamétralement opposés par rapport au foyer de l'ellipse, fassent aussi deux intervalles de temps égaux; on sera donc assuré de connoître le lieu des apsides, si l'on trouve deux longitudes qui étant diamétralement opposées comme *A* & *P*, répondent aussi à des temps éloignés d'une demi-révolution, c'est-à-dire, de la moitié du temps qu'il faut à la planete pour revenir à son apside; il suffira donc de chercher dans le nombre des observations d'une planete, les deux qui satisferont à la fois à cette double condition. Cette maniere de déterminer le lieu de l'aphélie d'une planete fut employée pour la premiere fois par Képler dans son livre *de Stella Martis*.

507. On peut aussi trouver l'aphélie en employant deux observations dont l'une soit vers les apsides & l'autre vers les moyennes distances, pourvu qu'on suppose l'équation du centre exactement connue; car si l'on fait une supposition

pour le lieu de l'aphélie, & qu'on convertiſſe les deux anomalies vraies qui en réſultent en anomalies moyennes, on ne ſauroit avoir une différence qui ſoit égale au mouvement moyen connu d'ailleurs, à moins que l'aphélie n'ait été bien ſuppoſé.

508. La troiſieme méthode pour trouver le lieu de l'aphélie d'une planete, a lieu pour Mercure ou pour Vénus; c'eſt celle que j'ai donnée dans les Mémoires de l'Académ. pour 1766, à l'occaſion de ma théorie de Mercure, & qui m'a fait trouver, ſoit pour les temps les plus anciens, ſoit pour le temps où nous ſommes, le lieu de l'aphélie de Mercure. Je ſuppoſe qu'on ait obſervé la plus grande digreſſion de Mercure dans le temps qu'il eſt vers les moyennes diſtances au ſoleil, & que la diſtance ou le rayon vecteur change rapidement; ſi l'on connoît déjà la moyenne diſtance & l'excentricité, l'on calculera facilement à quel endroit il faut placer l'aphélie, pour que le rayon ſur lequel ſe trouve la planete, ſoit préciſément de la longueur convenable à la digreſſion obſervée.

Soit *F* (*fig.* 58) le lieu de Mercure dans ſa moyenne diſtance, vu de la terre *T* ſur le rayon *TF* qui touche l'orbite; la plus grande digreſſion étant alors l'angle *STF*, & la diſtance à l'aphélie *ASF*. Si dans les tables dont nous nous ſervons, le lieu de l'aphélie étoit mal indiqué, en ſorte que l'aphélie y fût marqué en *C*, en faiſant avancer le point *C* en *A*, la ligne *SF* arriveroit en *SG*, & l'élongation de Mercure ſeroit égale à l'angle *STG*, plus grande par conſéquent que l'élongation *STF*; ſi donc on a trouvé par le calcul des tables une élongation trop petite, il n'y a qu'à rapprocher l'aphélie du lieu de l'obſervation en laiſſant toujours Mercure à la même longitude ou ſur la même ligne *SF*, ou ſi l'on veut en conſervant la même longitude moyenne.

Le 24 mai 1764, à 8h 7′ 50″ temps moyen, j'obſervai la longitude de Mercure 2s 26° 50′ 35″, il étoit alors dans ſa plus grande digreſſion à 22° 51′ 12″ du ſoleil, notre rayon viſuel touchoit ſon orbite à la moyenne diſtance vers 9s 8° d'anomalie; je calculai cette longitude par les tables de M.

Halley, & je la trouvai trop grande de 1′ 14″; mais en augmentant dans ces tables la longitude de l'aphélie de 14′½ ſans changer la longitude du Mercure, l'anomalie devenoit plus petite auſſi-bien que le rayon vecteur, l'élongation de Mercure devenoit auſſi moindre, & la longitude de Mercure ſe trouvoit d'accord avec l'obſervation (*Mém. Acad.* 1766, *pag.* 458). De là il s'enſuit que la longitude de l'aphélie étoit trop petite dans les tables de M. Halley, auſſi je l'ai augmentée de 10′ dans mes tables, & je l'ai ſuppoſée de 8ˢ 13° 49′ 30″ pour 1764. Ayant calculé de la même maniere les 16 obſervations anciennes de Mercure qui ſont rapportées dans l'Almageſte de Ptolomée, j'ai reconnu qu'il y avoit pluſieurs degrés à ôter du lieu de l'aphélie que les tables donnoient pour ces temps-là.

Méthode pour corriger à la fois les trois éléments d'une Orbite.

509. Nous avons vu ſéparément, les méthodes que l'on peut ſuivre pour trouver l'équation & les apſides d'une planete (498, 506); nous allons raſſembler l'eſprit de ces méthodes & en tirer la maniere de trouver par trois obſervations les trois éléments d'une orbite, ſavoir l'excentricité, le lieu de l'aphélie, & l'époque du lieu moyen qui en réſulte néceſſairement; je ſuppoſe les trois obſervations réduites au ſoleil, & comptées ſur l'orbite même de la planete : je ſuppoſe auſſi les éléments déja à peu près connus.

Pour bien faire ſentir l'eſprit de cette méthode, je rappellerai ici trois choſes qui doivent être familieres à tous ceux qui s'occupent du calcul aſtronomique; 1°. l'équation de l'orbite eſt la plus grande qui ſoit poſſible vers trois ſignes & quelques degrés d'anomalie moyenne; alors elle eſt à ſon *maximum*; elle augmente à peine en paſſant d'un degré à l'autre, en ſorte que l'anomalie moyenne peut être alors plus ou moins grande, ſans que l'équation en ſoit affectée; ainſi dans ces cas-là on pourroit ſe tromper ſur le lieu de l'aphélie, ſans qu'il en réſultât aucune erreur ſur l'équation,

ni ſur la longitude calculée : 2°. l'équation de l'orbite, ou la différence entre la longitude moyenne & la longitude vraie, eſt additive depuis le périhélie juſqu'à l'aphélie, c'eſt-à-dire, dans les ſix derniers ſignes d'anomalie : on l'ajoute alors à la longitude moyenne pour avoir la longitude vraie ; elle eſt ſouſtractive depuis l'aphélie juſqu'au périhélie, c'eſt-à-dire, qu'on retranche l'équation de la longitude moyenne pour avoir la longitude vraie : 3°. le mouvement moyen d'une planete dans l'eſpace d'une ou de deux révolutions, eſt aſſez bien connu pour qu'on puiſſe toujours le ſupoſer èxact ; car les moyens mouvements ſe déterminent par la comparaiſon des obſervations les plus anciennes ; ainſi il ne peut y avoir d'erreur ſenſible dans l'eſpace de quelques années, d'où il réſulte que ſi l'erreur de l'époque ou de la longitude moyenne d'une planete eſt connue pour un des points de ſon orbite, elle eſt également connue, ou plutôt elle eſt la même dans tous les autres points, elle ne fait que ſe combiner avec les erreurs qui proviennent des autres éléments, ſans que cette erreur de l'époque, priſe en elle-même, ſoit différente.

510. Si l'on avoit deux obſervations faites préciſément dans les moyennes diſtances, c'eſt-à-dire, à trois ſignes d'anomalie moyenne, & à neuf ſignes, il ſeroit aiſé de corriger par ces deux obſervations, 1°. l'époque des moyens mouvements, 2°. l'équation du centre : en effet, ſi l'équation du centre eſt bonne, c'eſt-à-dire, ſi celle qu'on a employée dans le calcul des tables eſt exacte, il n'y aura entre le calcul & l'obſervation, d'autre différence que celle de l'époque des moyens mouvements, puiſque le lieu de l'aphélie n'influe point dans le calcul des longitudes priſes vers les moyennes diſtances : s'il n'y a d'autre erreur que celle de l'époque, elle ſera égale dans les deux obſervations, car nous ſuppoſons le moyen mouvement exactement connu ; ainſi l'erreur des tables étant trouvée égale à 3^s & à 9^s d'anomalie, ce ſera une preuve que l'équation du centre eſt exacte ; mais que l'erreur des deux calculs vient uniquement de l'époque de la longitude qui eſt mal établie.

511. Si l'équation du centre est aussi défectueuse, l'erreur sera plus ou moins grande, parce qu'à 3ˢ d'anomalie l'équation du centre se retranche de la longitude moyenne pour avoir la véritable, mais à 9ˢ elle s'ajoute; ainsi dans l'une des deux observations l'erreur de l'équation du centre augmentera celle de l'époque, & dans l'autre observation elle la diminuera; par ce moyen l'erreur totale sera plus grande dans une observation que dans l'autre, & cela du double de l'erreur qu'il y a eu dans l'équation du centre.

512. Si, par exemple, l'erreur de l'époque est—5′, c'est-à-dire, qu'il y ait dans l'époque des tables 5′ de trop, & que l'erreur de la plus grande équation soit—2′, alors ces deux erreurs s'accumuleront à 9ˢ d'anomalie moyenne, parce que l'équation y est additive, en sorte qu'on aura ajouté 2′ de trop, à raison de l'équation qui est trop grande, & 5′ de trop, à raison de l'époque qui est trop avancée; la longitude calculée aura donc 7′ de trop. Au contraire vers 3ˢ d'anomalie on n'aura que 3′ de trop, c'est-à-dire, que l'erreur des tables ne sera que de 3′, parce que l'équation qui est trop grande de 2′, étant soustractive, dans ce cas-là on aura ôté 2′ de trop; & l'époque ayant 5′ de plus qu'il ne faut, il ne restera que 3′ d'erreur. La différence entre ces deux erreurs des tables 7′ & 3′ est donc 4′, & cette différence partagée en deux parties donnera 2′, erreur de l'équation du centre; par ce moyen l'on connoîtra l'erreur de l'équation & celle de l'époque; il sera facile de trouver celle de l'aphélie, en corrigeant ensuite une observation voisine de l'aphélie, de maniere qu'il n'y reste plus d'autre différence que celle qui vient de l'erreur commise sur la portion de l'aphélie.

513. Quand même les trois observations choisies ne seroient pas exactement dans les points que nous avons indiqués, il seroit facile par quelques changements faits à chacun des trois éléments, de trouver les quantités nécessaires pour satisfaire aux trois observations. Voyez mon *Astronomie*, art. 1293.

514. La théorie de l'attraction prouve que les apsides

des planetes ne ſont pas toujours au même point du ciel, & les obſervations de Mars le prouvent ſur-tout d'une maniere inconteſtable. Ayant diſcuté avec le plus grand ſoin toutes les obſervations anciennes & modernes, j'ai trouvé le progrès annuel des apſides comme dans la table ci-jointe; il n'y auroit pour chaque planete que 1° 23′ 14″ ſi les apſides étoient véritablement fixes ou qu'ils n'euſſent d'autre changement de longitude que celui qui vient de la préceſſion des équinoxes, & qui eſt purement apparent.

	Longitude de l'aphélie en 1750.	*Mouvement ſéculaire de l'aphélie.*
Mercure.	8ˢ 13° 33′ 3″	1° 57 40″
Vénus.	10 8 13 0	4 10 0
Terre.	9 8 38 4	1 49 10
Mars.	5 1 28 24	1 51 40
Jupiter.	6 10 22 31	1 43 20
Saturne.	8 29 53 30	2 23 20

515. La révolution d'une planete par rapport à ſon apſide, le temps qu'elle emploie à y revenir, ou l'intervalle d'un paſſage par ſon aphélie au paſſage ſuivant, s'appelle la RÉVOLUTION ANOMALISTIQUE, parce que l'anomalie recommence à chaque paſſage dans l'apſide : cette révolution anomaliſtique eſt un peu plus longue que la révolution par rapport aux équinoxes, parce que le mouvement des apſides ſe fait ſuivant l'ordre des ſignes.

Si le lieu de l'apſide de la terre étoit exactement fixe dans le ciel, la révolution anomaliſtique ſeroit égale à la révolution ſidérale, dont on a vu la détermination (321); mais puiſque l'apogée du ſoleil à un petit mouvement ſelon l'ordre des ſignes, comme les obſervations paroiſſent le prouver, auſſi-bien que la théorie, il faut comparer deux paſſages de la planete par ſon aphélie, & non pas deux retours à une même étoile, ni deux paſſages par l'équinoxe (454); c'eſt ainſi que l'on trouvera la révolution anomaliſtique du ſoleil de 365ʲ 6ʰ 15′ 20″ ½ plus grande de 6′ 9″ que la révolution ſydérale.

Des Nœuds & des Inclinaisons des Planetes.

516. Lorsqu'une planete n'a aucune latitude vue de la terre, elle n'en sauroit avoir vue du soleil, elle est alors dans son nœud, puisqu'elle est dans le plan de l'écliptique ; il suffit donc d'observer la longitude géocentrique de la planete, au temps où elle n'a point de latitude, on en conclura sa longueur vue du soleil (442) & ce sera le lieu du nœud.

On peut aussi employer à la recherche du lieu du nœud, des observations faites à égales distances des nœuds, lorsque la latitude héliocentrique d'une planete s'est trouvée de la même quantité, car le milieu entre les longitudes héliocentriques trouvées dans les deux cas sera le lieu du nœud, en le supposant fixe dans l'intervalle deux des observations.

517. Le nœud de Mercure & celui de Vénus se déterminent par leurs passages sur le soleil, qui arrivent nécessairement fort près des nœuds (737).

518. Depuis qu'on observe les nœuds des planetes avec soin, on a reconnu qu'ils ont tous un mouvement rétrograde, insensible dans l'espace de quelques années, mais qui dans l'espace d'un siecle n'a pu échapper aux astronomes ; ce mouvement est une suite nécessaire de l'attraction des autres planetes, comme je l'ai fait voir fort en détail dans les *Mém.* de 1758 & de 1761, on en verra la raison quand nous parlerons des effets de l'attraction (1062). Voici la quantité de ce mouvement d'après mes nouvelles tables, avec la disposition du nœud pour 1750.

	Nœud en 1750.	*Mouv. annuel.*
Mercure.	1ˢ 15° 21′ 15″	45″
Vénus.	2 14 26 18	31
Mars.	1 17 36 30	40
Jupiter.	3 8 16 0	60
Saturne.	3 21 31 17	30

519. Le mouvement du nœud d'une planete est le résultat de l'attraction de toutes les autres planetes, car il n'en est aucune qui n'influe plus ou moins sur le nœud de toutes les autres. Mais comme ce mouvement, qui est uniforme sur l'orbite de la planete qui le produit, doit se rapporter dans

nos tables au plan de l'écliptique, il est nécessaire d'y réduire tous ces mouvements qui se font sur les orbites différentes, pour en composer un seul mouvement sur l'écliptique ; c'est cette réduction qui rend direct le nœud de Jupiter ; car il est naturellement rétrograde sur l'orbite de Saturne qui en est la cause principale ; mais il devient direct, quand on le rapporte à l'écliptique ; je vais expliquer ici les principes de ces variations, parce qu'ils m'ont fait découvrir dans les orbites des satellites de Jupiter, la cause de phénomenes qui jusqu'alors avoient paru inexplicables.

520. Soit *CB* (*fig.* 59) l'écliptique, *CA* l'orbite de Jupiter, *BA* l'orbite de Saturne ; le nœud de Jupiter en *C* & celui de Saturne en *B*, la différence *CB* est de 13° 15'. L'inclinaison *C* de l'orbite de Jupiter est de 1° 19', & l'inclinaison *B* de l'orbite de Saturne est de 2° 30'. En résolvant le triangle *ABC*, on trouve *AC* de 26° 41', & l'angle *A* ou l'inclinaison de l'orbite de Jupiter sur celle de Saturne 1° 15'. Par l'effet naturel de l'attraction de Saturne sur Jupiter, le point d'interfection *A* de l'orbite de Jupiter sur celle de Saturne, doit rétrograder dans le sens contraire au mouvement de Jupiter, comme on le verra dans la théorie de l'attraction, mais l'angle des deux orbites ne change point par le mouvement du nœud ; ainsi le nœud ira de *A* en *a*, & l'orbite de Jupiter *AC* passera dans la situation *ac*, sans que l'angle *A* éprouve aucun changement, les cercles *AC* & *ac* resteront paralleles, dans leurs parties voisines de *Aa*, & leur intersection *D* sera éloignée du point *A* de 90°. Ainsi le triangle *ABC* se changera en un triangle *aBc*, les angles *A* & *B* étant constants ; & le nœud *C* de l'orbite de Jupiter sur l'écliptique passera en *c* ; il aura donc un mouvement direct *Cc*, quoique le mouvement *Aa* ait été rétrograde.

521. Ainsi quoique l'action des planetes les unes sur les autres produise dans les nœuds un mouvement *rétrograde* sur l'orbite de la planete troublante ou de la planete qui, par son attraction, produit ce mouvement, cependant le mouvement des nœuds sur l'écliptique devient quelquefois direct, ou suivant l'ordre des signes, comme dans le cas du

nœud de Jupiter dont je viens de parler. C'eſt ſur-tout lorſque la planete troublante a ſon angle d'inclinaiſon *B* plus grand que l'angle *C* de la planete troublée, que le mouvement du nœud de celle-ci eſt direct ſur l'écliptique. Dans l'autre cas le point *A* tombe à droite du point *C*, c'eſt-à-dire, de l'autre côté de *C* par rapport au point *B*, dans la figure; le mouvement du nœud *A* ſe faiſant vers l'occident, le mouvement *Cc* ſur l'écliptique *GB* devient également rétrograde.

Des Inclinaiſons.

522. L'INCLINAISON d'une planete eſt l'angle que le plan de ſon orbite fait avec le plan de l'écliptique (427); la latitude héliocentrique (438) de cette planete, lorſqu'elle eſt à 90° de ſes nœuds, eſt égale à cette inclinaiſon, parce que la planete eſt alors auſſi éloignée qu'elle puiſſe être du plan de l'écliptique. Ainſi pour trouver l'inclinaiſon d'une orbite il ſuffit d'obſerver la latitude de la planete, lorſqu'elle eſt à 90° des nœuds, & de réduire cette latitude obſervée ou géocentrique, à la latitude héliocentrique, ou vue du ſoleil.

523. Mais comme cette derniere réduction ſuppoſe connue la parallaxe du grand orbe, on cherche à éviter cette condition par la méthode ſuivante. On choiſit le temps où le ſoleil eſt dans le nœud de la planete, c'eſt-à dire, nous paroît à la même longitude que la planete quand elle eſt dans ſon nœud, parce qu'alors la terre paſſe en *T* ſur la ligne des nœuds *NST* (*fig.* 60), ce qui rend le calcul de l'inclinaiſon fort ſimple. Suppoſons d'abord que la planete ſe trouve pour lors au point *A* de ſon orbite, & qu'on abaiſſe la perpendiculaire *AB* ſur le plan de l'écliptique, ou de l'orbite de la terre prolongé juſques vers la planete; que la ligne *TB* qui marque ſon lieu réduit à l'écliptique ſoit perpendiculaire à la ligne *TSN* dans laquelle ſe trouvent le nœud & le ſoleil; l'angle d'élongation *BTS* étant de 90°; alors les lignes *AT* & *BT* ſont perpendiculaires à la commune ſection *TN*, l'une dans le plan de l'orbite, & l'autre dans le plan de l'é-

cliptique; elles font donc entr'elles le même angle que les deux plans, c'est-à dire, un angle égal à l'inclinaison que l'on cherche (425): or l'angle *ATB* n'est autre chose que la latitude même de la planete vue de la terre (427); donc *la latitude observée sera elle-même l'inclinaison de l'orbite.*

Mais il est rare de rencontrer ces deux circonstances ensemble, c'est-à-dire, le soleil dans le nœud, & la planete à 90° du soleil; d'ailleurs cette derniere condition ne se rencontre que dans les planetes supérieures, ainsi nous avons besoin d'une regle plus générale pour la détermination des inclinaisons.

514. Je suppose qu'on ait observé la latitude d'une planete, vue de la terre, quelle qu'elle soit, pourvu que le soleil soit dans le nœud ou à peu près; soit *P* la planete en un point quelconque *P* de son orbite, la terre étant toujours en *T* dans la ligne des nœuds *TSN*; on abaisse la perpendiculaire *PL* de l'orbite de la planete sur le plan de l'écliptique, on tire des points *P* & *L* les perpendiculaires *PR* & *LR* sur la commune section des deux plans; l'angle *PRL* de ces deux perpendiculaires sera égal à l'angle des deux plans; c'est-à-dire, à l'inclinaison de l'orbite sur le plan de l'écliptique (425); l'angle *LTP* sera égal à la latitude géocentrique de la planete, & l'angle *RTL* égal à l'élongation de la planete (442); alors la propriété ordinaire des triangles rectilignes tels que *RTL* & *PTL* rectangles en *R* & en *L* donnera les deux proportions suivantes.

$$\left.\begin{array}{l} TL : RL :: R : \text{sin. } RTL. \\ TL : PL :: R : \text{tang. } LTP. \end{array}\right\} \text{ donc } RL : PL :: \text{sin. } RTL : \text{tang. } LTP.$$

Mais dans le triangle *PRL* rectangle en *L* on a cette autre proportion *RL* : *PL* : : *R* : tang. *PRL*: donc en comparant la troisieme proportion avec cette derniere, on aura sin. *RTL* : tang. *LTP* : : *R* : tang. *PRL*, c'est-à-dire, que le *sinus de l'élongation est au rayon comme la tangente de la latitude géocentrique observée est à la tangente de l'inclinaison.*

Exemple. Le 12 janvier 1747 à $6^h\ 6'\ 35''$ du matin, M. de la Caille observa la longitude de Saturne, $6^s\ 26°\ 12'$

52″, & sa latitude boréale 2° 29′ 18″, le soleil étoit alors à 9ˢ 21° 47′, c'est-à-dire, dans le nœud de Saturne, ou du moins il n'en étoit éloigné que de 22′ selon les tables de M. Cassini, ce qui ne peut produire aucune erreur sensible dans le résultat. En appliquant à cette observation l'analogie précédente, on trouve l'inclinaison de l'orbite de Saturne 2° 29′ 43″ (*Mém. acad.* 1747. *pag.* 135).

525. Lorsqu'on détermine le lieu du nœud d'une planete par le moyen de deux latitudes égales (516), soit que ces latitudes soient prises avant & après le passage d'une planete par ses limites, ou qu'elles soient prises avant & après le passage par le nœud, les mêmes observations peuvent déterminer à la fois non-seulement le nœud, mais encore l'inclinaison de l'orbite; car dans le triangle sphérique *PAL* rectangle en *L* (*fig.* 49), on connoît les côtés *LA* & *PL*, c'est-à-dire, la distance au nœud & la latitude vue du soleil; on cherchera l'angle *A*, & l'on aura l'inclinaison véritable de l'orbite.

526. Cette méthode qui détermine à la fois l'inclinaison & le nœud d'une planete par deux observations de latitudes égales, est moins exacte que celle où l'on détermine les deux choses séparément, en employant une observation faite dans le nœud pour déterminer le nœud, & une observation faite dans une des limites pour avoir l'inclinaison de l'orbite. En effet si les deux observations correspondantes sont près du nœud, elles déterminent mal l'inclinaison de l'orbite; puisqu'alors la latitude est petite & qu'on ne doit pas déterminer une quantité plus grande par le moyen de celle qui est moindre; au contraire si ces deux observations sont trop éloignées du nœud, elles sont peu propres à en déterminer la position, parce que le changement de latitude d'un jour à l'autre étant peu sensible, la moindre erreur dans la latitude en produit une plus grande dans le nœud.

527. J'ai dit que l'attraction de chaque planete fait rétrograder sur son orbite les nœuds de toutes les autres planetes (519), & que l'effet de ce mouvement est de déplacer toutes les orbites; il ne peut manquer d'en résulter un

changement dans leurs inclinaisons sur l'écliptique. Soit *CB* l'écliptique, (*fig.* 59), *AB* l'orbite de Saturne, *AC* celle de Jupiter, *Aa* le mouvement du nœud de Jupiter sur l'orbite de Saturne; ce mouvement du nœud se fait sans aucun changement de l'angle *A*, c'est-à-dire, de l'inclinaison mutuelle des deux orbites; le triangle *ABC* se change en un triangle *aBc*; les angles *A* & *B* demeurent constants, mais l'angle *C* ne l'est pas, & l'angle *c* est plus ou moins grand que l'angle *C*. Par exemple, le mouvement du nœud de Mars par l'action de Jupiter, étant de 14″ 2 par année, sur l'orbite de Jupiter, (*Mém.* 1758, *pag.* 261. 1761, *p.* 404), l'angle *B* inclinaison de Jupiter, 1° 19′, & la distance *BC* de leurs nœuds 50° 22′, on trouvera pour le changement de l'angle *C*, 24″ 8 par siecle.

Cet effet qui se continue de siecle en siecle, apportera dans la suite une grande différence dans les inclinaisons des orbites, & il y a déja plus de 8 minutes depuis le temps de Ptolomée, quantité qu'on ne doit pas négliger dans la comparaison des différentes observations, mais que les calculs de l'attraction pouvoient seuls indiquer, du moins quant à présent. Ces changements sont sur tout sensibles pour les satellites de Jupiter, où ils produisent des variétés singulieres dont personne avant moi n'avoit soupçonné la cause, & qu'il étoit fort important de connoître.

528. Pour savoir si l'inclinaison d'une planete doit augmenter ou diminuer, c'est la situation des nœuds qu'il faut considérer. Soit *AB* (*fig.* 59), l'orbite de la planete troublante, & *AC* l'orbite de la planete troublée, dont le nœud passe de *A* en *a*; puisque l'inclinaison mutuelle des deux orbites n'est point changée, l'angle *A* & l'angle *a* sont égaux, & vers ce point-là les cercles *AC*, *ac* sont paralleles; de là il suit qu'ils vont se rencontrer en un point *D*, éloigné de 90° du point *A*; car deux grands cercles de la sphere, pris à 90° de leur intersection commune, deviennent sensiblement paralleles, du moins sur un petit espace; or dans le triangle *DCc* on voit évidemment que l'angle *DcC* est plus petit que l'angle *DCE*; c'est-à-dire, que dans ce cas-là l'in-

clinaiſon diminue, d'où il eſt aiſé de conclure que quand le nœud de la planete troublante eſt plus avancé que celui de la planete troublée, l'inclinaiſon de celle-ci eſt diminuée, juſqu'à ce que l'excès ſoit à peu près de 180°. Cette regle eſt aiſée à appercevoir en figurant les poſitions de différentes orbites les unes par rapport aux autres.

Des Diametres des Planetes & des Micrometres qui ſervent à les meſurer.

529. Le diametre apparent d'une planete eſt l'angle ſous lequel il nous paroît; par exemple, le ſoleil au commencement de juillet paroît ſous un angle de 31′½, & Vénus quand elle eſt le plus près de nous ſous un angle d'une minute ſeulement. Ces diametres augmentent quand la diſtance diminue; ainſi le ſoleil étant plus près de nous en hiver qu'en été, d'environ un trentieme, ſon diametre eſt plus grand en hiver d'une minute & 5 ſecondes.

Pour meſurer le diametre du ſoleil, le moyen le plus naturel & le plus ſimple eſt d'obſerver, quand il paſſe au méridien, le temps qui s'écoule entre les paſſages du premier bord & du ſecond, s'il s'écoule deux minutes de temps, c'eſt une preuve que le ſoleil auroit 30′ de diametre, du moins en le ſuppoſant dans l'équateur. Lorſqu'il n'eſt pas dans l'équateur, il faut diminuer la quantité trouvée par une opération que nous allons démontrer.

530. LEMME. *Un arc tiré au dedans d'un très-petit angle ſphérique perpendiculairement aux côtés eſt égal à ce petit angle multiplié par le ſinus de la diſtance de l'arc au ſommet de l'angle.*

DEM. Suppoſons 2 grands cercles *EAD*, *EBC*, (*fig.* 25), qui faſſent entr'eux un angle très-petit en *E*; que *ED* ſoit de 90 degrés, en ſorte que *CD* ſoit la meſure du petit angle *E*; qu'à une diſtance quelconque du ſommet *E* l'on tire un arc de grand cercle *AF*, perpendiculaire ſur *EAD*, qui ſoit aſſez petit pour qu'on puiſſe le regarder comme une ligne droite, & qu'en même temps *EF* ſoit ſenſiblement égal à *EA*; dans

le triangle *EFA* rectangle en *A* & en *F*, on aura cette proportion tirée de la regle la plus commune de la trigonométrie ſphérique : le rayon eſt au ſinus de l'hypothénuſe *EF*, comme le ſinus du petit angle *E* eſt au ſinus du petit arc *FA*, ou comme l'angle *E* eſt à l'arc *FA*, (parce que les petits arcs ſont égaux à leurs ſinus) , ou comme l'arc *DC* eſt à l'arc *FA*, ainſi prenant l'unité pour rayon ou ſinus total, on aura 1 : ſin. *AE* : : *DC* : *FA*, donc *FA*=*DC* ſin *AE*.

531. De là il ſuit 1°. que les diſtances *FA*, *DC*, entre deux cercles, ſont comme les ſinus des diſtances au ſommet, *EA*, *ED* ; 2° qu'un petit arc de l'équateur comme *DC*, une petite différence d'aſcenſion droite multipliée par le coſinus de la déclinaiſon *AD* de l'aſtre qu'on obſerve, donnera l'effet qui en réſulte dans la région de l'arc, ou le petit arc *FA* compris dans cet endroit-là entre les deux cercles de déclinaiſon. Il en ſeroit de même des différences de longitude. Cette propoſition eſt d'un uſage continuel dans l'aſtronomie.

532. Les diametres apparents des planetes augmentent quand elles approchent de nous : un objet qui paroît ſous un angle d'une minute, paroîtra de deux minutes ſi l'on s'en rapproche de moitié, cela eſt aſſez ſenſible pour n'avoir pas beſoin d'explication. Les diametres des planetes qu'on trouvera dans la table qui eſt à la fin de cet ouvrage, ſont tous réduits à la diſtance qu'il y a du ſoleil à la terre, voilà pourquoi le diametre de Jupiter y eſt marqué de 3′ 13″, quoiqu'il ne nous paroiſſe effectivement que d'environ 37″ dans ſes moyennes diſtances, parce que cette planete eſt toujours beaucoup plus éloignée de nous que le ſoleil.

533. Les planetes qui ont un très-petit diametre ne peuvent ſe meſurer, comme celui du ſoleil, par le temps de leur paſſage, qui eſt trop court ; on y emploie des micrometres dont je vais donner une idée.

Le Micrometre (*a*) eſt un inſtrument compoſé de pluſieurs fils placés au foyer d'une lunette, pour meſurer par leur intervalle la grandeur de l'image qu'on y apperçoit ; la premiere

(*a*) Μικρὸς, *parvus*, parce qu'il ſert à meſurer de petits angles qui ne paſſent guere un degré.

idée du micrometre fut donnée par Huygens en 1659 (*Systema Saturnium*, *pag.* 82). Après avoir parlé des diametres des planetes qu'il avoit observés, il dit que Riccioli avoit trouvé le diametre de Vénus trois fois plus grand que lui; & pour justifier sa détermination, il rend compte de la maniere dont il s'y est pris pour mesurer les diametres des planetes : voici à peu près ce qu'il en dit.

» Dans les lunettes formées de deux verres convexes, il » y a un endroit où l'on peut placer un objet aussi petit & » aussi fin qu'on voudra, il y paroîtra très-distinct, très- » bien terminé.... Si à ce foyer l'on place d'abord un » anneau dont l'ouverture soit un peu plus petite que celle » de l'oculaire, on verra par cet anneau tout le champ de » la lunette, c'est-à-dire, tout l'espace circulaire qu'on ap- » perçoit dans le ciel en regardant par cette lunette, & cet » espace sera terminé par une circonférence exacte dont le » diametre est facile à mesurer. L'horloge oscillatoire que » nous avons imaginée depuis peu est très-propre à cet effet; » on sait qu'il passe un degré de la sephere en 4 minutes de » temps, ou 1, en 4'' de temps; si donc une étoile a employé » 69'' à parcourir le champ de la lunette, on sera sûr que » cette lunette occupe 17' ¼, & telle est celle dont nous nous » servons. On prendra alors une ou deux petites plaques ou » lames dont la largeur aille en diminuant; on percera le » tube de la lunette de chaque côté à l'endroit dont nous » avons parlé, pour y placer les petites lames en travers. » Lorsque l'on voudra mesurer le diametre d'une planete, » on examinera quelle largeur doit avoir cette lame pour » cacher entiérement la planete, & cette largeur étant » comparée au diametre entier de l'ouverture de l'anneau, » par le moyen d'un compas très-fin, fera connoître le » diametre de la planete en minutes & en secondes ».

Ainsi le micrometre d'Huygens ne consistoit qu'en une petite lame qu'il faisoit glisser sur le diaphragme, ou anneau qui circonscrit l'ouverture; cette lame cachoit par sa largeur l'image qu'on vouloit mesurer, & en donnoit ainsi le diametre. Auzout imagina le premier en 1666 de renfermer

l'image entre deux fils qu'on rapprochoit l'un de l'autre ; les premieres obſervations faites avec ce nouvel inſtrument furent imprimées & en France & en Angleterre.

534. Depuis ce temps-là on a perfectionné beaucoup le méchaniſme des micrometres ; mais ils ſe réduiſent toujours à un fil qu'on fait mouvoir par le moyen d'une vis, au foyer d'une lunette ; on détermine la valeur de ce mouvement ou les pas de la vis en obſervant avec ces mêmes fils un objet éloigné dont on connoît la grandeur. Par exemple, un objet d'une toiſe vu à 113 toiſes de diſtance paroît néceſſairement ſous un angle de $31' \frac{1}{2}$, comme on le peut trouver par la trigonométrie : ſi l'on éloigne les fils du micrometre de maniere à comprendre cet eſpace dans la lunette, & ſi l'on voit enſuite que le même eſpace comprend le diametre du ſoleil, on ſera ſûr que le ſoleil a $31' \frac{1}{2}$ de diametre apparent.

M. Bouguer a imaginé en 1748 un micrometre objectif ou héliometre : il conſiſte en deux verres de lunette l'un à côté de l'autre dans un même tuyau, qui peuvent s'éloigner l'un de l'autre de la quantité du diametre du ſoleil ou de telle autre grandeur qu'on veuille meſurer.

535. Les Réticules nous tiennent ſouvent lieu de micrometres ; il y en a deux ſortes principales : ſavoir, le réticule de 45°, & le réticule rhomboïde. Le champ d'une lunette ſimple, tel que le cercle *ACBE* (*fig.* 61), eſt ordinairement garni d'un chaſſis, dans lequel il y a quatre cheveux, ou 4 fils tendus. Le fil *AB* eſt deſtiné à repréſenter le parallele à l'équateur ou la direction du mouvement diurne des aſtres ; le fil horaire *CE*, qui lui eſt perpendiculaire, repréſente un méridien ou cercle de déclinaiſon ; & les fils obliques *NO*, *LM*, font des angles de 45° avec les deux premiers.

Lorſqu'on veut meſurer la différence d'aſcenſion droite, entre deux aſtres, pour connoître la poſition d'une planete par le moyen de celle d'une étoile, on incline le fil *AB*, de maniere que le premier des deux aſtres qui paſſe dans la lunette, ſuive le fil & le parcoure exactement ; l'on obſerve l'heure, la minute, & la ſeconde où l'aſtre paſſe au centre *P*, ou à l'interſection des fils. Qnand le ſecond aſtre

vient à traverser la lunette à son tour, il décrit une autre ligne *VFDGR*, parallele à *APB*; on compte l'instant où il arrive en *D*, c'est-à-dire, sur le même cercle de déclinaison *CDPE*, où l'on a observé le premier astre en *P*, & la différence des temps donne celle des ascensions droites.

Pour trouver la différence de déclinaison des deux astres ou la perpendiculaire *PD*, comprise entre *AB* & *VR*, on compte aussi les moments où le second astre passe en *F* & en *G*; l'intervalle de temps converti en degrés, & mutiplié par le cosinus de la déclinaison de l'astre (551) donne l'arc *FDG*, dont la moitié *FD* est égale à *DP*, à cause de l'angle *FPD* supposé de 45°. C'est ainsi qu'on trouve la différence en déclinaison des deux astres, par exemple de Vénus quand elle est sur le soleil, en faisant suivre un des fils par le bord du soleil, & l'autre par la planete, comme on le voit dans la figure 61.

536. M. Bradley a substitué le réticule rhomboïde au réticule de 45°, & c'est aujourd'hui le plus usité parmi les Astronomes : il est formé d'un rhombe *BEDF* (*fig.* 62), tel que l'une des diagonales *BD* soit double de l'autre. Pour le tracer, nous supposerons un carré *AGHC*, dont les côtés *AC* & *GH* soient divisés chacun en deux parties égales, en *D* & en *B*. Du point *B*, l'on tirera aux angles *A* & *C* les lignes *BA*, *BC*, & du point *D* aux angles *G* & *H*, les lignes *DG*, *DH*; ces quatre lignes formeront par leurs intersections le rhombe *BEDF*; *EF* est la moitié de *AC*, & par conséquent la moitié de *BD*; si l'on tire une ligne *ef* parallele à la base *EF*, la perpendiculaire *Bd* sera toujours égale à la base *ef*, comme *BD* est égale à *AC*, c'est-à-dire, que la largeur d'une partie quelconque de ce rhombe est égale à la hauteur.

537. Lorsqu'on veut comparer avec ce réticule une planete à une étoile, on fait en sorte que le premier des deux astres parcoure dans son mouvement diurne l'espace *EF*, qui est égale à *BM*, & dès-lors on connoît la valeur de cette diagonale. Le second astre venant à traverser aussi la lunette, on compte exactement le temps qu'il a employé à passer de *e* en *f*, on convertit le temps en degrés, minutes & secon-

des : on diminue ces degrés, en les multipliant par le cosinus de la déclinaison de cet astre (531), & l'on a la grandeur de *ef*, ou *Bd*, on la retranche de *BM*, ce qui donne *Md*, qui est la différence en déclinaison des deux astres.

538. Ce réticule sert à comparer les planetes, & les cometes aux étoiles fixes, qui ont à peu près la même déclinaison, ou bien à comparer les petites étoiles, dont on veut faire un Catalogue, à quelque étoile principale, qui soit à peu près sur leur parallele. M. de la Caille, qui s'en est servi au Cap de Bonne-Espérance en 1751, pour dresser un Catalogue de près de dix mille étoiles dans la partie australe du Ciel, l'avoit fixé dans la lunette d'un quart-de-cercle; on peut également le placer dans une *lunette méridienne*, ou instrument des passages qui tourne dans le plan du méridien autour d'un axe horizontal; ou dans une *lunette parallatique*, c'est-à-dire, qui tourne autour d'un axe dirigé vers le pole du monde, & incliné, par exemple, de 49° à l'horizon de Paris.

539. Quand on connoît la distance réelle d'une planete en lieues, il est aisé de trouver aussi son diametre réel qui n'est que la corde de l'angle du diametre apparent, & par conséquent sa surface & sa grosseur en mesures connues. J'ai placé à la fin de ce Volume une Table des diametres des grosseurs & des distances des planetes, calculé d'après les dernieres observations qui nous ont fait connoître les distances absolues de toutes les planetes au soleil & à la terre.



LIVRE IV.

Des mouvements de la Lune, & du Calcul des Parallaxes.

340. LA LUNE eſt après le ſoleil le plus remarquable de tous les aſtres ; nous n'avons parlé dans le premiere Livre que des apparences les plus générales de ſon mouvement (55) ; nous allons en ſuivre les circonſtances, & en donner l'explication détaillée. Après avoir diſparu pendant quelques jours, la lune commence à ſe montrer le ſoir du côté de l'occident, peu après le coucher du ſoleil ſous la forme d'un filet de lumiere, ou d'un croiſſant dont la lumiere eſt foible, parce qu'elle eſt diminuée par l'éclat du crépuſcule. Hévélius n'a jamais obſervé la lune plutôt que 40 heures après ſa conjonction, ou 27 heures avant, (*Selenographia, pag.* 276 *&* 408). On n'apperçoit guere la lune que le troiſieme jour après ſa conjonction; quoique Képler ait dit qu'on pouvoit voir la lune, même en conjonction, lorſque ſa latitude eſt de 5 degrés. Ce croiſſant paroît donc plus tard le troiſieme jour du côté du couchant, & le ſoir à l'entrée de la nuit ; ſes pointes ſont élevées & tournées à l'oppoſite du ſoleil; il devient un peu plus fort le lendemain, & dans l'eſpace de cinq à ſix jours il prend la forme d'un demi-cercle : la partie lumineuſe eſt alors terminée par une ligne droite, & nous diſons que la lune eſt *dichotome*, (a) ou qu'elle eſt en quadrature, c'eſt ſon PREMIER QUARTIER.

Après avoir paru ſous la forme d'un demi-cercle lumineux, la lune continue de s'éloigner du ſoleil & d'augmenter en lumiere pendant 8 jours ; elle paroît alors tout-à-fait circulaire ; ſon diſque entier & lumineux brille pendant

(a) Διχότομος, *dimidiatus*, Copernic ſe ſert du mot *Luna dividua.*

toute

toute la nuit, & c'est le jour de la PLEINE LUNE, ou de l'opposition : on la voit passer au méridien à minuit & se coucher dès que le soleil se leve, tout annonce alors qu'elle est directement opposée au soleil par rapport à nous, & qu'elle brille dans toute sa largeur, parce que le soleil l'éclaire en face & non pas de côté.

Après la pleine lune, arrive le décours, qui donne les mêmes phases & les mêmes figures que nous venons d'indiquer en parlant de l'accroissement de la lune; elle est d'abord ovale, puis *dichotome* ou sous la forme d'un demi-cercle, & c'est le DERNIER QUARTIER.

Bientôt le demi cercle de lumiere diminue & prend la forme d'un croissant qui devient chaque jour plus étroit ; & dont les cornes sont toujours du côté le plus éloigné du soleil; la lune alors se trouve avoir fait le tour du ciel, & se rapproche du soleil; on la voit se lever le matin un peu avant le soleil, dans la même forme qu'elle avoit le premier jour de l'observation ; elle se rapproche du soleil & se perd enfin dans ses rayons, c'est ce qu'on appelle la NOUVELLE LUNE, ou la conjonction, autrefois la néoménie (*a*).

541. La mesure la plus naturelle du temps fut celle que présentoient ces phases de la lune ; cet astre en changeant tous les jours d'une maniere sensible le lieu de son lever & de son coucher, en variant sans cesse de figure, & recommençant ensuite un nouvel ordre de changements tous semblables, offroit une régle publique, & des nombres faciles, sans le secours de l'écriture, des calculs, des dates, des almanachs ; les peuples trouvoient dans le ciel un avertissement perpétuel de ce qu'ils avoient à faire ; les familles nouvellement formées, & dispersées dans les plaines de Sennaar, se réunissoient sans méprise au terme convenu de quelque phase de la lune.

542. LA NÉOMÉNIE servit à régler les assemblées, les sacrifices, les exercices publics ; ce culte & ces fêtes n'avoient pas la lune pour objet, mais pour indication. On

(a) Νέος, *novus* ; Μήνη, *Luna*.

comptoit la lune du jour qu'on commençoit à l'appercevoir. Pour la découvrir aisément on s'assembloit le soir sur les hauteurs ; quand le croissant avoit été vu, on célébroit la néoménie ou le sacrifice du nouveau mois qui étoit suivi de fêtes ou de repas. Les nouvelles lunes qui concouroient avec le renouvellement des quatre saisons, étoient les plus solemnelles ; il semble qu'on y reconnoisse l'origine de nos quatre temps, comme on voit celles de la plupart de nos fêtes dans les cérémonies des anciens. On retrouve dans l'écriture & dans les histoires de tous les peuples du monde cette coutume de se réunir sur les hauts lieux ou dans les déserts, d'observer la nouvelle lune, de célebrer la néoménie par des sacrifices ou des prieres.

543. Il se passe à peu près 29 jours & demi d'une nouvelle lune à l'autre, c'est une observation facile, & les premiers pasteurs ne manquerent pas de la faire ; c'est ce qu'on appelle *mois lunaire*, LUNAISON, ou révolution synodique de la lune : nous en verrons bientôt une détermination rigoureuse (557) ; cette lunaison fut la plus ancienne mesure du temps.

544. En observant avec tant d'exactitude les phases de la lune, on dut remarquer naturellement que les éclipses de soleil qui paroissent au moins tous les 4 ou cinq ans, arrivent entre le dernier croissant d'un cours de lune fini, & la premiere phase d'une nouvelle lune, c'est-à-dire, entre le temps où la lune s'approche le plus du soleil, & celui où elle commence à s'en éloigner par le côté opposé : on apperçoit alors sur le soleil un corps rond & parfaitement noir, on le voit se glisser peu à peu devant le disque du soleil & en intercepter la lumiere, du moins en partie ; quelquefois se placer dans le milieu de son disque, & y paroître environné d'une courônne de lumiere ; d'autres fois enfin le couvrir en entier & nous plonger dans les ténebres, comme en 1724. (art. 635).

Les premiers observateurs comprirent bientôt que ce corps obscur ne pouvoit être autre chose que celui de la lune qu'on avoit vu les jours précédents s'avancer de plus en plus vers le soleil, & qu'on voyoit ensuite un ou deux jours

après se placer de l'autre côté ou à l'orient du soleil, & s'en éloigner avec la même vîtesse.

545. La lune après avoir intercepté la lumiere du soleil en plein jour paroissoit absolument noire & opaque; on comprit par-là qu'elle ne brilloit qu'autant qu'elle étoit éclairée, & que le côté qu'elle tournoit vers nous dans le temps d'une éclipse de soleil ne pouvant recevoir aucune lumiere du soleil, ne nous en rendoit aucune. C'est ainsi que les premiers observateurs durent comprendre que la lune étoit un globe opaque & massif qui n'avoit pas de lumiere par lui-même, & qui ne paroissoit lumineux que dans la partie éclairée par le soleil; on voyoit d'ailleurs que la lune n'étoit jamais plus lumineuse & plus resplendissante que quand elle étoit opposée au soleil, de maniere à être vue de face, & à nous réfléchir toute la lumiere que le soleil envoyoit sur sa surface ou sur son disque; preuve qu'elle ne renvoyoit vers nous qu'une lumiere empruntée.

546. Quatorze ou quinze jours après une éclipse de soleil, il arrive quelquefois une éclipse de lune. Avant qu'elle commence on voit la lune pleine, ronde, lumineuse & opposée au soleil; elle se leve le soir au coucher même du soleil, elle passe toute la nuit sur l'horizon; c'est le temps de l'OPPOSITION ou de la PLEINE LUNE, (540); mais en peu de temps la lune perd cette grande lumiere & disparoît à nos yeux, on voit que la terre placée entre la lune & le soleil est l'obstacle qui empêche la lune d'être alors éclairée par le soleil.

547. Le soleil éclairant toujours la moitié du globe lunaire, nous ne pouvons voir la lune pleine que quand nous appercevons cette moitié qui est éclairée, & que nous l'appercevons toute entiere; si nous sommes placés de côté, en sorte que nous ne puissions voir que la moitié de la partie éclairée, c'est-à-dire, de l'hémisphere exposé au soleil, nous ne verrons que la moitié de ce qui paroissoit dans la pleine lune, c'est-à-dire, que nous ne verrons qu'un demi cercle de lumiere; la lune paroîtra en quartier, & ainsi des autres situations; telle est la cause des phases de la lune, que nous allons tâcher de rendre plus sensible.

Soit *S* le soleil, (*fig.* 63) *T* la terre autour de laquelle tourne la lune dans son orbite; *EO* le globe de la lune placé entre la terre & le soleil, c'est-à-dire, en CONJONCTION, ou au temps de la nouvelle lune; alors la partie *E* est seule éclairée du soleil; au contraire la partie *O* est la seule visible pour nous qui sommes en *T* : ainsi *l'hémisphere éclairé* est précisément celui que nous ne voyons point, & *l'hémisphere visible* est celui qui n'est point éclairé du soleil; telle est la cause qui rend alors la lune invisible pour nous, vers le temps de la nouvelle lune (540).

Au contraire, quand la lune est opposée au soleil, l'hémisphere éclairé *L* est précisément celui que nous voyons, parce que nous sommes placés du même côté que le flambeau dont elle est éclairée, & il n'y a rien de perdu pour nous de la lumiere que la lune répand; son disque visible *L* est le même que son disque éclairé; c'est pourquoi la lune nous paroît pleine, c'est-à-dire, ronde & lumineuse, quand elle est en OPPOSITION.

548. Quand la lune est éloignée de 90° du soleil ou environ, c'est-à-dire à peu près à moitié chemin de *O* en *L* ou de la *conjonction* à *l'opposition*, l'hémisphere visible est *AQZ*; l'hémisphere éclairé par le soleil est *MZQ*; ainsi nous ne voyons que la moitié de cet hémisphere éclairé, qui paroissoit tout entier & comme un cercle complet dans le temps de l'opposition; nous ne voyons donc qu'un demi-cercle de lumiere, tel qu'il est représenté séparément en *N*; la rondeur lumineuse étant toujours du côté du soleil.

549. Lorsque la lune est à 45° du soleil, nous disons qu'elle est dans son PREMIER OCTANT, alors la partie éclairée ou qui regarde le soleil est *CDF*, la partie visible est *BCD*; ainsi nous n'appercevons que la partie *CD* de l'hémisphere éclairé : alors la lune paroît sous la forme d'un croissant, tel qu'on le voit en *G*, nous ne voyons alors que la huitieme partie du globe lunaire, & la lune est éloignée du soleil de la huitieme partie d'un cercle : c'est ce qui a fait appeller cette phase un *octant*; mais la partie éclairée n'est qu'à peu près la septieme partie de la surface de son disque visible.

Dans le SECOND OCTANT, qui arrive après la quadrature, l'hémisphere visible est *HIK*, l'hémisphere éclairé par le soleil est *IKP*; ainsi il ne manque à la lune que la petite portion *IH*, pour que nous puissions voir la partie éclairée toute entiere; nous verrons alors plus de la moitié du disque lunaire, & la lune paroîtra sous la forme *R*; ce qui manque à son cercle est de la même grandeur que la partie éclairée dans le premier octant, quand la lune étoit en *C*.

Le troisieme octant *V* qui arrive 45° au delà de l'opposition est semblable au second octant; & le quatrieme octant *Y* est pareil au premier octant *G*.

550. Pour calculer exactement la portion lumineuse & visible du disque lunaire, soit *S* le soleil (*fig.* 64), *T* le centre de la terre, *C* le centre de la lune, *AE* le diametre de la lune, perpendiculaire au rayon du soleil, & qui sépare la portion éclairée *ANE*, de la portion obscure *ADE*; le diametre lunaire *ND* perpendiculaire au rayon *TC* de la terre, sépare la partie visible *DAN* de la partie invisible *DEN*; on abaissera de l'extrémité *A* du demi-cercle lumineux *ENA* une perpendiculaire *AB* sur le diametre *ND* de la lune, & la ligne *NB* sera la largeur apparente de la partie visible de l'hémisphere lumineux; en effet, de tout l'hémisphere lumineux *ANE* il n'y a que la partie *AN* qui soit comprise dans l'hémisphere visible *DAN*, & l'arc *AN* ne peut paroître à nos yeux que de la largeur *BN*, par la même raison que le demi-cercle entier *NAD* ne paroît que comme un simple diametre *NBD*, & qu'un hémisphere entier ne paroît que comme le cercle ou plan qui en est la projection (673). La portion *NB* du diametre visible *NBCD*, est le sinus verse de l'arc *NA*; cet arc *NA*, ou l'angle *NCA*, est égal à l'angle *CTF*, en supposant *TF* parallele à *CS*; car l'angle *NCA* est le complément de l'angle *FCT*, à cause de l'angle droit *NCT*; mais l'angle *FCT* est le complément de l'angle *FTC* à cause du triangle rectangle *CFT*; donc l'angle *NCA* est du même nombre de degrés que l'angle *FTC*; cet angle *FTC*

est égal à l'élongation de la lune ou à la distance de la lune au soleil, parce que le soleil est supposé sur la ligne *TF* de même que sur la ligne *CS*, à cause de la distance du soleil qui est prodigieuse en comparaison de *CF*; donc l'arc *NA* est égal à l'élongation de la lune; donc dans les différentes phases de la lune *la largeur du segment lumineux de la lune, est égale au sinus verse de l'angle d'élongation*, en prenant pour rayon le rayon même du disque de la lune, ou la demi distance des cornes du croissant. Par exemple, quand la lune, quatre à cinq jours après sa conjonction, est à 60° du soleil, sa partie lumineuse *NB* paroît la moitié du rayon *NC* ou le quart du diametre entier *ND* de la lune, parce que le sinus verse de 60° dans un cercle quelconque est la moitié du rayon de ce cercle. Si le disque lunaire est exprimé par un cercle *GNH* (*fig.* 83), dont *C* soit le centre, *NB* égal à la moitié du rayon *CN*, on aura *NB* pour la largeur du croissant de la lune, à 60 degrés d'élongation.

551. Les réflexions précédentes font voir que ce n'est pas exactement le sinus verse de l'élongation, mais plutôt le sinus verse de l'angle extérieur du triangle formé au centre de la lune par des rayons qui vont au soleil & à la terre. En effet, nous avons supposé dans la démonstration précédente, que les lignes *CS* & *TF* menées au soleil, soit de la terre, soit de la lune, étoient sensiblement paralleles; cela n'est vrai qu'à peu près, & à cause de la grande distance du soleil qui est 400 fois plus loin de nous que la lune: mais si les rayons *ST* & *SV* (*fig.* 65) qui vont du soleil *S* à la terre *T* & à la planete ne sont pas paralleles, on aura l'angle extérieur *TVO* du triangle *SVT* égal à l'angle *NVA*: l'un & l'autre étant le complément de l'angle *AVT*; or la partie éclairée & visible *NB* est égale au sinus verse de l'angle *NVA*; donc le diametre entier est à la largeur de la partie éclairée & visible d'une planete, comme le diametre du cercle est au sinus verse de l'angle au centre de la planete, extérieur au triangle formé au soleil, à la terre & à la planete.

552. La courbure *GBH* (*fig.* 66) qui forme l'inté-

rieur du croissant est une *ellipse*, dont le grand axe *GH* est égal au diametre même du disque lunaire : pour le prouver nous nous contenterons d'observer que *GBH* est la circonférence du cercle *terminateur* de la lumiere & de l'ombre, ou du cercle qui sépare l'hémisphere éclairé de l'hémisphere obscur de la lune ; ce demi-cercle est vu de côté, sous une inclinaison qui est le complément de l'angle d'élongation, c'étoit l'angle *ACT* (*fig.* 64) : or un cercle vu obliquement paroît toujours sous la forme d'une ellipse (674) ; donc *GBH* étant une circonférence vue obliquement, doit paroître le contour d'une ellipse.

Je dis encore que son grand axe est le diametre même *GH* du disque lunaire ; car tous les grands cercles d'un globe se coupent en deux parties égales, ainsi le cercle visible *GNH* & le cercle terminateur *GBH* sur le globe de la lune se coupent en deux parties égales, & en deux points diamétralement opposés ; donc le diametre *GCH* est la commune section de ces deux cercles. C'est pourquoi les cornes *G* & *H* du croissant sont toujours éloignées entre elles d'un demi-cercle, & l'on peut en tout temps mesurer le diametre de la lune en mesurant la distance des cornes.

553. On voit distinctement après la nouvelle lune que le croissant qui en fait la partie la plus lumineuse, est accompagné d'une lumiere foible répandue sur le reste du disque, qui nous fait entrevoir toute la rondeur de la lune; & qu'on appelle LA LUMIERE CENDRÉE.

La terre réfléchit la lumiere du soleil vers la lune, comme la lune la réfléchit vers la terre; quand la lune est en conjonction pour nous avec le soleil, la terre est pour elle en opposition ; c'est proprement pleine terre pour l'observateur qui seroit placé dans la lune, comme dit Hévélius, & la clarté que la terre y répand est telle que la lune en est illuminée beaucoup plus que nous le sommes par un beau clair de lune qui nous fait appercevoir tous les objets. La lune étant bien plus petite que la terre, la lumiere que la terre y répand doit être bien plus grande que celle qu'elle en reçoit, il n'est donc pas étonnant que la lune puisse la réfléchir jus-

qu'à nous, & que cette lumiere nous fasse voir la lune. Nous l'appercevrions toute entiere lorsqu'elle est en conjonction, si le soleil que nous voyons en même temps n'absorboit entiérement cette lueur terrestre réfléchie sur le globe lunaire, & n'empêchoit alors de voir la lune; mais quand le soleil est couché & le crépuscule presque fini, nous appercevons très-distinctement la lumiere cendrée.

La lumiere cendrée est cause d'un autre phénomene optique fort sensible, c'est la dilatation apparente du croissant lumineux, qui paroît être d'un diametre beaucoup plus grand que le disque obscur de la lune; cela vient de la force d'une grande lumiere placée à côté d'une petite, l'une efface l'autre & l'absorbe; le croissant paroît enflé par un débordement de lumiere qui s'éparpille dans la rétine de l'œil, & élargit le disque de la lune; l'air ambiant éclairé par la lune augmente encore cette illusion.

554. La lumiere de la lune n'est accompagnée d'aucune chaleur; M. Tschirnausen avec ses verres brûlants ne put la rendre sensible (*Hist. acad.* 1699). M. de la Hire le fils exposa le miroir concave de l'observatoire qui a 35 pouces de diametre aux rayons de la pleine lune, & il rassembla ces rayons dans un espace 306 fois plus petit que dans l'état naturel; cependant cette lumiere concentrée ne produisit pas le moindre effet sur le thermometre de M. Amontons, qui étoit très-sensible; (*Mém. acad.* 1705).

M. Bouguer a trouvé par expérience que la lumiere de la lune est 300 mille fois moindre que celle du soleil, & cela en les comparant l'une & l'autre avec la lumiere d'une bougie placée dans l'obscurité. (*Traité d'Opt. sur la gradat. de la lumiere, in-4°*, 1760).

Des Inégalités de la Lune.

555. Les plus anciens Philosophes comprirent d'abord que la lune tournoit chaque mois tout autour de la terre, qu'elle en étoit la compagne; &, comme nous disons actuellement, *le Satellite*; Aristote, au rapport d'Averroës,

disoit que la lune lui paroissoit comme une terre éthérienne : on peut voir dans Macrobe & dans Plutarque, tout ce que les Philosophes avoient dit à ce sujet.

Les premiers Observateurs dûrent reconnoître bien facilement que dans l'espace de 59 jours la nouvelle lune arrivoit deux fois, en sorte que la durée d'une lunaison étoit de 29 jours & demi ; mais cette regle à peu près vraie, étoit sujette à plusieurs exceptions & à plusieurs inégalités qu'on ne développa que bien long-temps après.

556. La premiere connoissance exacte que l'on ait eue dans la Grece du mouvement de la lune, ou de la durée exacte de sa révolution, fut celle que donna Méton, qui vivoit environ 430 ans avant J. C. Il avoit reconnu, ou plutôt il avoit appris des Orientaux qu'en 19 années solaires il se passoit 235 mois lunaires complets ; & cette détermination n'est en défaut que d'un jour sur 312 ans, aussi cette découverte parut si belle dans la Grece qu'on en grava les calculs en lettres d'or ; on s'en sert encore dans le Calendrier, & l'on appelle *Cycle lunaire* la révolution de 19 ans qui ramene les nouvelles lunes aux mêmes jours de l'année civile. Le *nombre d'or* est celui qui indique l'année du Cycle lunaire, il est marqué par l'unité 1, toutes les fois que la nouvelle lune arrive le 1er. janvier comme en 1767.

557. Cette période fait voir que le retour de la lune à sa conjonction est 29 jours 12 heures 44 minutes 3 secondes, c'est ce qu'on appelle lunaison, mois synodique, ou *révolution synodique*. Pour que la lune, après avoir fait une révolution entiere dans son orbite, arrive jusqu'au soleil, il faut qu'elle parcoure encore les 29° que le soleil a fait dans l'écliptique en 29 jours par son mouvement annuel ; ainsi quand la lune a atteint le soleil ; il y a plus de deux jours que sa véritable révolution est finie, & celle-ci ne dure que 27j 7h 43′ 4″ ½, c'est ce qu'on appelle la *révolution périodique* : il y faut ajouter 7″ si l'on veut avoir la révolution sydérale (321) ; mais on ne fait point usage de celle-ci, parce que c'est aux équinoxes que se rapportent les mouvements célestes.

558. Les inégalités de la lune dérangent beaucoup l'uniformité de cette révolution moyenne que nous venons

de déterminer. En obſervant chaque jour le lieu de la lune pendant l'eſpace d'un mois, il n'étoit pas difficile d'appercevoir qu'au bout de ſept jours il y avoit environ ſix degrés d'inégalités, qu'après 14 jours l'inégalité diſparoiſſoit, & qu'au bout de 21 elle revenoit en ſens contraire pour diſparoître à la fin des 27 jours de la révolution.

559. Mais en faiſant la même ſuite d'obſervations en différents mois & en différentes années, on vit encore que les points du ciel où l'inégalité diſparoiſſoit (496), c'eſt-à-dire l'apogée ou le périgée étoient fort différents, & qu'à chaque révolution ils avançoient de 3 degrés environ. En effet l'apogée de la lune fait le tour du ciel en $3231^{j}\ 8^{h}\ 34'\ 57''\frac{1}{2}$ par rapport aux équinoxes, & en $3232^{j}\ 11^{h}\ 14'\ 31''$ par rapport aux étoiles : c'eſt environ 9 ans.

La lune étant plus éloignée de nous dans le temps de ſon apogée, ſon diametre apparent eſt alors le plus petit, il eſt de 29 minutes & demie ſeulement ; 14 jours après il paroît ſous un angle de $33\frac{1}{2}$ lorſque la lune eſt périgée. Cela ſeul ſuffit pour nous faire juger du temps où la lune eſt dans ſes apſides ; l'obſervation du diametre de la lune nous montre en même temps quel eſt le lieu de ſon apogée dans le ciel, & ſuffit pour en faire voir les changements & la révolution.

560. La premiere inégalité ou l'équation de l'orbite de la lune eſt quelquefois de 5 degrés, quelquefois de $7°\frac{2}{3}$ ſuivant les ſituations du ſoleil par rapport à la lune & à ſon apogée, comme ſi l'orbite de la lune s'alongeoit & devenoit plus excentrique toutes les fois que le ſoleil répond à l'apogée ou au périgée de la lune. Pour exprimer cette différence les Aſtronomes ſuppoſent d'abord l'équation moyenne de l'orbite de $6°\ 18'\frac{1}{2}$, & ils emploient une autre équation de $1°\ 20'\frac{1}{2}$ ſous le nom de ſeconde inégalité ou *Evection*, celle-ci dépend de la double diſtance de la lune au ſoleil moins l'anomalie moyenne de la lune. Ce fut Ptolomée qui reconnut cette inégalité de la lune, vers l'année 120 de J. C. Nous parlerons de la cauſe qui la produit à l'art. 1052.

561. La troiſieme inégalité de la lune dépend encore de la ſituation du ſoleil, dont l'attraction dérange ſans ceſſe les



mouvements de la lune. Cette inégalité fut découverte par Tycho-Brahé vers l'an 1600 ; on l'appelle *variation* : elle est de 37', & change tous les trois ou quatre jours : car elle est nulle dans les nouvelles lunes, dans les pleines lunes & dans les quadratures, elle est la plus forte dans les octans, c'est-à-dire à 45 degrés des syzygies & des quadratures.

562. La quatrieme inégalité s'appelle *équation annuelle* de la lune; elle fut encore apperçue par Tycho : cette équation n'est que de 11'¼ ; mais comme elle ne se rétablit que tous les ans, son effet étant plus lent, devenoit sensible sur un plus grand nombre d'observations, & il étoit difficile de la méconnoître même d'après le simple examen des lieux de la lune observés pendant un an.

563. Lorsque Newton eut reconnu que l'attraction du soleil étoit la cause des trois dernieres inégalités de la lune, il comprit bien qu'il devoit y en avoir d'autres à raison du grand nombre de circonstances qui modifient & troublent ces attractions ; les calculs qu'en ont fait les Géometres, & plus encore l'examen pénible & la comparaison suivie des observations les plus exactes, ont fait reconnoître dix autres inégalités, d'une, de deux, de trois minutes, qui toutes ensemble forment enfin des tables de la lune qui ne s'écartent jamais du ciel de plus d'une minute ; celles de M. Mayer, dont l'exactitude est la plus reconnue, ont déja été imprimées plusieurs fois depuis 1770, elles sont dans la seconde édition de mon *Astronomie*, & elles ont mérité une récompense considérable du Parlement d'Angleterre à la veuve de ce célebre Astronome.

564. L'accélération du moyen mouvement de la lune, ou de ses périodes est telle que le mois lunaire paroît actuellement de 22 tierces plus court qu'il n'étoit il y a 2000 ans, ce qui produit un degré d'erreur sur le lieu de la lune, quand on le calcule pour l'année 300 avant J. C. en employant le mouvement de la lune observé dans ce siecle-ci ; j'ai donné les calculs de cette équation séculaire de la lune dans les *Mémoires de* 1757, avec les raisons qui peuvent la faire admettre.

Des Nœuds & de l'inclinaiſon de l'Orbite lunaire.

565. L'orbite de la lune eſt inclinée ſur l'écliptique, de même que celles de toutes les autres planetes (422); ainſi la lune traverſe l'écliptique deux fois dans chaque révolution, & ſept jours après avoir traverſé l'écliptique dans un de ſes nœuds elle s'en s'éloigne de 5 degrés: ſans cette inclinaiſon nous aurions tous les mois une éclipſe de ſoleil le jour de la conjonction, & une éclipſe de lune le jour de l'oppoſition; mais au contraire il y a des années entieres où il n'arrive aucune éclipſe de lune (par exemple, en 1763), parce qu'au moment de chaque oppoſition la lune eſt trop éloignée de ſon nœud, & ſe trouve par conſéquent au deſſus ou au deſſous de l'écliptique où reſtent toujours le centre du ſoleil, & l'ombre de la terre.

566. Cette inclinaiſon qui n'eſt que de 5° dans les nouvelles lunes ou les pleines lunes qui arrivent à 90 degrés des nœuds, ſe trouve de 5° 17′ ½ dans les quadratures. Ce fut Tycho-Brahé qui fit le premier cette importante obſervation. On en verra la cauſe art. 1063: l'inclinaiſon moyenne eſt de 5° 8′ 46″.

567. LE NŒUD ASCENDANT de la lune ou celui par lequel elle traverſe l'écliptique en s'avançant vers le nord s'appelle quelquefois *la tête du dragon*, & ſe déſigne par ce caractere ☊: le nœud deſcendant ou queue du Dragon par celui-ci ☋.

568. Ce qu'il y a de plus remarquable dans les nœuds de la lune c'eſt la promptitude de leur mouvement; ſi la lune traverſe l'écliptique dans le premier point du Bélier ou dans le point équinoxial (comme cela arrivoit au mois de juin 1764) dix-huit mois après c'eſt dans le commencement des Poiſſons qu'elle coupe l'écliptique, c'eſt-à-dire, que ſon nœud a rétrogradé de 30° ou d'un ſigne entier; & il fait le tour du ciel dans l'eſpace de 18 ans. Ce mouvement des nœuds fut aiſé à reconnoître en voyant la lune éclipſer par exemple la belle étoile du cœur du Lion ou *Regulus* qui eſt ſur l'écliptique même: quand la lune éclipſe *Regulus*

(comme cela arrivoit au mois de juin 1757) elle est évidemment dans son nœud; donc alors le nœud est à $4^s\ 26^d$ de longitude comme *Regulus*. Mais quatre ou cinq ans après la lune passant au même degré de longitude se trouve à cinq degrés au dessus ou au dessous de l'étoile : cela prouve que le nœud est à 90° de l'étoile. Au bout de 18 ans la lune repasse vers les mêmes étoiles, & tout recommence dans le même ordre. Après avoir observé plusieurs fois ce retour, on a vu que les nœuds de la lune faisoient une révolution entiere contre l'ordre des signes en 18 années communes & 228 jours, ou $6798^j\ 4^h\ 52'\ 52''$, 3 par rapport aux équinoxes, & de $6803^j\ 2^h\ 55'\ 18''$, 4 par rapport aux étoiles.

569. Tycho-Brahé reconnut aussi dans le mouvement du nœud une inégalité qui va jusqu'à $1°\ 46'$ en plus & en moins, & il vit que cette inégalité combinée avec celle de l'inclinaison se réduisoit à une équation de la latitude de la lune, qui est de $8'\ 49''$ multipliées par le sinus de deux fois la distance entre la lune & le soleil moins l'argument de latitude de la lune. Le lieu du nœud de la lune au commencement de 1772 étoit de $7^s\ 4°\ 46'$, cela suffiroit pour trouver sa situation en tout temps.

Du Diametre de la Lune.

570. Le diametre apparent de la lune varie comme la parallaxe, à raison de ses diverses distances à la terre; le plus grand diametre périgée est de $33'\ 34''$ dans ses oppositions, & le plus petit diametre lorsque la lune est apogée & en conjonction n'est que de $29'\ 25''$.

La maniere la plus simple de le mesurer est d'observer le temps que le disque de la lune emploie à traverser le fil d'une lunette, lorsque la lune est pleine & qu'on voit les deux bords (529); mais il faut avoir égard au retardement diurne de la lune qui fait qu'elle emploie plus de temps que le soleil à traverser le méridien, lors même que son diametre n'est pas plus grand. Dans les temps où le disque n'est éclairé qu'en partie, on ne peut employer que les micrometres (533) pour mesurer le diametre de la lune.

571. Lorſque la lune eſt plus près du zénith, elle eſt auſſi plus près de nous ; ainſi ſon diametre apparent paroît plus grand dans la même proportion. Soit *T* le centre de la terre (*fig.* 67) : *O* un obſervateur ſitué à la ſurface de la terre ; *Z* la lune ſituée au zénith de l'obſervateur : ſi la diſtance *ZO* de la lune à l'obſervateur eſt plus petite d'un ſoixantieme que la diſtance *ZI* de la lune au centre de la terre, le diametre apparent vu du point *O* ſera plus grand d'un ſoixantieme que le diametre vu du centre *T* de la terre.

De même ſi la lune eſt ſituée en *L*, de maniere que ſa hauteur au deſſus de l'horizon ſoit égale à l'angle *LOH*, ſa diſtance au zénith étant égale à l'angle *LOZ*, on voit que la diſtance *LO* ſera plus petite que la diſtance *LT* au centre de la terre ; le ſeul cas où cette augmentation ſera nulle, eſt celui où la lune ſera dans l'horizon même en *H*, car alors elle ſera preſque également éloignée du point *O* & du point *T* ; voilà pourquoi l'on appelle *Diametre horizontal* de la lune, celui qui eſt vu du centre de la terre, parce qu'il eſt auſſi égal au diametre que nous obſervons quand la lune eſt à l'horizon.

572. Lorſqu'on connoît le diametre horizontal de la lune, il eſt aiſé de trouver le *diametre augmenté* à raiſon de la hauteur ſur l'horizon, puiſqu'ils ſont entr'eux comme le côté *LO* eſt au côté *LT*. Dans le triangle *LOT*, l'angle *OLT* eſt ce qu'on appelle la *Parallaxe de hauteur* (580) ; l'angle *LOZ*, ou ſon ſupplément *LOT*, qui a le même ſinus, eſt la diſtance apparente au zénith ; l'angle *LTO* eſt la diſtance vraie de la lune au zénith, vue du centre de la terre, ou le complément de la hauteur vraie. Dans tout triangle rectiligne les ſinus des côtés ſont comme les ſinus des angles oppoſés ; ainſi le côté *LO* eſt au côté *TL*, comme le ſinus de l'angle *OTL* eſt au ſinus de l'angle *LOT* ; donc le diametre horizontal eſt au diametre apparent, comme le ſinus de la diſtance vraie de la lune au zénith, vue du centre de la terre, eſt au ſinus de la diſtance apparente de la lune au zénith, vue du point *O*.

573. Il eſt vrai que la lune, quand elle paroît à l'horizon derriere les plaines & les montagnes, ſemble être beaucoup plus grande qu'à l'ordinaire; mais c'eſt une illuſion optique, & elle a lieu de même pour les autres aſtres. Il ſuffit de regarder la lune dans une lunette quelconque, dans une tube de papier, & même, ſi l'on veut, au travers d'une carte où l'on a fait un trou d'épingle, pour ſe convaincre que l'augmentation n'eſt point réelle, & que le diametre de la lune eſt vu au contraire alors ſous un plus petit angle, que lorſque la lune eſt à une plus grande hauteur.

Il eſt difficile de ſe former une idée claire de la cauſe de cette illuſion, ſi ce n'eſt en admettant avec tous les Opticiens ce jugement tacite, commun, forcé, involontaire, par lequel nous avons coutume d'eſtimer fort grands les objets que nous jugeons être fort éloignés, en même temps que nous jugeons les objets fort éloignés lorſque nous voyons à la fois beaucoup de corps interpoſés entre nous & ces objets; or quand on voit la lune au delà d'une plaine dont les objets ſont encore éclairés, on diſtingue les objets interpoſés; la lune fait alors la ſenſation que font les objets qu'on a coutume de juger fort éloignés, à cauſe du grand nombre des objets intermédiaires, & elle excite malgré nous l'idée d'un objet très-grand, ſans que pour cela elle paroiſſe ſous un plus grand angle, ni qu'elle peigne ſur notre rétine une plus grande image.

De la Parallaxe de la Lune.

574. La Parallaxe (*a*), eſt la différence entre le lieu où un aſtre paroît, vu de la ſurface de la terre, & celui où il nous paroîtroit, ſi nous étions au centre; on l'appelle quelquefois *Parallaxe diurne*, pour la diſtinguer de la parallaxe annuelle (441).

Tous les mouvements céleſtes doivent ſe rapporter au

(*a*) παραλλάττω, *tranſmuto*, παραλλάξις, *differentia*; la parallaxe vient en effet d'un changement de ſituation de la part de l'obſervateur, & produit un changement dans la ſituation apparente de l'aſtre.

centre de la terre pour paroître réguliers, car les différents points de la surface de la terre étant situés fort différemment les uns des autres, un astre doit leur paroître dans des aspects différents, c'est au centre qu'il faut se transporter, afin de voir tout à sa véritable place, & de trouver la véritable loi des mouvements célestes; ainsi nous sommes obligés de calculer sans cesse la parallaxe, pour réduire le lieu d'une planete observé à celui que nous eussions vu du centre de la terre.

575. Soit *T* le centre de la terre, (*fig.* 67), *O* le point de la surface où est placé l'observateur; *TOZ* la ligne verticale, ou la ligne qui passe par le zénith *Z*, par le point *O* de l'observateur, par le centre *T* de la terre & par le nadir. Une planete *P* située dans la ligne du zénith, répond toujours au même point du ciel, soit qu'on la regarde du centre *T*, soit qu'on l'observe du point *O*; le point du ciel qui paroît à notre zénith marque également le lieu de l'astre dans les deux cas; ainsi *un astre qui paroît au zénith n'a point de parallaxe*; c'est le premier principe qu'il faut considérer dans cet examen des parallaxes.

576. Si la planete, au lieu d'être sur la ligne du zénith *TOPZ*, paroît sur la ligne horizontale *OH*, perpendiculaire à la premiere, sa distance *TH* au centre de la terre étant la même que la distance *TP*, le lieu de la planete *H* vu du centre de la terre, est sur la ligne *TH*, le lieu de la planete, vu du point *O*, est sur la ligne *OH*: ces deux lignes *TH* & *OH* ne répondent pas au même point du ciel; car au delà du point *H*, où elles se croisent, elles iront en s'éloignant l'une de l'autre; & dans la sphere des étoiles fixes, elles rencontreront deux points différents, & indiqueront pour l'astre situé en *H* deux situations différentes; cette différence est ce que nous appellons parallaxe.

577. Comparons ces deux différentes situations, ou ces deux différents points, avec le point du zénith ou le point du ciel qui est sur la ligne *TOZ* menée par le centre & par le point *O* de la surface; l'angle *ZOH* formé par la ligne verticale

ticale OZ, & par la ligne OH, ſur laquelle paroît la planete, eſt la diſtance apparente de l'aſtre au zénith : ſi nous étions au centre T, l'angle ZTH ſeroit la vraie diſtance de l'aſtre au zénith, ou la quantité de degrés dont la ligne TH, menée à l'aſtre, différeroit de la ligne TZ menée au zénith.

578. La diſtance apparente ZOH eſt plus grande que la diſtance vraie ZTH; car dans le triangle rectiligne HTO, dont le côté TO eſt prolongé en Z, l'angle extérieur ZOH eſt égal aux deux intérieurs T & H; donc il eſt plus grand que l'angle T de la quantité de l'angle H: ainſi la diſtance apparente de l'aſtre H au zénith eſt plus grande que la diſtance vraie ZTH. La différence de ces deux diſtances eſt l'angle OHT, qui s'appelle la *Parallaxe horizontale*, ſi la ligne OH eſt horizontale, comme nous l'avons ſuppoſée, c'eſt-à-dire, ſi le lieu apparent de l'aſtre qu'on obſerve, eſt ſur *l'horizon apparent* OH, ou ſur la tangente menée par le point O de la ſurface terreſtre. Dans le triangle TOH rectangle en O, on a cette proportion en prenant l'unité pour rayon ou ſinus total ; $1 : \sin. OHT :: TH : OT$; donc le ſinus de la parallaxe horizontale eſt égal à $\frac{OT}{TH}$, c'eſt-à-dire que le rayon de la terre diviſé par la diſtance de l'aſtre, donne une fraction qui dans les tables des Sinus indique la parallaxe.

579. La parallaxe d'un aſtre eſt donc l'angle formé au centre de l'aſtre par deux rayons, dont l'un va au centre de la terre, & l'autre au point de la ſurface où eſt l'obſervateur ; c'eſt l'inclinaiſon des deux lignes qui partent du centre & de la ſurface, pour aller ſe réunir au centre de la planete ; enfin, c'eſt auſſi l'angle ſous lequel paroît le rayon de la terre, ou la diſtance de l'obſervateur au centre de la terre, lorſque cette diſtance ou ce rayon ſont ſuppoſés vus du centre de la planete.

Le triangle TOH s'appelle *Triangle parallactique* ; il eſt toujours ſitué verticalement, puiſque le côté OT étant une ligne verticale, le plan du triangle fait ſur OT, ne ſau-

roit être incliné ; ainsi tout l'effet de la parallaxe se fait de haut en bas, dans le plan d'un cercle vertical. D'ailleurs il est aisé de comprendre que le centre de la terre étant perpendiculairement sous nos pieds, c'est-à-dire, dans le plan de tous les cercles *verticaux*, l'effet de la parallaxe ne peut pas s'écarter de ces cercles; ainsi la parallaxe est toute en hauteur, c'est-à-dire, qu'elle abaisse les astres du haut en bas, & dans un vertical, sans faire paroître l'astre à droite ni à gauche du vertical. De-là il suit que la parallaxe ne change point l'azimut d'une planete; de même dans le méridien la parallaxe ne change point l'ascension droite d'un astre, parce que le vertical est alors perpendiculaire à l'équateur & que tous les points du vertical répondent au même point de l'équateur.

580. Jusqu'ici nous n'avons parlé de parallaxe que pour le cas où l'astre est à l'horizon, c'est-à-dire, où l'angle *ZOH* est un angle droit, & nous avons appellé *parallaxe horizontale* celle qui a le lieu dans ce cas-là (578) : si la planete *L* se trouve plus près du zénith, en sorte que l'angle *ZOL*, distance de la planete au zénith, soit un angle aigu, l'angle de la parallaxe *OLT* deviendra plus petit ; on l'appelle alors *parallaxe de hauteur.*

THÉOREME. *Le sinus total est au sinus de la parallaxe horizontale, comme le sinus de la distance au zénith est au sinus de la parallaxe de hauteur ;* en supposant que la distance de la planete au centre de la terre soit la même dans les deux cas, & que la terre soit sphérique.

DÉMONSTRATION. Dans le triangle rectangle *HOT* on a cette proportion : *HT* est à *TO*, comme le sinus de l'angle droit *O* est au sinus de l'angle *THO*; parce que dans tout triangle rectiligne les côtés sont comme les sinus des angles opposés. Dans le triangle *TOL* on a de même cette proportion : *TL* est à *TO* comme le sinus de l'angle *LOT* est au sinus de l'angle *TLO* : dans cette derniere proportion on peut mettre au lieu de *TL*, son égale à *HT*, puisque la planete est supposée toujours à même distance du centre de la

terre ; ainsi l'on a ces deux proportions, en nommant *R* le sinus de l'angle droit :

HT : *TO* : : *R* : sin. *H*.
HT : *TO* : : sin. *LOT* : sin. *L*.
} donc *R* : sin. *LOT* : : sin. *H* : sin. *L* ;

mais le sinus de l'angle obtus *LOT* est le même que celui de l'angle *LOZ*, ou de la distance de la planete au zénith ; donc le rayon est au sinus de la distance au zénith, comme le sinus de la parallaxe horizontale *H* est au sinus de la parallaxe de hauteur *L*.

581. Le sinus de la distance apparente au zénith est la même chose que le cosinus de la hauteur apparente, & le rayon est toujours supposé être l'unité ; ainsi, 1 : cosin. haut. : : sin. par. horiz. : sin. parall. de hauteur ; donc *le sinus de la parallaxe de hauteur est égal au sinus de la parallaxe horizontale multipliée par le cosinus de la hauteur apparente.*

582. La parallaxe horizontale de la lune, qui est la plus grande de toutes les parallaxes des planetes, ne va qu'à un degré environ ; or entre le sinus d'un degré, & l'arc d'un degré, la différence est à peine de la valeur d'un quart de seconde ; ainsi l'on peut prendre l'un pour l'autre, & dire en général que *la parallaxe de hauteur est égale à la parallaxe horizontale multipliée par le cosinus de la hauteur apparente.* C'est ainsi que j'énoncerai toujours à l'avenir le théorême général de la parallaxe de hauteur, dont je ferai un usage fréquent ; & nommant *p* la parallaxe horizontale, & *h* la hauteur apparente, je supposerai qu'on a toujours la parallaxe de hauteur $=$ *p*. cos. *h*.

583. La parallaxe horizontale d'un astre est d'autant plus petite que sa distance est plus grande ; car plus le point *H* se rapprochera du point *O*, plus l'angle *THO* augmentera. Dans le triangle *THO* on a cette proportion, *TH* : *TO* : : *R* : sin. *THO* ; si l'astre est en *N* on aura dans le triangle *TNO* cette proportion *TN* : *TO* : : *R* : sin. *TNO* ; la premiere proportion donne cette équation, *TH* sin. *THO* $=$ *R* *TO* ; la seconde proportion donne celle-ci, *TN*. sin. *TNO* $=$ *R*. *TO* ;

donc *TH*. ſin. *THO*=*TN*. ſin. *TNO* ; donc *TH*:*TN* : : ſin. *TNO* : ſin. *THO* : car en réduiſant cette derniere proportion en équation ou à l'équation *TH*. ſin. *THO*=*TN*. ſin. *TNO* ; donc la diſtance *TH* dans le premier cas, eſt à la diſtance *TN* dans le ſecond cas, comme le ſinus de la parallaxe dans le ſecond cas eſt au ſinus de la parallaxe dans le premier.

La même démonſtration auroit lieu, quel que fût l'angle *TOH*, pourvu que les points *N* & *H* fuſſent ſur une même ligne *ONH*; ainſi lorſque la hauteur apparente eſt ſuppoſée la même, les ſinus des parallaxes de hauteur ſont en raiſon inverſe des diſtances.

584. La parallaxe d'un aſtre augmente dans le même rapport que ſon diametre apparent ; en effet, lorſqu'un aſtre s'éloigne il diminue de grandeur apparente dans la proportion inverſe de ſa diſtance; mais ſa parallaxe horizontale diminue de la même maniere & dans le même rapport (583); ainſi la parallaxe d'un aſtre eſt toujours comme ſon diametre. Si ce diametre apparent diminue de moitié par l'éloignement de la planete, la parallaxe diminuera auſſi de moitié, & le même rapport ſubſiſtera toujours entre le diametre apparent & la parallaxe horizontale d'un aſtre, quelle que ſoit ſa diſtance : ainſi le diametre de la Lune eſt toujours les $\frac{6}{11}$ de ſa parallaxe, & le cube de cette fraction marque la groſſeur de la Lune ou ſon volume par rapport à la Terre $\frac{1}{49}$.

585. Lorſqu'on connoît la parallaxe horizontale d'un aſtre, il eſt aiſé de connoître ſa diſtance : en effet, dans le triangle rectangle *THO*, l'on connoît le demi diametre de la terre *TO*, qui eſt de 1432 ½ lieues, (chacune de 2283 toiſes), & l'angle *HOT* qui eſt de 90°, puiſqu'on ſuppoſe la planete dans l'horizon; ſi donc on connoît de plus l'angle *THO* qui eſt la parallaxe horizontale, il ſera aiſé de réſoudre le triangle *TOH*, & de connoître la diſtance *TH*; c'eſt ainſi qu'on a trouvé les diſtances en lieues rapportées à la fin de cet ouvrage; c'eſt ainſi que les aſtronomes parviennent à connoître l'étendue des eſpaces immenſes que les planetes parcourent.

Méthodes pour trouver la Parallaxe horizontale d'une Planete.

586. Les astronomes ont travaillé dans tous les temps à connoître les distances des planetes par le moyen de leurs parallaxes, & sur-tout la parallaxe de la lune qui est la plus sensible. Les éclipses de lune fournissent une méthode qui pouvoit être assez bonne autrefois pour trouver à peu près la parallaxe de la lune; on en verra la démonstration quand nous parlerons des éclipses (619).

587. On a sur-tout employé la méthode des plus grandes latitudes, qui consiste à observer combien la latitude méridionale de la lune, quand elle passe au méridien fort près de l'horizon, surpasse la plus grande latitude boréale quand la lune est fort haute; ces deux latitudes qui seroient égales, vues du centre de la terre, ne peuvent différer qu'à raison de la parallaxe qui augmente l'une & qui diminue l'autre; ainsi quand on a la différence de ces deux latitudes observées, on peut en conclure la parallaxe qui a produit cette inégalité. Cette méthode fut autrefois celle de Ptolomée; Tycho & Flamsteed l'ont employée avec succès.

588. On a aussi employé la méthode des ascensions droites, dont Régiomontanus eut la premiere idée il y a 300 ans; elle consiste à observer l'ascension droite d'une planete lorsqu'elle est près de l'horizon à l'Orient, & quelques heures après lorsqu'elle est du côté du Couchant; l'ascension droite est augmentée par la parallaxe dans le premier cas, elle est diminuée dans le second, c'est-à-dire, quand l'astre est du côté du Couchant. Cette méthode a été principalement employée par M. Cassini & par Flamsteed pour trouver la parallaxe de Mars, & par conséquent celle du soleil.

589. La troisieme méthode pour déterminer la parallaxe est celle qui suppose deux observateurs très-éloignés l'un de l'autre, observant tout à la fois la hauteur d'un astre dans le méridien; c'est la plus naturelle & la plus exacte; c'est celle que j'ai employée en 1751, lorsque M. l'abbé de la Caille

étoit au Cap de Bonne-Espérance, & que j'observois en même temps la lune à Berlin, pour trouver la parallaxe de la lune, qui n'avoit jamais été déterminée par une méthode aussi exacte (*Mém. de l'Acad.* 1751, *pag.* 457).

Le cas le plus simple de cette méthode est celui où l'on auroit un observateur en *O* (*fig.* 67); & un autre en *D*, qui seroit éloigné du premier de la quantité *O D* égale à peu près à un quart de la terre. Le premier étant en *O*, il observeroit un astre *H* à l'horizon; le second étant en *D* l'observeroit à son zénith; dans ce cas l'angle *OHT*, qui est la parallaxe horizontale, seroit égal à l'angle *HTE*, c'est-à-dire au complément de l'arc *OD* qui est la distance des deux observateurs, ou la différence de leurs latitudes; car je les suppose placés sous le même méridien.

Il est impossible que les circonstances locales nous donnent dans la pratique un cas aussi simple que celui là; ainsi nous allons voir ce qui arrive quand les deux observateurs sont à une distance quelconque, & que l'astre leur paroît à des hauteurs quelconques.

590. Supposons, comme en 1751, un observateur *B*, (*fig.* 68) situé à Berlin, & un autre en *C* ou au Cap de Bonne-Espérance; *L* la lune que nous observions tous deux en même temps dans le méridien;) il n'importe que ce soit précisément au même instant pourvu qu'on sache de combien a dû varier la hauteur méridienne pendant l'intervalle des deux passages); *CLT* est la parallaxe de hauteur pour le Cap, BLT est la parallaxe de hauteur à Berlin, la somme de ces deux parallaxes est l'angle *CLB*, différence totale entre les positions de la lune, vues par les deux observateurs, ou argument total de la parallaxe horizontale; ce seroit leur différence si les Observateurs voyoient tous deux l'astre au Midi, ou tous deux au Nord. Quand on a les parallaxes de hauteur pour deux lieux quelconque, il est aisé d'avoir la parallaxe horizontale, puisqu'il ne faut que les diviser chacune par le cosinus de la hauteur observée; il ne s'agit donc que de diviser l'effet total *CLB* en deux parties qui soient entre elles comme les cosinus des hauteurs, & de diviser chacune de ces deux parties par le cosinus de la hau-

teur qui lui répond. C'est par cette méthode que j'ai trouvé la parallaxe de la lune dans les moyennes distances de 58′ 3″; mais elle varie soit à cause de la figure elliptique de l'orbite lunaire, soit à cause de l'attraction du soleil & de la lune. La plus grande parallaxe de la lune, (lorsqu'elle est dans son périgée & en opposition), est de 61′ 25″; la plus petite parallaxe qui a lieu dans l'apogée en conjonction, est de 53′ 53″, sous la latitude de Paris; l'applatissement de la terre fait qu'il y a 9″ de plus sous l'équateur, & 7″ de moins sous les poles, en sorte que la parallaxe équatoriale surpasse de 16″ la parallaxe polaire de la lune (821).

Ces méthodes ont fait trouver aussi que la parallaxe du soleil n'étoit que d'environ 10″; mais le passage de Vénus sur le soleil, observé en 1769, nous a appris avec plus de précision que cette parallaxe n'est que de 8 secondes & demie, d'où il suit que le soleil est 400 fois plus éloigné de nous que la lune, puisque sa parallaxe est 400 fois plus petite.

591. Quand on aura vu ci après que la terre est applatie (816), on ne pourra s'empêcher d'en conclure que la parallaxe est un peu différente en différents pays, suivant que la distance au centre est plus ou moins grande. Les Astronomes ont cherché pendant bien des années une méthode facile de faire entrer cette considération dans le calcul des parallaxes, voici celle que je donnai dans nos Mémoires de 1764.

L'ellipse *POE* (*fig.* 69.) représente un méridien de la terre, *P* le pole élevé, *O* le lieu de l'observateur, *ON* la verticale ou la perpendiculaire à l'horizon & à la surface de la terre en *O*; *CNH* la méridienne horizontale, ou la commune section du méridien avec l'horizon; *CON* l'angle de la verticale avec le rayon *CO*, qui est à Paris d'environ 15″, dont on donnera la Table (821), & que j'appelle *a*. La perpendiculaire *ON* est sensiblement égale au rayon *CO*, à cause de la petitesse de l'angle *CON*; la valeur du rayon *CO* pour différentes latitudes se trouvera dans le huitieme Livre, ainsi que la Table de la quantité, dont la parallaxe à chaque latitude terrestre est plus grande que la parallaxe polaire qui a pour base *CP* (821). La parallaxe qui auroit pour base *NO* seroit plus petite d'un cent millieme que la parallaxe horizontale, qui a pour base *CO*; mais on peut négliger ici cette différence, qui ne va qu'à un trentieme de seconde. Si l'observateur *O* étoit situé en *N*, il verroit encore la lune dans le même vertical où il la voit du point *O*, & au même point d'azimut sur l'horizon; mais cet azimut où la lune paroît, vue du point *O* ou du point *N*, quand la lune n'est pas au méridien, est différent de celui où elle paroîtroit, si on l'observoit du

centre C de la terre ; les rayons menés du point C & du point N jusqu'à la lune, font alors un angle que j'appelle la PARALLAXE D'AZIMUT. Si le rayon dirigé vers la lune est perpendiculaire à CN, cette ligne CN sera la sous-tendante ou la mesure de la parallaxe d'azimut, puisque dans les arcs très-petits les sinus & les tangentes ne different pas sensiblement des arcs, & si l'on appelle p la parallaxe horizontale qui répond au rayon CO ou ON, l'on aura 1 ou CO : sin. a ou CN : : p : parallaxe d'azimut ; ainsi cette parallaxe qui répond à CN sera $= p$ sin. a, la lune étant à l'horizon & ayant 90° d'azimut, c'est-à-dire, étant dans le premier vertical.

592. Si la lune s'éloigne vers le nord & que son azimut compté depuis le midi soit plus grand que 90°, l'angle à la lune dont CN est la base, deviendra plus petit. Soit CN (*fig.* 70) la même ligne que dans la figure 69, tracée séparément, & qui s'étend horizontalement du midi au nord depuis le centre de la terre jusqu'à la verticale, que le rayon CMR soit dirigé vers le point de l'horizon où la lune répond & qui marque l'azimut de la lune, égal à l'angle NCM que j'appellerai z ; la perpendiculaire MN abaissée du point N sur CR sera la mesure de la parallaxe d'azimut, au lieu de CN ; en effet, c'est la même chose, quant à cette parallaxe, que la lune soit vue du point C ou du point M, l'un & l'autre point étant dans un même vertical, & d'ailleurs il vaut mieux quant à la mesure de cette parallaxe considérer la lune comme vue du point M. Or $MN = CN$ sin. NCM, ou CN sin. z ; la parallaxe qui répond à CN est p sin. a ; donc celle qui répond à MN est p sin. a sin. z : c'est la valeur générale de la parallaxe d'azimut, la lune étant à l'horizon, avec un azimut égal à z.

593. La parallaxe d'azimut employée dans le calcul des éclipses, (710) doit être mesurée sur un arc de grand cercle, tiré par le centre de la lune, parallelement à l'horizon ou perpendiculairement au vertical ; ce petit arc ne change point, quelle que soit la hauteur de la lune, parce qu'il est formé dans tous les cas par la rencontre des lignes qui sont toutes deux menées des points M & N à la lune ou dans le plan de l'horizon, ou dans un même plan dont la partie NM est horizontale, & qui vont se réunir à la lune ; ainsi la parallaxe d'azimut pour une hauteur quelconque de la lune sera encore p sin. a sin. z : on en verra l'usage dans le calcul des éclipses (710).

594. Cette parallaxe d'azimut entraîne un petit changement dans la parallaxe de hauteur. En effet, si l'observateur étoit situé en N (*fig.* 69), la parallaxe de hauteur seroit mesurée par ON, & seroit p cos. h, suivant la regle ordinaire (582) : mais la hauteur vraie vue du centre C de la terre est un peu moindre, si la lune est au midi du premier vertical ; & un peu plus grande si la lune est au nord ou du côté du pole élevé, puisque le rayon tiré du point C & celui qui est tiré du point N n'ont pas la même inclinaison ; il faut donc faire une correction à la parallaxe de hauteur trouvée par la regle ordinaire.

595 Soit L (*fig.* 70), la lune hors du méridien : CML le plan du vertical dans lequel se trouve la lune, en sorte que l'angle LCM soit la

hauteur de la lune vue du centre de la terre, la ligne *CM* étant à la fois & dans le plan de l'horizon, & dans le plan du vertical de la lune; soit aussi le petit arc *NM* perpendiculaire sur *CM*. La hauteur de la lune vue du centre *C* de la terre est plus petite que la hauteur vue du point *N* ou du point *M*, de la quantité de l'angle *CLM*; en effet, puisque le petit arc *NM* est perpendiculaire sur *CM*, il l'est aussi sur *LM*, parce qu'il est nécessairement perpendiculaire au plan du vertical *LMC*, & à toutes les lignes tirées au point *M* de ce plan : ainsi la ligne *NM* étant comme infiniment petite par rapport à la grande distance *LM*, les lignes *LM* & *LN* sont sensiblement égales; le point *M* est donc placé de la même façon & à la même distance de la lune *L*, que le point *N*; donc la hauteur de la lune vue du point *N* ou vue du point *M* est sensiblement la même. Mais la hauteur de la lune vue du point *M*, qui est l'angle *LMR*, est plus grande que la hauteur vue du point *C*, c'est-à-dire, que l'angle *LCM*, de la quantité de l'angle *CLM*, parce que dans le triangle *CLM*, on a l'angle extérieur *LMR* égal aux deux intérieurs pris ensemble *LCM*, *CLM*; donc la hauteur de la lune vue du point *C* est plus petite que la hauteur vue du point *N*, de la quantité *CLM*.

596. Lorsque la lune est hors du méridien, cet angle *CLM* est plus petit que lorsque la lune est dans le méridien, & cela dans le rapport du cosinus de l'azimut au rayon. En effet, lorsque la lune est dans le méridien, (supposant que sa hauteur & sa distance soient les mêmes que dans le cas précédent), le point *M* tombe en *N*, l'angle *LCN* est la hauteur de la lune; car il faut concevoir le sommet *L* du triangle *CLM* relevé en l'air perpendiculairement au-dessus du plan de la figure. Si l'on examine dans ces deux cas la valeur de l'angle *CLM*, on verra que l'angle *CLM* a pour base la ligne *CM*, quand la lune est hors du méridien, & que dans le méridien il a pour base la ligne *CN*; comme tout est égal d'ailleurs, soit la distance *CL*, soit l'inclinaison du rayon *CL* sur la base *CN* ou *CM*, & que les lignes *CM* & *CN* sont extrêmement petites, les petits angles seront entr'eux comme leurs bases *CN* & *CM*; mais dans le triangle *CMN* rectangle en *N*, *CN* est à *CM* comme le rayon est au cosinus de l'angle *NCM* qui est l'azimut de la lune; donc la différence *CLM* entre les hauteurs de la lune vues du point *N* & du point *C*, quand la lune est hors du méridien, est à cette même différence quand la lune est dans le méridien, à hauteur égale, comme le cosinus de l'azimut est au rayon.

597. L'angle *MLC*, dans le cas où il seroit le plus grand & où il auroit pour base la ligne entiere *CN* seroit égal à p sin. a, (591); car il seroit alors la parallaxe d'azimut : si donc il avoit pour base & pour mesure le petit arc *CM*, nommant z l'azimut *NCM*, on aura cette proportion ; $1 : \text{cosin. } z :: p \text{ sin. } a : CLM$; donc l'angle *CLM* seroit égal à p sin. a cosin. z, dans le cas où *CL* seroit perpendiculaire à *CM*, mais à cause de l'obliquité de la ligne *CL* & de l'angle *LCR* sur la base *CM*, qui diminue l'angle *CLM*, il n'a plus pour mesure que *MS* qui est à *CM*, comme le sinus de la hauteur *MCS* est au rayon, ou comme sin. $h : 1$; donc l'angle *CLM* est égal à p sin. a cos. z sin. h, équation de la parallaxe de hauteur dans le sphéroïde applati.

598. Cette correction est additive à la parallaxe calculée pour le point *N*, lorsque la lune est entre le premier vertical & le pole élevé ; dans tous les autres cas, on la retranche de la parallaxe calculée par la méthode ordinaire, & l'on a la véritable parallaxe de hauteur dans le sphéroïde applati. Je donnerai dans le Livre suivant (718) une méthode pour calculer les éclipses par les seules parallaxes de hauteur & d'azimut : c'est ce qui m'a déterminé à expliquer ici tout ce qui concerne ces parallaxes.

599. Quand on calcule la parallaxe de hauteur par la formule p cosin. h (582), on suppose le centre de la terre en *N* (*fig.* 69) sur la verticale *ON*, & l'on trouve la différence entre le lieu vu du point *O* & le lieu vu du point *N*, avec la même parallaxe horizontale, qui a pour base *ON* égale à *OC*, soit sur la terre sphérique, soit dans le sphéroïde; mais comme c'est au centre *C* qu'il est nécessaire de réduire le lieu de la lune, on est obligé d'ôter de la parallaxe p cos. h la correction p fin. a. fin. h. cos. z, qui devient additive quand l'azimut compté du point du midi ou du point opposé au pole élevé est plus grand que 90 degrés. C'est ainsi que l'on parvient sur la terre applatie, comme sur la terre sphérique, à réduire au centre *C* de la terre le lieu vu du point *O*, par un petit changement de hauteur & d'azimut, quand on connoît les rayons de la terre, & les angles des verticales avec les rayons de la terre, dont on trouvera la Table dans le huitieme Livre (821).



LIVRE V.

Des Eclipſes.

600. LEs Eclipſes (*a*) de ſoleil arrivent lorſque dans la conjonction la lune cache le ſoleil à nos yeux, & les éclipſes de lune lorſque dans l'oppoſition la terre intercepte la lumiere du ſoleil qui éclairoit la lune, ou que la lune entre dans l'ombre de la terre (544).

Si l'orbite de la lune étoit dans l'écliptique ainſi que l'orbite du ſoleil, il y auroit des éclipſes dans toutes les conjonctions & dans toutes les oppoſitions, mais l'orbite de la lune eſt inclinée de 5° ſur l'écliptique (565), & ne la coupe que dans les deux points que nous appellons les *nœuds*; ainſi les éclipſes ne peuvent arriver que dans les temps où la lune eſt près de ces nœuds, & qu'elle eſt aſſez près de l'écliptique pour pouvoir nous cacher le ſoleil qui ne quitte jamais l'écliptique, ou entrer dans l'ombre de la terre qui eſt toujours auſſi dans le plan de l'écliptique.

601. Le mouvement du ſoleil, celui de la lune, & celui de ſes nœuds produit dans le retour des éclipſes des inégalités continuelles, que les anciens durent avoir beaucoup de peine à démêler : il paroît que ſix à ſept cents ans ſeulement avant J. C. on commença d'y appercevoir une eſpece de régularité.

602. Les anciens voyant que les éclipſes n'arrivoient point dans des intervalles de temps uniformes & réguliers, chercherent combien il falloit prendre de mois ou de jours pour avoir un mouvement de la lune qui fût toujours de la même quantité dans le même intervalle de temps ; ils trouverent 6585 jours & 8 heures, qui font 223 mois lunaires

(*a*) ἐκλείπω, *deficio*, c'eſt auſſi de-là qu'on a tiré le mot d'écliptique, pour exprimer le cercle près duquel arrivent néceſſairement les éclipſes.

ou 18 ans & 10 jours; il revenoit toujours une éclipse semblable au bout d'un pareil espace de temps, lorsque le soleil avoit fait 18 révolutions avec 10° 40'. Dans cet intervalle, toutes les inégalités de la lune avoient eu leurs cours, & commençoient toutes ensemble, soit en longitude, soit en latitude (*Almag. IV. 2. p. 77*). M. Halley appelle cet intervalle *Saros*, période *Chaldaïque*, ou période de *Pline* : il est probable que si les Anciens parvinrent à prédire des éclipses, comme celle de Thalès 603 ans avant J. C. ce ne pouvoit être que par le moyen de cette période. C'est ainsi que M. Halley prédit l'éclipse de soleil du deux juillet 1684. v. 5. par le moyen de celle qu'on avoit observée le 21 juin 1666; cette méthode suffit pour annoncer à peu près les mois & les jours où il doit y avoir des éclipses, & même pour corriger les Tables & prédire très-exactement une éclipse par le moyen de celle qu'on a observée 18 ans auparavant.

603. Connoissant le lieu des nœuds de la lune, on choisit les mois de l'année où le soleil se trouve aux environs de ces nœuds, & l'on cherche les jours de la nouvelle lune & de la pleine lune dans ces mois-là, pour savoir si la latitude de la lune n'est que d'environ un degré, parce qu'alors on a lieu de croire qu'il peut y avoir éclipse.

604. Pour être certain qu'il peut y avoir éclipse dans une nouvelle ou pleine lune, & pour pouvoir en calculer les circonstances, il faut avoir l'heure & la minute de la conjonction ou de l'opposition, c'est-à-dire, l'instant où le lieu de la lune, calculé par les Tables, est le même que celui du soleil dans l'écliptique : il faut aussi calculer la latitude de la lune pour le moment de la conjonction; le mouvement horaire de la lune en longitude & en latitude, la parallaxe & les diametres du soleil & de la lune; c'est un préliminaire essentiel dans le calcul de toutes les éclipses de soleil ou de lune.

605. Avec les mouvements horaires de la lune en longitude & en latitude, il faut trouver l'inclinaison de son orbite par rapport à l'écliptique; d'abord l'inclinaison de l'or-

bite vraie, ensuite celle de l'orbite relative; cela est nécessaire pour les éclipses de lune, & même pour les éclipses de soleil quand on veut en avoir les phases pour différents pays de la terre; voilà pourquoi je vais placer cet article au nombre des préliminaires généraux du calcul des éclipses.

Lorsqu'on calcule une conjonction de deux planetes, ou d'une planete à une étoile, une éclipse ou un appulse, on n'a besoin que de connoître la quantité dont un des astres se rapproche de l'autre, ou le mouvement relatif. Par exemple, dans une éclipse de soleil on demande avec quelle vîtesse & dans quelle direction la lune s'approche du soleil; il suffit pour cet effet de chercher combien la longitude d'une planete surpasse celle de l'autre dans l'espace d'une heure, & combien une latitude excede l'autre dans le même espace de temps: ce n'est pas le mouvement réel, total & absolu, de chacune des deux planetes, mais l'excès d'un des mouvements sur l'autre qui produit une conjonction ou une éclipse.

606. On peut donc ne faire aucune attention au mouvement d'une des deux planetes, pourvu qu'on donne à l'autre la différence des deux mouvements, c'est-à-dire, qu'en faisant mouvoir seulement l'une des deux on lui fasse changer de longitude & de latitude par rapport à l'autre, autant qu'elle en change réellement par la combinaison des deux mouvements pris ensemble; on aura par ce moyen la conjonction apparente des deux astres, tout de même que si l'on considéroit les deux mouvements à la fois.

607. Ainsi pour calculer une conjonction de deux planetes, on ne considere que le mouvement relatif, c'est-à-dire, le mouvement de l'une par rapport à l'autre, & on suppose fixe l'une des deux; cette supposition ne fait que simplifier le calcul & ne change rien à l'état des choses; car si une planete avance par heure de 36 minutes vers l'orient, & l'autre de 2 minutes du même côté, il est évident qu'elles ne changeront que de 34 minutes l'une par rapport à l'autre, & elles seront à la même distance que si l'une étant

fixe, l'autre n'avoit eu que 34′ de mouvement. La distance à laquelle nous paroissent les deux planetes, l'une par rapport à l'autre, est une petite ligne droite, hypothénuse d'un triangle dont les deux côtés sont la différence de longitude & la différence de latitude ; ainsi cette distance sera toujours la même quand on aura les mêmes différences en longitude & en latitude, soit qu'elle soit le résultat de deux mouvements ou d'un seul.

608. On pourra donc faire un triangle *MNO* (*fig.* 71), dont les côtés *MN* & *NO* soient égaux chacun à la différence des mouvements horaires en longitude & en latitude, l'angle *OMN* sera l'inclinaison de l'orbite relative, & *MO* le mouvement horaire sur cette orbite relative ; on pourra supposer que le soleil étant resté fixe en *M*, la lune a décrit *MO* : par le moyen de cette supposition on voit que les deux planetes différeront, soit en longitude, soit en latitude autant que lorsqu'on laissoit à chacune son mouvement particulier ; tout se passera donc entr'elles, & toutes les apparences seront les mêmes qu'auparavant ; la supposition de l'orbite relative *MO* ne fera que simplifier le calcul, en employant un seul mouvement qui équivaut aux deux autres.

609. Ainsi l'orbite relative *MO* est celle que l'on peut supposer à la place de l'orbite réelle, & dans laquelle pourroit se mouvoir une des deux planetes sans que ses distances réelles par rapport à l'autre parussent être changées. Dans le triangle *MNO* on a ces proportions de trigonométrie rectiligne : *MN* est à *NO*, comme le rayon est à la tangente de l'angle *OMN*, & le cosinus de l'angle *OMN* est au rayon, comme *MN* est à *MO* ; ainsi pour trouver l'inclinaison de l'orbite relative & le mouvement horaire relatif, on fera ces deux proportions : *La différence des deux mouvements horaires en longitude, est à la différence des mouvements en latitude, comme le rayon est à la tangente de l'inclinaison relative.* Ensuite, *le cosinus de l'inclinaison relative est au rayon comme la différence des mouvements horaires en longitude est au mouvement horaire* MO *sur l'orbite relative.*

C'eſt celui dont nous ferons uſage (620), & nous en donnerons un exemple à l'art. 621 (*a*).

610. On ſuppoſe dans ces deux proportions que les planetes vont du même ſens tant en longitude qu'en latitude; mais ſi l'une étoit directe & l'autre rétrograde, c'eſt-à-dire, ſi l'une des longitudes étoit croiſſante & l'autre décroiſſante, il faudroit prendre la *ſomme* des mouvements horaires en longitude, au lieu de leur différence. De même ſi l'une des latitudes étoit croiſſante & l'autre décroiſſante, du même côté de l'écliptique, c'eſt-à-dire, ſi l'une alloit au nord & l'autre au midi par le mouvement horaire en latitude, il faudroit prendre la *ſomme* des mouvements en latitude au lieu de leur différence; tout cela peut avoir lieu quand on calcule les éclipſes des planetes par la lune (725).

611. Dans les éclipſes de lune ce n'eſt pas le ſoleil, mais le point oppoſé au ſoleil que l'on conſidere comme l'une des deux planetes; ce point oppoſé au ſoleil, qui eſt le centre de l'ombre de la terre, a le même mouvement horaire en longitude que le ſoleil lui-même, & par conſéquent doit ſe traiter comme le ſoleil. Le ſoleil n'ayant aucun mouvement horaire en latitude, c'eſt celui de la lune ſeule que l'on emploie dans les deux proportions de l'article 609.

612. Dans le calcul des éclipſes de lune on peut ſe contenter d'ajouter 8 ſecondes à la différence des mouvements horaires en longitude, pour avoir le mouvement relatif ou compoſé, de la lune au ſoleil, & éviter la ſeconde analogie, parce que dans un triangle dont un angle eſt de $5^\circ\frac{1}{2}$, & l'hypothénuſe d'un demi-degré, le grand côté a environ $8''$ de moins que l'hypothénuſe.

613. Dans les éclipſes de ſoleil ou d'étoiles que l'on ne veut calculer que par une opération graphique (695), on n'a beſoin de ſavoir qu'à 5 minutes près, l'inclinaiſon de l'orbite lunaire; on peut alors ſuppoſer toujours que l'inclinaiſon eſt de $5^\circ\ 40'$ pour les éclipſes de ſoleil, & $5^\circ\ 9'$ pour les éclipſes d'étoiles; mais ſi l'on veut calculer l'éclipſe ri-

(*a*) Il faut bien diſtinguer l'orbite relative de l'orbite apparente (718).

goureusement, & même s'il s'agit d'une éclipse d'étoile par la lune, il faut chercher le mouvement horaire de la lune en longitude & en latitude, & faire les proportions de l'article (609).

Des Eclipses de Lune.

614. L'éclipse de lune est l'obscurité produite sur le disque de la lune, par l'ombre de la terre. L'éclipse totale est celle où la lune entiere est obscurcie : l'éclipse partiale est celle où une partie du disque de la lune conserve sa lumiere. L'éclipse *centrale* est celle qui a lieu quand l'opposition arrive dans le point même du nœud ; la lune traverse alors par le centre même le cône d'ombre.

615. Il y a des années où il n'arrive aucune éclipse de lune, comme en 1767, mais communément il en arrive plusieurs chaque année.

616. Si la lune au moment de son opposition vraie est assez loin de ses nœuds pour que sa latitude surpasse 64 minutes, il ne sauroit y avoir éclipse, parce que l'ombre de la terre (618) n'occupe jamais dans l'orbite de la lune plus de 47 minutes, & le demi-diametre 17′ : ainsi pour que le bord de la lune puisse toucher l'ombre de la terre, il faut que la distance de leurs centres ou la latitude de la lune ne surpasse pas 64′ : si cette distance surpasse 30′ l'éclipse ne sauroit être totale.

617. Nous mesurons les mouvements de la lune par les arcs célestes qu'elle paroît décrire ; il est donc nécessaire de mesurer de la même maniere l'ombre qu'elle traverse dans les éclipses, c'est-à-dire, la largeur de ce cône ténébreux que la terre répand derriere elle, en interceptant la lumiere du soleil, comme font tous les corps opaques.

Soit *S* le centre du soleil (*fig.* 72) *T* le centre de la terre, *L* celui de la lune en opposition, *SA* le demi-diametre du soleil, *TB* le demi-diametre de la terre, *LC* le demi-diametre de l'ombre de la terre dans l'endroit où la lune doit la traverser; cette ligne *LC* est le rayon du cercle qui forme la section, perpendiculaire à l'axe, du cône de l'ombre dans la région de la lune.

L'angle

L'angle CTL formé au centre de la terre & qui a pour base le côté *CL*, est ce qu'on appellera le demi-diametre de l'ombre; c'est l'angle sous lequel nous paroît le mouvement de la lune, ou l'arc de son orbite qu'elle décrit pendant la demi-durée de l'éclipse du centre, c'est-à-dire, en traversant l'ombre de C en L.

618. Le triangle rectiligne CAT dont le côté AT est prolongé jusqu'en D, a son angle externe CTD, égal aux deux angles internes opposés pris ensemble, c'est-à-dire, aux angles BAT & BCT, dont l'un est la parallaxe du soleil, l'autre celle de la lune (579); ainsi l'angle CTD est égal à la somme des parallaxes; si l'on en ôte l'angle LTD il restera l'angle CTL ou le demi diametre de l'ombre; mais l'angle LTD est égal à l'angle opposé ATS, qui mesure le demi-diametre apparent du soleil; donc si l'on ôte *de la somme des parallaxes le demi-diametre apparent du soleil, le reste sera le demi diametre de l'ombre*, coupé dans la région de la lune à la distance TL de la terre; le cercle formé par cette section du cône d'ombre est représenté séparément dans la figure 73 vu de face; c'est le cercle d'ombre, dont le rayon est LG dans la figure 72 où l'ombre étoit vue de côté.

Exemple. La parallaxe horizontale de la lune au moment de l'opposition du 17 mars 1764, étoit de 60′ 56″, la parallaxe horizontale du soleil est constamment de $8\frac{1}{2}$ secondes (590), la somme des parallaxes est donc 61′ 5″; si l'on en ôte le demi-diametre du soleil 16′ 5″, on aura pour le demi-diametre de l'ombre 45′ 6″. Il y faudra encore ajouter environ 45″, c'est-à-dire, autant de secondes qu'il y a de minutes à cause de l'athmosphere de la terre qui paroît augmenter l'ombre à peu près d'un soixantieme.

Le demi diametre de l'ombre trouvé par la regle précédente, peut varier depuis 37′ 46″ jusqu'à 46′ 19″; il est le plus grand quand la lune est périgée & le soleil apogée.

619. Puisque le diametre de l'ombre est égal à la somme des parallaxes moins le demi-diametre du soleil, & que la parallaxe du soleil est fort petite, il est clair qu'en ôtant le

demi diametre du soleil de la parallaxe de la lune on aura le demi diametre de l'ombre; si l'on connoît donc la valeur de ce demi diametre par la durée d'une éclipse observée, & qu'on y ajoute le demi diametre du soleil, on aura la parallaxe de la lune. Cette méthode a pu servir à trouver cette parallaxe lorsqu'elle étoit peu connue (586).

Trouver les Phases d'une Eclipse de Lune.

610. Lorsqu'on connoît l'heure de la pleine lune ou de l'opposition vraie (604), la latitude de la lune pour ce temps là, l'inclinaison de son orbite qui dépend du mouvement horaire de la lune tant en longitude qu'en latitude, on doit chercher le temps du milieu de l'éclipse.

Soit O (*fig.* 73), le point de l'écliptique opposé au soleil, ou le centre de l'ombre de la terre à la distance de la lune; OG le demi diametre de l'ombre, ELS l'orbite relative de la lune (609); L le lieu de la lune au moment de l'opposition, OL la latitude de la lune, ou sa distance à l'écliptique KG; OM la perpendiculaire abaissée sur l'orbite relative EMS. Au moment où l'éclipse commence, la lune étant en E, le bord de la lune touche en P le bord de l'ombre; ainsi E est le lieu de la lune au commencement de l'éclipse; de même le point S est le lieu de la lune à la fin de l'éclipse, ou à la sortie de l'ombre. Les triangles MOE, MOS sont égaux, puisqu'ils ont un côté commun OM, les côtés égaux OE & OS, & qu'ils sont rectangles l'un & l'autre en M; ainsi le côté EM est égal au côté MS; donc le point M indique le milieu de l'éclipse; au lieu que le temps de l'opposition arrive quand la lune est au point L de son orbite sur un cercle de latitude OL perpendiculaire à l'écliptique KG dans le point O qui est directement opposé au soleil.

611 Dans le triangle LOM, formé par le cercle de latitude OL & par la perpendiculaire OM, l'angle LOM est égal à l'inclinaison de l'orbite relative de la lune (609); puisque la perpendiculaire à l'orbite & la perpendiculaire à l'écliptique, font nécessairement le même angle que l'orbite

fait avec l'écliptique ; avec cet angle on a aussi le côté LO latitude en opposition ; on trouvera donc LM en faisant cette proposition : *Le rayon est au sinus de l'inclinaison, comme la latitude* OL *est à l'intervalle* LM. On le réduira en temps à raison du mouvement horaire de la lune, en disant : *Le mouvement horaire relatif* (609) *est à* 1ʰ *ou* 3600″, *comme l'espace* ML *est au temps qu'il y aura entre la conjonction & le milieu de l'éclipse* On retranchera cet intervalle de temps, du moment de l'opposition, si la latitude de la lune est croissante ; on l'ajoutera au temps de l'opposition si la latitude est décroissante, ou que la lune aille en se rapprochant de l'écliptique & du nœud, & l'on aura le milieu de l'éclipse.

622. EXEMPLE. Dans l'éclipse de lune du 17 mars 1764, on trouve par les tables que la pleine lune ou l'opposition vraie devoit arriver à 12h 6′ 12″ ; le mouvement horaire de la lune étoit de 37′ 23″ en longitude, & 3′ 26″ en latitude, le mouvement horaire du soleil 2′ 29″ ; la différence des mouvements horaires, 34′ 54″, est au mouvement en latitude 3′ 26″, comme le rayon est à la tangente de l'inclinaison relative 5° 37′ : le cosinus de cette inclinaison 5° 37′ est au rayon, comme la différence des mouvements horaires en longitude, 34′ 54, est au mouvement horaire de la lune sur son orbite relative 35′ 4″.

La latitude de la lune en opposition étoit de 38′ 42″ ; le rayon est au sinus de l'inclinaison 5° 37′, comme la latitude 38′ 42″ est à l'intervalle ML, qu'on trouve de 3′ 47″ en parties de degrés. Le mouvement horaire relatif 35′ 4″ est à 60′ 0″, comme 3′ 47″ sont à 6′ 28″ de temps ; on ajoutera cet intervalle, parce que la latitude étoit décroissante, la lune n'étant pas encore arrivée à son nœud ; & comme le temps de l'opposition est 12ʰ 6′ 12″, on aura le milieu de l'éclipse à 12ʰ 12′ 40″, c'est-à-dire, le 18 mars, ou 12′ 40″ du matin.

623. Les mêmes quantités qui ont servi à trouver la différence LM entre la conjonction & le milieu de l'éclipse, serviront à trouver la plus courte distance OM de

l'orbite lunaire au centre de l'ombre ; car dans le triangle LOM rectangle en M, on connoît LO qui est la latitude au temps de la conjonction, & l'angle LOM égal à l'inclinaison de l'orbite relative de la lune, on trouvera le côté OM de ,8′ 31″.

624. Pour trouver le commencement & la fin de l'éclipse, soit E le centre de la lune à son entrée dans l'ombre, lorsque l'éclipse commence ou que le premier bord de la lune touche en P le bord de l'ombre. La distance OE des centres de la lune & de l'ombre, est composée des quantités OP & PE ; dont l'une OP est le demi-diametre de l'ombre (618), & l'autre le demi-diametre de la lune EP ; de même la distance OS, à la fin de l'éclipse, est composée des quantités OR & RS, c'est-à-dire, qu'elle est aussi égale à la somme du demi-diametre de l'ombre & de celui de la lune ; dans notre exemple ce sera 1° 3′ 19″.

625. Dans le triangle OEM, rectiligne rectangle en M, on connoît la perpendiculaire OM (623), & la somme OE des demi-diametres de la lune & de l'ombre ; on cherchera le troisieme côté ME : l'on convertira ce côté ME en temps par la proportion suivante. Le mouvement horaire de la lune sur son orbite relative, 35′ 4″ est à 1 heure ou 3600″, comme le côté trouvé ME, 50′ 15″ est à la demi-durée de l'éclipse, 1h 25′ 59″.

626. Cette demi-durée de l'éclipse est le temps que la lune employoit à aller de E en M ; mais le milieu de l'éclipse en M a été trouvé 12 heures 12′ 40″ (622) ; si l'on en retranche 1 heure 25′ 59″, on aura pour le commencement de l'éclipse 10 heures 46′ 41″ ; & si on l'ajoute, on aura la fin de l'éclipse 13 heures 38′ 39″.

627. Dans les éclipses de lune qui sont totales, on a encore deux autres phases à chercher, qui sont l'IMMERSION & l'EMERSION, en N & en R (*fig.* 74), le centre de la lune est en D à l'instant où elle est assez avancée dans l'ombre, pour que son dernier bord N touche le bord intérieur de l'ombre ; on a un nouveau triangle OMD, dont l'hypothénuse OD est égale à la différence entre le demi-dia-

metre de l'ombre ON, & le demi-diametre DN de la lune, mais l'opération est la même que dans l'article 625 ; la demi-durée de l'éclipse totale se retranche du milieu de l'éclipse, pour avoir l'immersion qui arrive en D, & elle s'ajoute pour avoir l'émersion qui arrive en V.

6.8. Lorsqu'on a la plus courte distance des centres OM (*fig.* 73), le demi-diametre de l'ombre OA, & le demi-diametre de la lune MB, il est aisé de trouver la partie éclipsée de la lune, c'est-à dire, la quantité AC. Car AM est égale à OA—OM, si l'on y ajoute MC, l'on aura AC; donc AC est égal à OA+MC—OM, c'est à dire, que *la partie éclipsée est égale à la somme des demi diametres de la lune & de l'ombre, moins la plus courte distance.* Il en seroit de même de la partie AC (*fig.* 74), qu'on appelle aussi la grandeur de l'éclipse, en y comprenant la partie de l'ombre qui déborde la lune.

Exemple. Dans l'éclipse du 17 mars 1764, la somme des demi-diametres est 65′ 17″, la plus courte distance est 36′ 3.″, la différence 24′ 48″ est la partie éclipsée AC. On a coutume de l'exprimer en doigts ou en douziemes parties du diametre de la lune ; on fera donc cette proportion : le diametre apparent de la lune 33′ 8″ est à 12 doigts 0 minutes, comme 24′ 48″ sont à un quatrieme terme, qu'on trouvera 8^d $56'\frac{1}{2}$: ainsi la grandeur de l'éclipse sera de huit doigts, & $56'\frac{1}{2}$ de doigts.

629. On peut déterminer encore sans calcul, avec la regle & le compas, toutes les circonstances d'une éclipse de lune, aussi-tôt qu'on a calculé par les tables le temps de la conjonction, la latitude, la parallaxe, & le mouvement horaire. Cette méthode est même très suffisante, lorsqu'il ne s'agit que d'annoncer les éclipses qui doivent arriver : car on ne sauroit se tromper d'une minute dans l'opération graphique, si la figure a seulement un pied de diametre ; & l'on ne peut être assuré d'une plus grande exactitude dans la prédiction d'une éclipse de lune ; à peine peut-on être sûr de l'observation même à une minute près. Ainsi je crois qu'on peut très-bien se contenter de l'opération graphique dans toutes les éclipses de lune.

630. EXEMPLE. Le demi-diametre de l'ombre de la terre dans la région lunaire ayant été trouvé de 46′ (618); je divise le rayon OG (*fig.* 73) en 46 parties; je prends OL égale à la latitude de la lune 38′$\frac{2}{3}$; & au point L, je tire l'orbite de la lune ELS, inclinée de 5° 37′, ou si l'on veut de 5° 40′ (613), sur la parallele à l'écliptique. Le mouvement horaire relatif étant de 35′, je prends 35′ sur les divisions de OG, je les porte sur l'orbite de L en X; & ayant marqué en L le temps de la conjonction 12 heures 6′, je marque 11 heures 6′ au point X éloigné du point L de la quantité du mouvement horaire; je divise XL en 60′ de temps, & les mêmes ouvertures de compas servent à diviser le reste de l'orbite ELMS. Je prends une ouverture de compas égale à la somme des demi-diametres de l'ombre & de la lune, 1° 3′, & la portant de O en S sur l'orbite relative, je trouve sur ses divisions que le point S répond à 13 heures 39 minutes, comme on l'a trouvé par le calcul (626).

631. LA PÉNOMBRE est une obscurité moindre que celle du cône d'ombre; c'est une lumiere foible, causée par une portion du disque du soleil, qui éclaire encore la lune lors même que le centre ne l'éclaire plus. Le point E (*fig.* 72), qui est sur le côté OEP du cône d'ombre, est dans une entiere obscurité, parce qu'il n'est éclairé par aucun rayon du soleil. Le point F, qui est sur la ligne AGF, menée par le bord supérieur A du soleil, & par le bord inférieur G de la terre, jouit d'une lumiere parfaite, parce qu'il voit le disque entier AO du soleil; mais tous les points situés entre E & F ne voient qu'une partie du disque solaire, ils ne reçoivent qu'une partie de la lumiere du soleil, & forment la pénombre; c'est ce qui fait que le commencement d'une éclipse de lune est si douteux, que l'on s'y trompe quelquefois de plusieurs minutes.

632. On observe dans la couleur des éclipses de lune des différences considérables : lorsque la lune est apogée, elle traverse le cône d'ombre plus près de son sommet; elle paroît alors plus rouge, plus lumineuse que lorsque les éclip-

ses arrivent dans le périgée ; car dans le périgée, les rayons rompus par l'athmosphere, qui se dispersent dans le cône d'ombre, & qui en diminuent l'obscurité, ne parviennent pas jusqu'au centre de l'ombre ou à l'axe du cône, qui est trop large dans ce point là ; & la lune étant plus près de la terre, l'obscurité qu'elle produit sur la lune est plus entiere.

633. Voilà pourquoi l'on a vu des éclipses où la lune disparoissoit entiérement ; comme le 15 juin 16 0, ou le 9 de décembre 1601 : suivant Képler on ne distinguoit pas le bord éclipsé. Hévélius en parlant de l'éclipse du 25 avril 1642, assure qu'on ne distinguoit pas, même avec des lunettes, la place de la lune, quoique le temps fût assez beau pour voir les étoiles de la cinquieme grandeur ; mais il est fort rare que la lune disparoisse ainsi totalement dans les éclipses.

DES ECLIPSES DE SOLEIL.

634. Les éclipses de soleil sont produites par l'interposition de la lune, qui dans ses conjonctions passe quelquefois directement entre nous & le soleil : elle nous le cache alors en tout ou en partie. Les éclipses TOTALES sont celles où le soleil paroît entiérement couvert par la lune, le diametre apparent de la lune étant plus grand que celui du soleil. Les éclipses ANNULAIRES sont celles où la lune paroît toute entiere sur le soleil ; alors le diametre du soleil paroissant le plus grand, excede de tout côté celui de la lune, & forme autour d'elle un anneau ou une couronne lumineuse : telle fut l'éclipse du premier avril 1764, que l'on vit annulaire à Cadix, à Rennes, à Calais & à Pello en Laponie. Les éclipses *centrales* sont celles où la lune n'a aucune latitude au moment de la conjonction apparente ; son centre paroît alors sur le centre même du soleil & l'éclipse est totale ou annulaire, en même temps qu'elle est centrale.

635. Les plus anciens auteurs nous ont consigné comme des événements remarquables les grandes éclipses de soleil. Il

en est parlé dans Isaïe, chap. 13, dans Homere & Pindare, dans Pline, liv. II, chap. 12; dans Denis d'Halicarnasse, liv. II. Ce dernier dit qu'à la naissance de Romulus, & à sa mort, il y eut des éclipses totales de soleil dans lesquelles la terre fut dans une obscurité aussi grande qu'au milieu de la nuit. Hérodote nous apprend que dans la sixieme année de la guerre entre les Lydiens & les Mèdes, il arriva pendant la bataille que le jour se changea en une nuit totale; Thalès le Milésien l'avoit annoncé pour cette année-là. Pline (Liv. II. chap. 2.) parle aussi de la prédiction de Thalès, & M. Costard prouve que cette éclipse fut celle du 17 mai 603, avant J. C. *Philos. trans.* 1753, *pag.* 23). On trouve de semblables éclipses dans les années 431, 190, & 50 ans avant J. C.; & dans les années après J. C. 59, 100, 237, 360, 787, 840, 878, 957, 1133, 1187, 1191, 1241, 1415, 1485, 1544, 1560, (*Kepl astron. pars opt. pag.* 290, &c.) On trouve un catalogue exact de toutes les éclipses arrivées depuis l'ere vulgaire, dans *l'art de vérifier les dates*, in-folio 1770.

636. C'est en effet une chose très-singuliere que le spectacle d'une éclipse totale de soleil. Clavius, qui fut témoin de celle du 21 août 1560 à Conimbre, nous dit que l'obscurité étoit, pour ainsi dire, plus grande ou du moins plus sensible & plus frappante que celle de la nuit; on ne voyoit pas où pouvoir mettre le pied, & les oiseaux retomboient vers la terre par l'effroi que leur causoit une si triste obscurité.

*637. Il n'y a eu depuis très-long-temps à Paris d'autre éclipse totale, que celle du 22 mai 1724; l'obscurité totale dura 2′ ¼; on apperçut à la vue simple le soleil, Mercure & Vénus qui étoient sur la même ligne: il parut peu d'étoiles à cause des nuages. La premiere petite partie du soleil qui se découvrit lança un éclair subit & très-vif, qui parut dissiper l'obscurité entiere (*Hist. de l'Acad.* 1724); l'éclipse de 1706 fut de dix doigts & 58 minutes: il restoit environ $\frac{1}{12}$ du diametre du soleil, sa lumiere étoit à la vérité d'une pâleur effrayante & lugubre; cependant tous

les objets se distinguoient, aussi facilement que dans le plus beau jour (*Hist. acad.* 1706). Cette éclipse fut totale à Montpellier, & l'on y remarqua autour de la lune une couronne d'une lumiere pâle, large de la douzieme partie du diametre de la lune, dans sa partie la plus sensible; mais qui diminuant peu à peu s'appercevoit encore à 4 degrés tout autour de la lune.

638. Dans l'éclipse de soleil du 23 Septembre 1699, il ne resta que $\frac{1}{150}$ du diametre du soleil à Gripswald en Poméranie, l'obscurité y fut si grande, qu'on ne pouvoit lire ni écrire; il y eut des personnes qui virent quatre étoiles, ce devoit être Mercure, Vénus, Régulus & l'Epi de la Vierge (*Hist. acad.* 1700).

639. Les éclipses de soleil sont beaucoup plus rares que les éclipses de lune, pour un lieu déterminé : la raison en est évidente ; la lune étant beaucoup plus petite que la terre, ne peut couvrir qu'une très-petite partie de notre globe; souvent même la pointe du cône d'ombre n'arrive pas jusqu'à nous, comme dans les éclipses *annulaires.* Il arrive toutes les années plusieurs éclipses, quelquefois jusqu'à six, en comptant celles de lune & de soleil; mais on ne les voit pas toutes dans un même lieu; car depuis 1755 jusqu'en 1764 inclusivement, on ne trouve que quatre éclipses de soleil visibles à Paris, tandis qu'on y a dû voir onze éclipses de lune.

Le Roi ayant desiré de savoir s'il y auroit à Paris des éclipses totales, dans l'espace de quelques années, j'engageai M. du Vaucel à se livrer à cette recherche : il trouva que d'ici à l'année 1900, il y auroit 59 éclipses visibles à Paris, sans qu'aucune y soit totale, & une seule annulaire qui sera celle du 9 octobre 1847 (*Mém. présentés, &c. tom. V, pag.* 575).

640. Le calcul des éclipses de soleil est beaucoup plus difficile & plus long que celui des éclipses de lune, à cause des parallaxes qui y entrent nécessairement ; les parallaxes different pour chaque point de la terre, en sorte qu'une éclipse de soleil paroît d'une maniere différente à différens

pays : au contraire les éclipses de lune paroissent de la même maniere, sont parfaitement les même pour tous ceux qui les voient ; car la lune perdant alors véritablement sa lumiere, devient obscure pour tout le monde.

641. J'ai cru qu'il falloit diminuer la difficulté en employant d'abord une méthode, pour ainsi dire, méchanique, & telle que les yeux pussent soulager l'imagination ; je vais donc expliquer une opération graphique, avec laquelle on pourra calculer une éclipse de soleil, pour la terre en général, avec la même facilité que l'on a calculé une éclipse de lune (629), & même trouver à peu près, pour chaque pays de la terre, les circonstances de l'éclipse par le moyen d'un globe terrestre, pourvu qu'on ait fait seulement les calculs préliminaires (604).

642. Pour faire sentir les raisons & les principes de cette opération graphique, je vais montrer la maniere dont les éclipses de soleil arrivent sur la surface de la terre, dans le cas le plus simple. Je supposerai un principe qu'il ne faut pas perdre de vue, savoir que le soleil est assez éloigné de nous, pour que les rayons qui partent du centre du soleil ; & qui vont aux différents points de la terre, soient sensiblement paralleles. Du point T (*fig* 75) que je suppose le centre de la terre, on voit le centre du soleil par un rayon TS ; le point E qui est à la surface de la terre, voit le centre du soleil par un autre rayon EO, qui ne fait avec le précédent qu'un angle de 8″ ½ (590), & qui va par conséquent le rencontrer à une distance prodigieuse, ainsi ce rayon est sensiblement parallele au précédent : on peut donc supposer que la ligne EAO parallele à TLS, est celle par laquelle le point E de la terre voit le centre du soleil.

643. Si la lune est en L au moment de la conjonction, l'observateur placé en K sur la surface de la terre, verra une éclipse centrale de soleil (634), puisque le centre de la lune lui paroîtra sur le rayon même TKLS, par lequel il voit le centre du soleil. Soit AL une portion de l'orbite lunaire décrite avant la conjonction ; en allant de A en L,

ou d'occident vers l'orient : puisque le point E de la terre voit le centre du soleil sur la ligne EAO (641), il s'ensuit évidemment que quand la lune sera au point A de son orbite, elle couvrira le soleil, & formera une éclipse centrale pour l'observateur placé en E, puisqu'alors le centre de la lune, aussi bien que celui du soleil paroîtront sur une même ligne EAO.

Si la lune emploie une heure à parcourir la portion AL de son orbite, l'éclipse aura lieu pour le point E de la terre, une heure avant qu'elle ait lieu pour le point K, ou pour le centre T de la terre, c'est à dire, une heure avant la conjonction, que je suppose arriver au point L.

644. Je sais que l'on a d'abord quelque peine à se figurer ainsi le soleil, répondant au même instant à divers points de l'orbite lunaire pour différents lieux de la terre ; mais qu'on réfléchisse à ce qui se passe dans une allée de jardin, où l'on se promene en voyant le soleil sur sa droite ; toutes les ombres des arbres sont paralleles entr'elles ; quand on est sur la premiere ombre, on voit le soleil répondre au premier arbre ; quand on a fait quelques pas on voit le soleil répondre à l'arbre suivant ; & s'il y a quatre personnes en même temps qui soient entr'elles à la même distance que les quatre arbres sont entr'eux, elles verront répondre le soleil aux quatre arbres différents ; c'est ainsi que l'observateur qui est en D voit le soleil répondre au point C de l'orbite de la lune ou de la projection ; tandis que l'observateur qui est en K voit le soleil au point L (*a*), comme celui qui est en F voit le soleil au point H.

645. Le point E de la terre est le premier point d'où l'on verra la lune sur le soleil ; il aura l'éclipse centrale quand la lune sera en A (643), le centre de la lune répondant au centre du soleil ; mais avant que d'être en A, le centre de la lune a été en un point M, tel qu'alors le bord B de la lune touchoit le bord du soleil, parce que le centre du soleil

(*a*) Il n'est pas besoin d'avertir que les points *E*, *F*, *K*, de la terre ne sont point fixes ; ils tournent par le mouvement de rotation de la terre ; mais dans ces préliminaires généraux, nous n'examinons pas quels pays de la terre occupent les divers points du globe, il suffit de considérer ces points en général.

paroissant en A, le bord de son disque paroissoit en B éloigné du centre A d'environ 16′ qui est l'angle sous lequel nous voyons le rayon solaire; le centre M de la lune étoit alors éloigné du centre A du soleil d'une quantité égale à la somme des demi diametres AB & BM, du soleil & de la lune, & c'étoit le commencement de l'éclipse pour l'observateur situé en E, ou le premier instant où il a vu le bord de la lune toucher le bord du soleil. La distance de la lune au point L de la conjonction, ou à la ligne des centres, étant égale à la somme des demi diametres du soleil & de la lune plus la quantité AL, égale à ET, l'observateur qui au lever du soleil étant en E aura vu l'attouchement des bords de la lune & du soleil, verra l'éclipse centrale d'un autre point de l'espace absolu, différent du point E, & ce sera l'habitant de la terre qui sera arrivé à son tour au bord E du cercle d'illumination qui verra l'éclipse centrale lorsque la lune sera parvenue en A.

646. La partie AL de l'orbite lunaire égale au rayon ET de la terre, paroît sous un angle AEL, égal à l'angle ELT qui est la parallaxe horizontale de la lune (578); la partie ML paroît donc égale à la somme du demi-diametre BM de la lune, du demi-diametre BA du soleil, & de la parallaxe horizontale de la lune qui est égale à AL. Ainsi le point E de la terre verra commencer l'éclipse aussi tôt que la distance ML de la lune au point L de la conjonction sera égale à la somme des demi-diametres du soleil & de la lune, & de la parallaxe horizontale de la lune. De même le point G, le dernier & le plus oriental de la terre, verra finir entiérement l'éclipse, lorsque la lune, après avoir passé la conjonction, sera éloignée du point L de la même quantité, c'est-à-dire, de la somme des demi-diametres du soleil & de la lune, & de la parallaxe horizontale de la lune.

Si la lune est en C, de maniere que AC soit aussi égal à la somme des demi-diametres du soleil & de la lune, le point E de la terre verra aussi le centre C de la lune éloigné du centre A du soleil, de la somme des demi-diametres, c'est-à-dire, qu'il verra les bords du soleil & de la lune se toucher,

& l'éclipse finir ; puisqu'alors le centre du soleil paroît en *A*, & celui de la lune en *C*, à une distance *CA* égale à la somme des demi-diametres.

Mais dans le temps que la lune est en *C*, & que le point *E* de la terre voit finir l'éclipse, un autre point *D* de la terre, qui voit le centre du soleil sur le rayon *DC* parallele à *TS*, voit le centre de la lune sur celui du soleil, c'est-à-dire, qu'il a une éclipse centrale ; il en est de même de tous les autres points de la terre qui répondent perpendiculairement sous différents points de la ligne *ACL*.

647. En même temps que le point *E* de la terre voit finir l'éclipse par le contact des deux bords, lorsque le centre de la lune est en *C*, & que le point *D* voit l'éclipse centrale, les points de la terre situés entre *E* & *D*, voient l'éclipse de différentes grandeurs ; ainsi le point *F* de la terre qui voit le centre du soleil sur la parallele *FH*, voit la distance apparente de la lune *C* au soleil *H* de la quantité *CH* ; si nous supposons que la ligne *CH*, prise sur l'orbite lunaire *LCHAM*, soit plus petite que la somme des demi-diametres, la lune anticipera d'autant sur le soleil ; si elle est plus petite d'un doigt, le bord de la lune sera d'un doigt sur le soleil, on dira que l'éclipse est d'un doigt. Si *CH* est supposée moindre de six doigts solaires, que la somme des demi diametres, il faut nécessairement que cette somme, qui forme la distance des centres de la lune & du soleil au commencement de l'éclipse ait été retrécie d'autant ; elle n'a pu l'être, que parce que le disque lunaire a anticipé d'autant sur celui du soleil ; donc dans la supposition de *CH* moindre que *CA* de six doigts pour le point *F*, il doit y avoir six doigts du diametre du soleil, couverts par la lune pour l'observateur *F*, & par conséquent l'on verra du point *F* le bord de la lune sur le centre même du soleil. De même si *CH* est plus petite que cette somme, & cela de trois doigts seulement, ou d'un quart du diametre solaire, la lune anticipera ou mordra sur le soleil de trois doigts seulement, & l'éclipse ne sera que de la même quantité.

648. Ainsi pour trouver le point *F* de la terre où l'éclip-

se doit paroître de trois doigts, à un instant donné où l'on suppose la lune en *C*, il faut, en partant du point *C* où est la lune, 1°. prendre *CA* égale à la somme des demi-diametres du soleil & de la lune; 2°. en partant du point *A*, prendre *AH* de trois doigts, &c. 3°. abaisser une perpendiculaire *HtN* sur la terre, (c'est-à-dire, sur le plan *GE* du cercle de la terre, qui est perpendiculaire à la ligne des centres), & l'on aura le point *F* de la terre où l'éclipse doit paroître de 3 doigts, la lune étant en *C*, puisque le soleil paroissant alors en *H* & la lune en *C*, leur distance est plus petite de 3 doigts, que la somme des demi-diametres du soleil & de la lune.

649. J'ai supposé jusqu'ici que l'orbite *LBM* de la lune passoit par la ligne *SLT*, qui joint les centres du soleil & de la terre, & que la lune en conjonction n'avoit aucune latitude; voyons ce qui arrivera dans le cas où la lune en conjonction aura une latitude. Il faut considérer d'abord que tout ce que j'ai dit du point *M* (645), doit s'entendre également de tout autre point qui seroit à la même distance du point *T* & du point *L*; supposons que la ligne *LM* (égale à la parallaxe de la lune, plus la somme des demi-diametres du soleil & de la lune), tourne autour du point *L*, & décrive un cercle dont le plan soit perpendiculaire à *LT*, & au plan de notre figure, en sorte que tous les points de ce cercle soient à égales distances du point *T*; c'est ce cercle décrit dans la région lunaire perpendiculairement à la ligne des centres que nous appellerons le *Cercle de projection*, parce qu'on y rapporte & qu'on y projette la terre & le soleil; & nous allons le considérer seul dans la suite du discours, en y rapportant tout ce que nous venons de dire sur la *fig.* 75. Il est évident que les différents points du cercle placé dans la région de la lune & décrit sur *LA*, répondent aux différents points de la conférence de la terre, de la même maniere que le point *A* répond au point *E* de la terre, & le point *L* au point *K*, chaque point de la terre a sa projection ou son image à l'extrémité de la ligne

qui va tomber perpendiculairement ſur le *Plan de projection*, que je ſuppoſe dans la région de la lune.

650. Suppoſons une ligne *LB* (*fig.* 76), de même longueur que la ſomme *LM* du rayon de projection & des demi-diametres du ſoleil & de la lune dans la *fig.* 75; décrivons un cercle *BCGD* ſur le plan de projection; décrivons auſſi un autre cercle *AEFR*, dont le rayon *LA* ſoit égal à la parallaxe de la lune, comme *LA* dans la figure 75 formoient le rayon de projection égal au rayon de la terre & vu ſous un angle égal à la parallaxe de la lune; lorſque la lune approchera aſſez de la conjonction pour que ſon centre vienne à ſe trouver ſur quelque point *K* de la circonférence *BCD*, l'éclipſe commencera pour quelque point de la ſurface de la terre (646).

De même, lorſque le centre de la lune ſera ſur quelque point *V* de la circonférence *AVE* du cercle de projection, le centre de la lune paroîtra répondre ſur le centre du ſoleil, & l'éclipſe commencera d'être centrale pour quelque point de la ſurface de la terre, c'eſt-à dire, pour celui qui ſe trouvera directement ſous le point *V*, ou qui aura ſa projection au point *V*.

651. L'Eclipse générale de ſoleil eſt celle que l'on calcule pour la terre en général, ſans examiner à quel pays elle ſe rapporte; c'eſt par où nous commençons, à l'exemple de Képler (*Epitome, pag.* 573), avant de chercher les circonſtances d'une éclipſe de ſoleil pour chaque lieu déterminé de la terre. Au moment où la diſtance *LK* du centre de la projection au centre de la lune eſt égale à la ſomme des trois demi-diametres du ſoleil, de la lune, & de la projection, l'éclipſe de ſoleil commence pour un point de la terre qui répond perpendiculairement au point *I* (645), ou dont la projection eſt en *I*; c'eſt le commencement de l'éclipſe générale; de même, lorſque la lune eſt parvenue au point *G* de ſon orbite, aſſez éloigné pour que la diſtance *LG* ſoit encore égale au trois demi diametres, le bord de la lune quitte le bord du ſoleil pour le dernier de tous les pays de la terre où il peut y avoir éclipſe, c'eſt la

fin de l'éclipse générale. De même, la perpendiculaire *LM* abaissée sur l'orbite, marque le milieu de l'éclipse générale, comme dans le cas des éclipses de lune (610).

652. Pour connoître le temps du milieu de l'éclipse générale, on suppose les mêmes calculs préliminaires, & l'on suit la même méthode que pour une éclipse de lune (620): *LAB* représente une portion de l'écliptique ; *L* le point où est le soleil au moment de la conjonction, *LH* la latitude de la lune en conjonction, *KMG* l'orbite relative (609). Dans le triangle *LMH* rectangle en *M*, on connoît l'angle *HLM* égal à l'inclinaison de l'orbite relative, & l'hypothénuse *HL* égale à la latitude de la lune; on cherchera le côté *HM*; on le convertira en temps à raison du mouvement horaire de la lune sur l'orbite relative, & l'on aura l'intervalle entre la conjonction & le milieu de l'éclipse; cet intervalle se retranchera du moment de la conjonction, arrivé en *H*, si la latitude de la lune est croissante, c'est-à-dire, si la lune a passé son nœud; mais il s'ajoutera au temps de la conjonction, si la lune va en se rapprochant de son nœud; & l'on aura le temps du milieu de l'éclipse générale en M; comme dans l'exemple de l'article 622.

653. Le cercle de projection *AER* représente le disque de la terre, ou l'image de l'hémisphere éclairé de la terre transporté dans l'orbite ou dans la région de la lune; la ligne *VX* est la portion de l'orbite lunaire qui sera décrite pendant la durée de l'éclipse totale, comme la ligne *KG* est la portion d'orbite qui sera décrite depuis le premier moment où la pénombre (651) touchera le disque de la terre en quelque point *I*, c'est-à-dire, où quelque point de la terre verra un commencement d'éclipse, jusqu'au dernier instant où la pénombre abandonnera la terre au point *F*, le centre de la lune étant alors en *G*, & l'éclipse finissant pour le dernier de tous les pays où elle sera visible. Ainsi la longueur *KG* de l'orbite lunaire comprise entre les points *K* & *G*, nous fera connoître la durée de l'éclipse; comme le milieu *M* de la ligne *KG* nous fera trouver le temps du

milieu de l'éclipse générale : la ligne *KG* est coupée en deux parties égales par la perpendiculaire *LM*, parce que les côtés *LK* & *LG* sont égaux, il en est de même de la corde *VX*; ainsi le point *M* indique le milieu de l'éclipse générale, dont la durée est exprimée par *KG*; & la durée de l'éclipse centrale est représentée par *VX*.

654. EXEMPLE. Dans l'éclipse du premier avril 1764, le temps vrai de la conjonction étoit à $10^h\ 31'\ 23''$ du matin, à Paris; la latitude pour ce temps-là $39'\ 36''$ boréale; le mouvement horaire de la lune en longitude $29'\ 39''$, celui du soleil $2'\ 27''\ \frac{2}{3}$, l'inclinaison de l'orbite relative $5°\ 44'\ 26''$, le mouvement horaire relatif ou composé $27'\ 19''\ \frac{1}{2}$; on fera comme dans les éclipses de lune (625) ces deux proportions : $R : 39'\ 36'' :: \text{sin.}\ 5°\ 44'\ 26'' : 3'\ 58''$, valeur de *HM*, & ensuite $27'\ 19''\ \frac{1}{2} : 60'\ 0'' :: 3'\ 58'' : 8'\ 42''$ de temps, on retranchera ces $8'\ 42''$ de l'heure de la conjonction, parce que la latitude de la lune alloit en augmentant, & l'on aura $10^h\ 22'\ 41''$ pour le temps du milieu de l'éclipse générale, compté au méridien de Paris.

Le même triangle *HLM* fera trouver la perpendiculaire *LM* $39'\ 24''$; c'est la plus courte distance de la lune au centre de la projection dans le temps du milieu de l'éclipse; cette perpendiculaire *LM* nous servira pour trouver le commencement & la fin.

655. Le commencement de l'éclipse générale compté au méridien de Paris, se trouve de la même maniere que le commencement d'une éclipse de lune (625); dans le triangle *LKM* rectangle en *M*, on connoît la perpendiculaire *LM* (645) & l'hypothénuse *LK* égale à la somme des trois demi-diametres du soleil, de la lune, & de la projection (645); on cherchera le côté *MK*, on le convertira en temps à raison du mouvement horaire, & ce temps ôté de celui du milieu de l'éclipse en *M*, donnera le temps du commencement de l'éclipse générale en *K*; étant ajouté il donnera la fin de l'éclipse en *G*.

EXEMPLE. Dans l'éclipse de 1764, le côté *LM* est de

39′ 24″; la parallaxe de la lune de 54′ 0″ (a) pour Paris; le demi-diametre horizontal de la lune 14′ 47″, celui du soleil 16′ 1″; on trouvera le commencement de l'éclipse générale à 7h 37′ 48″ du matin, & la fin à 1h 7′ 34″ après-midi; sa durée sur toute la terre étoit donc de 5 heures 29 minutes 46 secondes.

656. Le commencement de l'éclipse centrale arrive lorsque la lune est au point *V*, où son orbite coupe le cercle de projection; car alors le centre de la lune, le centre du soleil & le bord de la terre sont sur une même ligne, & le point de la terre dont la projection est en *V*, voit le centre de la lune sur le centre du soleil.

Dans le triangle *LMV*, rectangle en *M*, on connoît la perpendiculaire *LM* (654) & la ligne *LV* qui est la parallaxe ou le rayon de la projection, l'on cherchera le côté *MV*, on le convertira en temps, c'est-à-dire, on cherchera le temps que la lune emploie à parcourir *VM*, & ce temps étant ôté de celui du milieu de l'éclipse générale, on aura le temps qu'il étoit à Paris quand l'éclipse commençoit à être centrale pour quelque point *V* de la terre.

EXEMPLE. Dans l'éclipse de 1764, supposant *LV* = 54′ 0″ = 3240″; *LM* = 39′ 24″, on trouvera *MV* = 36′ 56″, qui réduite en temps donne 1h 21′ 5″; cette demi durée étant ôtée du milieu de l'éclipse 10h 22′ 41″ (654) donnera le commencement de l'éclipse centrale 9h 1′ 36″, & ajoutée au milieu de l'éclipse donnera la fin 11h 43′ 46″. Le temps que le centre de l'ombre employoit à traverser la terre étoit donc de 2h 42′ 10″.

657. Les calculs que nous venons de faire pour l'éclipse générale, peuvent s'exécuter graphiquement comme ceux des éclipses de lune (629); on fera une grande figure dont le rayon *LA* soit égal à la parallaxe, ou divisé en au-

(a) J'en ai ôté la parallaxe du soleil, afin qu'il ne restât que la quantité dont la lune est abaissée plus que le soleil; c'est de cette seule différence dont on a besoin pour calculer une éclipse.

tant de minutes qu'en contient cette parallaxe ; on prendra la ligne *LH* égale à la latitude de la lune, & l'angle *MLH* égal à l'inclinaison relative de l'orbite lunaire (609) ; on prendra sur la même échelle une quantité égale au mouvement horaire de la lune sur son orbite relative, que l'on portera de *H* en *N*; on marquera en *H* l'heure & la minute de la conjonction, & en *N* une heure de moins ; on divisera par ce moyen l'orbite *GK* en heures & minutes, & l'on verra à quelle heure la lune s'est trouvée en *K*, en *V*, en *M*, en *X* & en *G* ; comme on l'a trouvé par les calculs des articles précédents.

658. Il s'agit actuellement de connoître quels sont les différents pays de la terre qui sont en *V*, en *X*, au moment où la lune y arrive, c'est-à-dire, leurs longitudes géographiques, & leurs latitudes ; c'est ce que nous allons exécuter par le moyen d'un globe. Je ne conseillerois pas aux astronomes de faire ces calculs par la trigonométrie, si ce n'est dans des cas extraordinaires, & pour des observations importantes : le temps qu'exigent ces calculs rigoureux, est bien mieux employé à calculer des observations déja faites, pour en tirer des conséquences, qu'à annoncer avec une précision si scrupuleuse celles qui doivent arriver ; les opérations graphiques sont suffisantes pour tracer des cartes semblables à celle de la planche XI. que l'on met ordinairement en abrégé dans les éphémérides. Ce fut M. Cassini qui en donna l'idée & le modele, à l'occasion de l'éclipse de soleil qu'il avoit observée à Ferrare en 1664.

659. Je ne suppose qu'un globe terrestre qui ait au moins 6 pouces de diametre, & une regle avec deux pieds, représentée par *GVAE* (*fig.* 77.), dont la longueur *VA* soit égale au diametre du globe dont on se sert, & la hauteur égale au rayon du globe, ou un peu plus, afin d'être placée sur son horizon *GE* ; le rayon de ce globe doit représenter le rayon de la terre, ou la parallaxe de la lune, comme *LA* dans la figure 76 ; c'est-à-dire, qu'il faut le supposer, par exemple, de 54' parce que la parallaxe de la lune dans l'éclipse de 1764 étoit de 54'.

660. Comme l'on n'eſt pas maître de changer le diametre de ſon globe dans les différentes éclipſes de ſoleil, il faudra calculer les différentes parties de la figure, c'eſt-à-dire, le mouvement horaire de la lune & les diametres du ſoleil & de la lune; en les réduiſant à cette échelle; ſi le globe a 8 pouces de diametre, & que la parallaxe actuelle, ſoit, par exemple de 54′, on tirera une ligne égale au rayon du globe, on la diviſera en 54 parties, & l'on prendra 27 ⅓ de ces mêmes parties pour faire le mouvement horaire.

661. Pour placer ſur le globe l'orbite de la lune, il faut avoir fait une figure, telle que la *fig.* 76, où la ligne *BLD* repréſente une portion de l'écliptique, & *XV* l'orbite relative; on y ajoutera une ligne *OLQ* pour repréſenter une portion de l'équateur; en faiſant l'angle *ALO* égal à l'angle de poſition (693), ou au complément de l'angle de l'écliptique avec le méridien; l'équateur ſera au midi ou au deſſous de l'écliptique à l'orient du globe, dans les ſignes aſcendants, c'eſt-à-dire, quand la conjonction arrivera depuis le 22 décembre juſqu'au 21 juin. La ſomme de l'angle *ALO* & de l'inclinaiſon de l'orbite relative, ou leur différence, ſuivant les cas, donnera l'angle de la perpendiculaire *LM* avec le méridien univerſel *LP*, ou le méridien du globe, que l'on ſuppoſe immobile; cet angle eſt le même que l'angle de l'orbite avec l'équateur. On prendra ſur la figure avec un compas les arcs *OV*, *QX*, & l'on marquera un pareil nombre de degrés ſur l'horizon du globe, à compter depuis les vrais points d'orient & d'occident, c'eſt-à-dire, depuis les interſections de l'équateur & de l'horizon du globe, en allant du côté du nord, ſi la latitude de la lune eſt boréale, ou du côté du midi, ſi elle eſt auſtrale.

662. On élevera le pole du globe ſur ſon horizon, du nombre de degrés que la déclinaiſon du ſoleil indiquera; ſi la déclinaiſon eſt boréale, c'eſt le pole boréal qu'il faut élever; on placera le ſupport *GVAE* (*fig.* 77), de maniere qu'un bord de la regle ſupérieure *VA* réponde per-

pendiculairement au-dessus des deux points marqués sur l'horizon du globe; dans cet état, cette traverse *VA* représentera l'orbite de la lune, placée sur l'horizon du globe, comme elle l'étoit sur le cercle de projection dans la figure 76.

Il faut prendre encore sur la figure 76 les temps de l'orbite lunaire qui répondent en *V* & en *X*, c'est à dire, au commencement & à la fin; on les écrira sur le support *VA*, que je suppose couvert d'une petite bande de papier collé, & l'on aura un intervalle *AV*, qu'on divisera en minutes de temps, comme l'on a divisé l'orbite *VX* de la lune (657), ou bien l'on se servira du mouvement horaire, & l'on marquera seulement le temps du milieu de l'éclipse sur le milieu *L* de la regle, une heure de plus à une distance égale au mouvement horaire; une heure de moins à l'occident ou à la droite, & le reste dans l'intervalle.

663. Il ne s'agira plus que de placer le globe sur l'heure qui lui convient; par exemple, dans l'éclipse de 1764, la lune devant être en *A* à 9h 2', qui est le commencement de l'éclipse centrale (656), on tournera le globe de maniere que Paris soit en *C*, 2h 58' à l'occident du *Méridien universel MP*; c'est ce méridien dans lequel le soleil est supposé fixe, tandis que tous les pays de la terre passent successivement devant lui par la rotation du globe d'occident en orient.

Le globe terrestre étant ainsi disposé pour l'heure de Paris, tous les autres pays sont également à leur place pour ce moment, & la lune étant supposée en *A*, le point de la terre qui répond perpendiculairement sous la lune, est celui ou l'éclipse paroît centrale dans ce même moment (645); on n'a donc qu'à abaisser un à plomb du point *A*, si l'horizon du globe est bien de niveau, ou placer l'œil perpendiculairement au dessus du point *A*, ou enfin, se servir d'une petite équerre, & l'on verra sur le globe le point de la terre que l'on cherchoit, perpendiculairement au dessous de *A* dans l'horizon même du globe; l'on marquera la longitude & la latitude de ce point-là; ce sera

le premier point de l'éclipse centrale, marquée A sur la carte de la *planche* XI.

664. Au point A l'on placera le centre d'un cercle dont le rayon AD soit égal à la somme des demi diametres du soleil & de la lune prise sur l'échelle des 54 minutes. On pourra faire un cercle de carton, qu'on placera parallelement à l'horizon du globe, son centre étant en A; ou bien l'on fera circuler un compas dont l'ouverture soit égale à la somme des demi-diametres, & dont une pointe soit en A, on remarquera tous les points du globe qui se trouveront répondre perpendiculairement sous la circonférence de ce cercle, ce sont ceux qui verront les bords du soleil & de la lune se toucher au même instant, & celui de ces points qui se trouvera dans l'horizon du globe verra le contact des deux bords au lever du soleil.

665. On fera un autre cercle dont le rayon soit plus petit que le précédent, d'un quart du diametre du soleil, c'est-à-dire, de 3 doigts (ce sera 8′ en 1764), ou bien on échancrera de la même quantité une portion du même cercle qui a servi pour la premiere phase, comme dans le limaçon de la *figure* 79; ou si l'on veut on diminuera seulement l'ouverture du compas dont on s'est servi dans l'opération précédente; alors la circonférence du cercle, ainsi diminuée de trois doigts, ou l'ouverture du compas, promenée tout autour du point A (*fig.* 77), indiquera sur le globe, par le moyen de là-plomb, tous les points de la terre où le soleil est éclipsé dans ce moment-là de 3 doigts seulement; on en comprendra la raison en réfléchissant sur les articles 647 & 648.

666. On pourra faire de même d'autres cercles pour l'éclipse de 2, 4, 5 doigts, &c. en diminuant de 2, 3 doigts, &c. le rayon du cercle de la *pénombre*, c'est-à-dire, du cercle dont le rayon étoit égal à la somme des demi-diametres du soleil & de la lune; on pourra échancrer un seul cercle dont la circonférence soit divisée en 12 parties, & le rayon de même en 12 parties, & dont les 12 secteurs aillent en diminuant comme le limaçon d'une mon-

tre à répétition (*fig.* 79), chacun étant plus petit que le précédent, d'un doigt ou d'une douzieme partie du diametre solaire, pris sur la même échelle que la parallaxe horizontale & le mouvement horaire (660); en promenant un à plomb sur les circonférences de ces secteurs, il marquera sur le globe les pays qui pour cet instant-là auront l'éclipse d'un doigt, ou de 2, &c.

667. Si l'on place en L, sur le milieu de la traverse AV, le centre de ces cercles, & qu'on fasse la même opération, après avoir fait tourner le globe pour amener la rosette P du globe sur 10h 23', qui est l'heure du milieu de l'éclipse générale au méridien de Paris, on trouvera tous les pays qui à 10h 23' ont l'éclipse d'un doigt, de deux, &c. C'est ainsi qu'on peut tracer sur un globe, ou sur une carte géographique, la figure de tous les points qui auront une éclipse centrale, ou qui auront l'éclipse d'un doigt, de deux, &c. Il est bon d'observer que tous ces pays qui dans un instant donné voient l'éclipse d'un doigt, n'ont pas cependant la grandeur de l'éclipse d'un doigt; car ce n'est pas la plus grande phase qu'on trouve par cette opération, c'est seulement la phase qui a lieu pour un moment donné; mais on pouroit trouver celui pour qui cette phase est la plus grande, en remarquant le point de la terre qui est le plus éloigné du point A (*fig.* 77), ou qui par un petit mouvement du globe & de la lune conserve la même distance à la lune.

Trouver les phases d'une éclipse de soleil par le moyen des projections.

668. La méthode que je viens d'expliquer pour trouver par le moyen d'un globe, les pays de la terre qui doivent voir une éclipse de soleil, ne seroit pas assez exacte pour trouver, à une ou deux minutes près, le commencement & la fin de l'éclipse en un lieu quelconque, à moins qu'on n'eût un globe très-grand & très-parfait; mais nous y parviendrons aisément au moyen d'une figure de projec-

tion & d'une ellipse tracée avec soin ; cette opération graphique avec la regle & le compas sera plus exacte, & aussi simple que celle du globe. Avant que d'en donner les regles, je vais tâcher d'en faire comprendre la théorie en expliquant avec plus de soin les principes de la projection orthographique ; j'en ai déja fait quelque usage (art. 643 & suiv.), mais je vais en expliquer ici tous les fondements & toutes les circonstances. Flamsteed dit que Wren est le premier qui ait connu vers 1660 la maniere de trouver les phases d'une éclipse sans calculer les parallaxes ; il ajoute que M. Halley, avant son départ pour Sainte-Helene en 1666, lui parla de la construction des ellipses, mais en lui cachant la méthode, à laquelle Flamsteed n'avoit pas alors beaucoup de confiance.

689. PROJETER une figure, c'est la rapporter à un autre plan, par des lignes tirées de chaque point de la figure à chaque point du plan. On distingue plusieurs sortes de projections, mais la plus simple de toutes est la projection *orthographique* (a), formée par des lignes perpendiculaires au plan de projection ; c'est celle dont on se sert avec un très grand avantage pour les éclipses sujettes aux parallaxes.

670. Soit une ligne AB (*fig.* 78), & un plan quelconque PL, différent de cette ligne ; si des extrémités A & B de la ligne donnée on abaisse sur le plan PL des perpendiculaires Aa, Bb, l'espace ab qu'elles occuperont sur le plan PL, sera la projection orthographique de la ligne AB, & le plan PL sur lequel on a abaissé ces perpendiculaires, s'appellera le *plan de projection*.

671. LA PROJECTION orthographique ab d'une ligne AB faite sur un plan de projection PL, par les perpendiculaires Aa, Bb est le cosinus de son inclinaison. Car ayant tiré AC parallele à PL, l'angle BAC est égal à l'inclinaison de la ligne AB sur le plan de projection PL, & $AC = ab$ est la projection de la ligne AB ; or $AB : AC :: R : \cos. BAC$. Ainsi le rayon est au cosinus de l'in-

(a) ὀρθὸς, *rectus*, parce que cette projection se fait par des lignes à angles droits.

d'inclinaison, comme la ligne *AB* est à sa projection *AC*. Donc si l'on prend le rayon pour l'unité, on trouvera que *la projection d'une ligne est égale à cette ligne multipliée par le cosinus de son inclinaison sur le plan de projection.*

672. LA PROJECTION d'un arc tel que *FI* est égale à son sinus. Soit la circonférence *DFH* (*fig.* 80), du demi-cercle dont on demande la projection, situé dans un plan perpendiculaire au plan de projection, toutes les lignes perpendiculaires *FC* abaissées de chaque point de la circonférence sur le rayon *CH*, seront perpendiculaires au plan & marqueront les projections des mêmes points; le point *K* sera la projection du point *I*; ainsi la ligne *CK* sera la projection de l'arc *FI*; mais si *C* est le centre du cercle, *CK* égale à *IL* est le sinus de l'arc *FI*: ainsi les sinus des arcs *FI* seront les projections de ces arcs; si l'on prend leur origine au point *F* qui répond perpendiculairement au centre *C*. Cette proposition sera d'un grand usage dans le calcul des éclipses.

673. LA PROJECTION orthographique d'un cercle incliné est toujours une ellipse. Soit *DFH* le cercle dont on cherche la projection, *DH* celui de ses diametres qui est dans le plan de projection, ou parallele à ce plan; si l'on incline ce demi-cercle en le faisant tourner autour du diametre *DH*, de maniere que toutes les lignes *IK* fassent avec le plan de projection un angle quelconque, toutes ces lignes auront pour projections des lignes *KG* qui seront égales chacune à leur correspondante *IK* multipliée par le cosinus de l'angle d'inclinaison (671), en sorte que *KG* sera par-tout à *IK* comme le cosinus de l'angle d'inclinaison est au rayon; or, telle est la propriété d'une ellipse démontrée dans les sections coniques, que toutes ses ordonnées *KG* soient aux ordonnées *IK* d'un cercle de même diametre dans un rapport constant: donc les lignes *KG* formeront une ellipse: donc enfin la projection d'un demi-cercle *DFH* sera la circonférence d'une ellipse *DGH*, dont le grand axe *DH* est le même que celui du demi-cercle; & le petit axe, plus petit en raison du cosinus de l'inclinai-

ſon. Il en ſeroit abſolument de même quand le diametre *DH* du cercle projeté ſeroit à une certaine diſtance au deſſous du plan de projection.

674. Un cercle vu obliquement paroît donc ſous la forme d'une ellipſe ; car on ſait qu'une ligne *AB* (*fig.* 81), vue obliquement du point *O* paroît de la même grandeur que la ligne perpendiculaire *AC*=*AB* ſin. *ABC* ; ainſi dans un cercle *CAD* (*fig.* 82), vu obliquement toutes les ordonnées *AB*, *EF* paroiſſant plus petites dans le même rapport, le cercle paroît une ellipſe *CGD*, dont le petit axe eſt au grand comme le ſinus de l'inclinaiſon eſt au rayon. Cette propoſition revient au même que la précédente ; mais il eſt néceſſaire de s'accoutumer à comprendre que le cercle vu obliquement, paroît en forme d'ellipſe ; car nous ferons un uſage continuel de cette propoſition.

675. Les principales lignes de la projection d'une éclipſe ſont repréſentées dans la *fig.* 83 ; *ST* eſt la ligne menée du centre du ſoleil au centre de la terre, que nous appellons ſimplement la ligne des centres ; *IL* un plan qui paſſe par le centre de la terre perpendiculairement à la ligne des centres. Ce plan forme le *cercle d'illumination*, & ſépare la partie éclairée *IDL* de la partie obſcure *LOVI*. Nous allons rapporter à ce plan les différentes parties de la projection ; & tout ce que nous dirons à ce ſujet pourra s'appliquer au plan de projection, lors même que nous le placerons dans la région de la lune (681), parce qu'il ſera toujours parallele & égal au cercle d'illumination. La ligne *PO* eſt l'axe de la terre, *EQ* le diametre de l'équateur, *PELOQIP* le *méridien univerſel* (661), c'eſt-à-dire, celui qui paſſe continuellement par le ſoleil, & que les différents pays de la terre atteignent ſucceſſivement par la rotation diurne de notre globe ; *ED* eſt la déclinaiſon du ſoleil ou ſa diſtance à l'équateur ; l'arc *PI* eſt l'élévation du pole au-deſſus du plan de projection ; cette hauteur eſt égale à la déclinaiſon du ſoleil, car ſi des angles droits ou quarts de cercle *PE* & *DI* on ôte la partie commune *PD*, on aura *PI*=*DE* qui eſt la diſtance du ſoleil

à l'équateur *E*, ou sa déclinaison. Cette élévation est aussi égale à l'inclinaison de tous les paralleles terrestres, par rapport à la ligne des centres, & le complément de leur inclinaison par rapport au plan de projection.

Ayant pris depuis l'équateur les arcs *EG* & *OF* égaux à la latitude d'un lieu de la terre, tel que Paris, la ligne *GH* perpendiculaire à l'axe *PO*, & qui est le cosinus de la latitude *EG*, sera le rayon du parallele de Paris, ou du cercle que paris décrit chaque jour par la rotation diurne de la terre; *GF* sera le diametre du parallele. Des points *G*, *F* & *H*, qui sont les extrémités & le centre du parallele de Paris, nous abaisserons des perpendiculaires *GM*, *FR*, *HN*; les points *M*, *R*, *N* où ces perpendiculaires rencontreront le cercle de projection *IL*, seront les projections des extrémités & du centre du parallele.

676. La distance *TM* du centre *T* de la projection au bord intérieur *M* de la projection du parallele de Paris, est égale au sinus de l'arc *GD* ou de la différence entre *EG* qui est la latitude de Paris, & *DE* qui est la déclinaison du soleil; la distance *TR* du centre *T* de la projection à l'extrémité la plus éloignée *R* du parallele de Paris, est égale au sinus de l'arc *DF*, ou *VF*; cet arc *VF* est égal à la somme des arcs *VQ* & *QF* dont l'un est égal à la déclinaison du soleil, & l'autre à la latitude de Paris; ainsi *la distance du centre de la projection au sommet du parallele, est égale au sinus de la somme de la latitude du lieu & de la déclinaison du soleil.*

677. La projection du pole *P* se trouvera en abaissant une perpendiculaire du point *P* sur la ligne *TI*; elle marque un point éloigné du centre *P* d'une quantité égale à *TP* cos. *PTI* ou *TP* cos. déclin. ☉ (671).

678. La distance *TN* ou l'espace de la projection compris entre le centre *T* de la projection, & le centre *N* du parallele est égal à *TH*. cos. *HTN* (671); mais *TH* est le sinus de la latitude de Paris, *HTN* est égal à *PI* ou à *DE*, c'est-à-dire, à la déclinaison du soleil: donc *TN* est égale au produit du sinus de la latitude du lieu, par le co-

ſinus de la déclinaiſon du ſoleil pour le moment donné, en prenant pour rayon le rayon même de la projection.

679. Le point *D* de la terre eſt celui qui a le ſoleil au zénith ; un autre point quelconque *E* qui en eſt éloigné de la quantité *DE*, a donc le ſoleil éloigné de ſon zénith de la même quantité *DE*; de là il ſuit qu'une ligne *TA* étant priſe ſur la projection, & étant convertie en arc pour avoir *DE*, elle donnera donc le ſinus de la diſtance au zénith ou le coſinus de ſa hauteur pour le lieu de la terre qui eſt projeté au point *A*; c'eſt-à-dire que la ligne *TA*, ſinus de l'arc *DE*, en eſt la projection.

680. Il ſuit auſſi de là que *TA* exprime la parallaxe de hauteur pour le lieu de la terre qui eſt projeté en *A* ; car *TL* qui eſt la parallaxe horizontale (646), eſt encore le ſinus total ; donc *TA* qui eſt le coſinus de la hauteur ſera auſſi la parallaxe de hauteur, qui eſt toujours $= p.$ coſ. h (582) ; donc en général *la diſtance d'un Pays de la terre au centre de la projection, eſt égale à la parallaxe de hauteur* ; le rayon de la projection étant pris pour la parallaxe horizontale.

681. Le parallele de Paris ou le cercle dont *H* eſt le centre (*fig.* 83) & *GF* le diametre, étant rapporté ou projeté ſur le plan *ITL* y devient une ellipſe (673), & c'eſt cette ellipſe qu'il eſt néceſſaire de décrire ſur le plan, pour y rapporter les phaſes de l'éclipſe ; mais auparavant je dois faire obſerver que l'on peut tranſporter dans la région de la lune le plan de projection *ITL*, & que l'ellipſe y ſera parfaitement la même que ſur le plan *ITL* qui paſſe par le centre de la terre ; en effet elle ſera compriſe entre des lignes paralleles à la ligne des centres *TDS*, & qui s'étendent juſqu'à la lune, où elles forment une projection de la terre, égale à la terre elle-même (642), puiſque *LA* eſt égale à *TE* (*fig.* 75).

682. Nous choiſiſſons pour plan de projection celui qui eſt dans la région de l'orbite lunaire & qui paſſe à la diſtance de la lune, quoiqu'on put choiſir d'autres plans qui paſſeroient ou par le ſoleil ou par la terre (*Mém. Acad.* 1744. *p.* 191) ; mais celui qui paſſe par la lune me paroît le plus

commode, parce que le mouvement de la lune & son diametre y sont tels que nous les observons réellement de la terre : le rayon même de la terre y paroît d'une grandeur connue & donnée par les Tables, qui est la parallaxe horizontale de la lune. En employant un plan de projection tel que le proposoit Képler & Boulliaud, qui passeroit par le centre de la terre, on est obligé de supposer l'œil de l'observateur placé dans la lune, ce qui peut donner quelque difficulté de plus à ceux qui commencent à s'occuper de ces matieres.

683. Ayant choisi la région lunaire pour y placer notre projection, voyons comment on doit y rapporter les paralleles terrestres. La projection de la terre entiere sera un cercle parallele & égal au cercle d'illumination, comme nous l'avons déja dit; mais le perallele de Paris n'étant point parallele au plan de projection, il ne peut s'y projeter que sous une forme elliptique (673). C'est cette ellipse que nous allons décrire; elle est la même sur le plan de projection qui passe par la lune que sur le plan qui passeroit par le centre de la terre, c'est-à-dire sur le plan du cercle d'illumination, puisque ces deux ellipses sont renfermées entre des lignes paralleles; ainsi tout ce qui vient d'être dit à l'occasion de la figure 83 (*art.* 675), aura lieu pour l'ellipse que nous allons décrire sur le cercle de projection qui passe dans l'orbite lunaire.

684. Dans les observations suivantes, il ne faut pas oublier que la distance de la lune au point de la projection qui représente un lieu de la terre, marque la distance apparente des centres du soleil & de la lune pour ce lieu-là. Je suppose un point *E* de la terre (*fig.* 75), projeté en *A* par un rayon *EA* : le même lieu *E* de la terre voit le soleil sur la ligne *EA* (643); si le centre de la lune répond alors au point *L* de la projection, l'Observateur situé en *E* verra la lune éloignée du soleil de la quantité *AL*; ainsi la distance apparente sur le plan de projection entre la lune *L* & le point *A* qui répond au point *E* de la terre, sera *AL*. Il faut bien concevoir que le point *A* étant la projection du

lieu *E* de la terre, c'est au point *A* de la projection que l'on rapporte le soleil quand on l'observe du point *E*; ainsi l'on peut indifféremment dire qu'un point *A* de la projection marque le lieu *E* de la terre, par exemple, la situation de Paris, ou qu'il marque le lieu du soleil vu de Paris (644).

685. Au moyen des propositions démontrées dans les articles 675 & suiv. il est aisé de tracer l'ellipse de projection pour un lieu & pour un jour donné. Soit *AOB* (*fig.* 85) le cercle d'illumination, ou le cercle de la terre qui est perpendiculaire au rayon du soleil ou à la ligne des centres; il faut supposer le soleil au dessus de la figure, répondant perpendiculairement au dessus du centre *C* de la terre. La ligne *OPDC* est un diametre du méridien universel dans lequel on suppose le soleil immobile; mais ce diametre differe de l'axe de la terre d'une quantité égale à la déclinaison du soleil. *ACB* est un diametre de l'équateur; perpendiculaire au méridien universel; *P* est la projection du pole, c'est-à dire, le point du plan de projection sur lequel le pole répond perpendiculairement (677); on prendra les arcs *BL* & *AK* égaux à la latitude du lieu; ensuite *KM*, *KN*, *LR*, *LV*, égaux à la déclinaison du soleil; on tirera les lignes *MER*, *NFV*, l'on aura *CE* égale au sinus de *BR* ou de la somme de la latitude du lieu & de la déclinaison de l'astre, & la ligne *CF* égale au sinus de *BV* ou *AN*, c'est-à-dire de la différence des mêmes arcs. Ainsi les points *E* & *F* seront les extrémités de la projection du parallele (675); donc l'ellipse qui représente le parallele aura *EF* pour petit axe, & divisant *EF* en deux parties égales au point *G*, l'on aura le centre de l'ellipse; car le centre doit être nécessairement à égales distances des deux extrémités *E*, *F*, du petit axe.

686. Il est vrai que le point *G* est différent du point *D* par lequel passe le diametre *KL* du parallele de Paris; mais cela vient de ce que le cercle *AOB*, sur lequel nous avons pris les arcs *BL* & *AK* égaux à la latitude de Paris, n'est pas un méridien ni un cercle sur lequel se comptent les latitudes; l'axe est incliné au cercle de projection; le méridien est incliné au cercle *AOB*, le point de l'axe par lequel

passe le parallele de Paris, est bien à une distance du centre égale à *CD*; mais ce point rapporté sur le cercle de projection répond perpendiculairement en *G*, en sorte que *CG* est égale à *CD* multipliée par le cosinus de la déclinaison (671). Ainsi l'opération que nous venons de faire pour trouver le point *G* est seulement une construction par laquelle on a les grandeurs *CE* & *CF* telles que nous avons fait voir qu'elles devoient se trouver, mais où la ligne *KDL* n'est point employée comme diametre du parallele.

687. Le grand axe de l'ellipse est le diametre du parallele; ayant pris déjà les arcs *AK* & *BL* égaux à la latitude du lieu pour lequel on veut dresser la projection, la ligne droite *KL* sera le diametre même du parallele, qui n'est autre chose que le cosinus de la latitude du lieu. Ayant la grandeur de l'axe on tirera par le centre *G* que nous avons déterminé, une ligne *SGX* parallele & égale à *KL*, qui est égale au diametre du parallele de Paris: *SGX* sera le grand axe de l'ellipse qu'il s'agit de décrire.

688. Connoissant le grand axe *SX* & le petit axe *EGF* (685) de l'ellipse que nous cherchons, il sera aisé de la décrire, c'est à dire, d'en trouver tous les points d'heure en heure. On décrira sur le grand axe *SX* un cercle *SHXQ*, qui représentera le parallele de Paris, quoique situé dans un plan différent; ce cercle étant divisé en 24 heures aux points marqués 1, 2, 3, &c. on sera sûr que chaque point *g* du parallele paroîtra sur la ligne *gf* perpendiculaire au grand axe *SX*, tirée par chaque point de division; car quelle que soit l'inclinaison du cercle *SHX*, & l'obliquité sous laquelle il sera vu, pourvu qu'il passe par les points *S* & *X*, le point *g* de sa circonférence répondra toujours perpendiculairement au point *h* du grand axe, & l'abscisse *Gh* de l'ellipse sera toujours le sinus même de l'arc *Hg* du parallele, ou de la distance au méridien.

689. Pour trouver aussi l'ordonnée *bh* de l'ellipse, au même point, on remarquera que la ligne *gh* du parallele étant vue obliquement, doit paroître d'une longueur *bh*, plus petite que *gh* dans le même rapport que *GE* est plus

petit que *GH*, ou le petit axe plus petit que le grand axe; il s'agit donc de diminuer le cosinus *gh* d'un angle horaire de 15°, &c. dans ce même rapport.

690 Pour trouver aisément ces cosinus ainsi diminués, on peut se servir d'un compas de proportion, ou bien l'on décrira du centre *G* un autre cercle *EYF* sur le petit axe, on le divisera comme le cercle *HXQ* en 24 parties, si l'on se contente de 24 heures, ou en 48, si l'on veut avoir une ellipse divisée en demi-heures. Par les points de division du grand cercle, on tirera des lignes *gbh* paralleles au petit axe, & par les points de divisions du petit cercle, qui correspondent aux mêmes heures, on tirera des lignes comme *ab* parallele au grand axe; celles-ci étant prolongées iront rencontrer les premieres dans des points tels que *b*, qui formeront l'ellipse que l'on cherche. Par exemple, la seconde ligne parallele au petit axe, & qui va du point 30 ou *g* au point *f*, coupe la seconde ligne *ab*, tirée également à 30° du point *E* parallelement au grand axe *GX*, dans le point *b*; ce point est celui de l'ellipse qui est à deux heures du méridien, puisque *bh* est le cosinus de 30° dans le petit cercle, ou le cosinus *gh* diminué dans le rapport des axes. Le point correspondant *c* à gauche marque deux heures après midi. C'est ainsi qu'on a pour chaque heure la projection du parallele de Paris, & la situation de Paris sur le cercle de projection, à toutes les heures du jour.

691. On voit dans la figure 87 une ellipse tracée par la méthode précédente pour 26 degrés de déclinaison, mais dans laquelle on a supprimé toutes les lignes qui ont servi à la décrire. La partie inférieure de l'ellipse a lieu quand la déclinaison est septentrionale; car alors la partie éclairée du parallele, telle que *CB* dans la figure 83, paroît la plus basse ou la plus méridionale par rapport au rayon solaire *ST*. Mais soit qu'on se serve de la partie supérieure ou de la partie inférieure de l'ellipse, il faut toujours considérer Paris ou le lieu de l'observateur, comme allant vers la gauche, c'est-à dire à l'orient, dans la partie visible du parallele, ou dans la partie qui est tournée vers l'étoile.

La

La partie droite ou occidentale de l'ellipse, (*fig.* 87), sert pour les heures du matin, dans les éclipses de soleil; mais si c'est une éclipse d'étoile fixe, cette partie sert avant le passage de l'étoile au méridien, puisque le mouvement de la terre se fait vers l'orient, soit sur la terre, soit sur la projection qui en est l'image; on marque 0^h ou 12^h aux sommets du petit axe, lorsqu'il s'agit du soleil; mais l'on y marque l'heure du passage de l'étoile au méridien, lorsqu'il s'agit d'une éclipse d'étoile par la lune.

692. On voit au bas de figure 87 les diametres des ellipses qu'on trouveroit pour différentes déclinaisons en employant le même rayon de projection. On y voit aussi à quelle distance passeroient toutes ces ellipses du sommet *S* de la projection, c'est-à-dire, la valeur de *SV*. J'ai marqué au milieu de l'ellipse les lieux des centres de ces différentes ellipses, chacun pourra les tracer toutes sur autant de cartons différents, pour calculer les éclipses de toutes les étoiles par la lune.

693. La situation du cercle de latitude par rapport au cercle de déclinaison *CG* (*fig.* 84), peut se trouver par le moyen du calcul de l'angle de position (313); mais pour abréger, autant qu'il est possible, l'opération graphique dont nous allons parler, on peut se servir de la méthode suivante. Je suppose que *FGH* soit un arc du cercle de projection égal au double de l'obliquité de l'écliptique, c'est-à-dire, que du point *G* où se termine le méridien *CG* de la projection, on ait pris les arcs *GF* & *GH*, chacun de 23° 28'; sur la tangente *GV* de l'arc *GF* & du centre *G*, l'on décrira un cercle *XMV* qu'on divisera en 12 signes, comme l'écliptique, en commençant au point *X* du côté de l'occident, où l'on marquera le Bélier, c'est-à-dire, 0^s de longitude, & continuant de *X* en *M*, *V*, *B*. L'on prendra sur ce cercle un arc *XM* égal à la longitude du soleil ou de l'étoile dont on calcule l'éclipse; on abaissera sur le diametre *VX* la perpendiculaire *MN*; & le point *N* de la tangente *GNX* où passera cette perpendiculaire *MN*, sera le point où l'on devra tirer le cercle de latitude *CN*.

En effet, *GN* est le cosinus de l'arc *XM* ou de la longitude du soleil, pour le rayon *GX*; donc *GX* : *R* : : *GN* : cos. long. ☉; c'est-à-dire, *GN*=*GV* cos. longit. mais par la construction *GM*=tang. 23° ½ pour le rayon que nous supposons égal à l'unité, c'est-à-dire, *CG* ou *CH*; donc *GN*=tang. 23° ½ cos. long.; cela revient à la proportion de trigonométrie sphérique, par laquelle on trouve l'angle de position quand on connoît la longitude du soleil & *l'obliquité* de l'écliptique : le rayon est au *cosinus* de l'hypothénuse ou de la longitude du soleil, comme la tangente de l'angle qui est l'oblitiquité de l'écliptique est à la cotangente de l'autre angle ou à la tangente de l'angle de position. Donc l'angle *NCG* est celui que doit former le cercle de latitude *CN* avec le méridien *CG*.

694. On pourroit aussi faire une construction semblable pour les étoiles fixes que la lune rencontre : il est vrai qu'on supposeroit le cosinus de la latitude égal au rayon, mais l'erreur est insensible ; car la latitude de la lune ne va pas à 6°, il n'y pas $\frac{1}{180}$ d'erreur à craindre, ce qui ne fait pas 8 minutes de degré sur l'arc *AF* : or 8′ sont insensibles même sur une figure d'un pied de rayon, telle que j'ai coutume de l'employer. J'ai marqué sur la circonférence de la figure 87 les points où il faut tirer le cercle de latitude pour différentes étoiles, telles que γ ♍, c'est-à-dire, l'étoile γ de la constellation de la Vierge, &c. On voit que toutes celles dont la longitude est dans le premier ou le dernier quart de l'écliptique, c'est-à-dire, dans les signes ascendants, sont à la droite du méridien *CS*, les autres sont à la gauche ; parce que dans la figure 84, les trois premiers & les trois derniers signes de longitude sont à droite ou à l'occident du point *G* ; cela est aisé à appercevoir sur un globe ; la direction de l'écliptique tend à l'orient dans tous les cas ; si en même temps elle se rapproche du nord, la perpendiculaire doit décliner du côté opposé à la direction de l'écliptique, c'est-à-dire, à l'occident, quand on la considere du côté du nord.

Trouver les phases d'une Eclipse de soleil ou d'étoile, avec la regle & le compas.

695. Les constructions précédentes suffisent pour faire trouver avec l'exactitude d'une minute de temps le commencement & la fin d'une éclipse, sans calculer les parallaxes. On voit dans la figure 87 un demi-cercle d'environ 5⅚ pouces de rayon, qui représente la projection de la terre dans l'orbe de la lune (649) ; le rayon *CR* est divisé en autant de minutes qu'en contient la parallaxe ; le diametre *TR* est parallele à l'équateur, *CS* est une portion du méridien universel ou du cercle de déclinaison qui passe par le soleil ou par l'étoile ; *CK* est la distance du centre de projection au centre de l'ellipse, trouvée ci-dessus (678) ; *KF* est le demi-axe de l'ellipse (687), égal au cosinus de la latitude du lieu pour lequel on calcule une éclipse, par exemple, de Paris. La ligne *KV* ou *KQ* est la moitié du petit axe de l'ellipse, qui est au grand axe comme le sinus de la déclinaison de l'astre est au rayon (674). Cette ellipse dans la figure 87 représente le parallele de Paris, ou la trace décrite sur le plan de projection par le rayon mené de Paris à *Antarès*, dont la déclinaison est de 26°.

696. La partie supérieure de l'ellipse est l'arc diurne, ou celui dont on doit faire usage quand la déclinaison du soleil est méridionale ; la partie inférieure *FQH*, est celle qui sert pour les déclinaisons septentrionales (691) : le cercle de latitude est représenté par *CL* (694).

697. La latitude de la lune au moment de la conjonction étant prise sur les divisions de la ligne *CR*, qui sert d'échelle, & portée de *C* en *L* sur le cercle de latitude, le point *L* est celui où doit passer l'orbite de la lune, en lui donnant l'inclinaison convenable. Pour cet effet on tirera par le point *L* de la conjonction une ligne *LM* perpendiculaire au cercle de latitude ; on prendra la quantité du mouvement horaire de la lune en longitude, moins celui de soleil ; sur les divisions de *CR*, & l'on portera ce mou-

vement de *L* en *M*; on prendra auſſi le mouvement horaire en latitude, on le portera de *M* en *N* parallelement au cercle de latitude ; au midi du point *M*, ſi la lune ſe rapproche du nord ; au nord, ſi la lune s'approche du midi, c'eſt-à-dire, ſi la latitude eſt auſtrale croiſſante ou boréale décroiſſante. Par les points *N* & *L*, on tirera l'orbite relative *INL*; on marquera au point *L* l'heure & la minute de la conjonction ; on marquera en *N* une heure de moins; l'on diviſera *NL* en 60 minutes de temps, & l'on portera les mêmes diviſions à gauche du point *L*, pour avoir la ſituation de la lune de minutes en minutes une heure avant la conjonction, & une heure après, ou même davantage.

698. On marquera ſur l'ellipſe les heures du ſoleil ou de l'étoile qui répondent aux diviſions qu'on a trouvées (690); en prenant la partie inférieure de l'ellipſe ſi le ſoleil ou l'étoile déclinent du côté du pole élevé (691). Quand il s'agit d'une éclipſe d'étoile, c'eſt l'heure du paſſage au méridien que l'on écrit ſur le méridien, en *V* ou en *Q*.

699. On prendra ſur les diviſions de *CR* la ſomme des demi-diametres du ſoleil & de la lune, ou le demi-diametre ſeul de la lune, s'il s'agit d'une éclipſe d'étoile. Le compas étant ouvert de cette quantité, on verra ſi le moment de la conjonction marqué en *L*, & la même minute de temps priſe ſur les diviſions de l'ellipſe, ſont éloignés entre eux de cette quantité des demi-diametres; ſi cela arrivoit, le temps de la conjonction ſeroit auſſi le temps du commencement ou de la fin de l'éclipſe ; ce ſeroit le commencement ſi le point trouvé ſur le parallele étoit à l'orient du point *L*; ce ſeroit la fin ſi le point de l'ellipſe marqué de la même heure que le point *L*, étoit à l'occident ou à la droite du point *L*.

Si cette diſtance des points correſpondants ſur l'ellipſe & ſur l'orbite de la lune n'eſt pas égale à la ſomme des demi-diametres, on placera le compas à la droite ou à la verra ſi le point *L* ſur l'orbite de la lune comme en *I*; on gauche du point *A* de l'ellipſe marqué du même nombre

d'heures & de minutes que le point *I* de l'orbite, est à la gauche de celui ci de la quantité des demi-diametres; s'il est trop éloigné, on promenera la branche droite du compas, sans changer l'ouverture, jusqu'à ce que la branche gauche trouve un point *A* de l'ellipse marqué du même nombre de minutes que le point de l'orbite où est la branche droite.

Quand on aura ainsi trouvé deux temps correspondants, l'un sur l'orbite, l'autre sur le parallele, tels que *I* & *A*, marqués de la même heure & de la même minute, & éloignés de la quantité *IA*, de maniere que le point *I* de l'orbite soit à la droite ou à l'occident du point *A* du parallele, on sera sûr que ce moment est celui du commencement de l'éclipse; car on a vu que l'éclipse commence pour Paris, quand la distance entre le point de la projection où Paris voit le soleil, c'est-à dire, auquel Paris répond, & celui où se trouve la lune au même instant, est égale à la somme des demi-diametres du soleil & de la lune (646).

700. La lune avance vers l'orient dans son orbite de *I* en *E*, & Paris avance sur son parallele de *A* en *B*; mais beaucoup plus lentement, puisqu'il faut 12 heures pour décrire la demi ellipse du parallele de Paris, tandis que la lune en deux heures de temps ou environ fait dans son orbite un chemin aussi considérable: ainsi la lune arrivera de l'autre côté ou à l'orient de Paris, & se trouvera en *E* lorsque Paris ne sera arrivé qu'en *B*; ils seront encore une fois à la même distance l'un de l'autre, c'est-à-dire, à une distance *BE*, égale à la somme des demi-diametres de la lune & du soleil, la lune abandonnant le soleil; & quand on aura trouvé deux points *B* & *E* marqués de la même minute, on sera sûr d'avoir la fin de l'éclipse.

701. Le milieu de l'éclipse est à peu près le milieu de l'intervalle de temps écoulé entre le commencement & la fin: ainsi l'on cherchera la minute ou le point *D* qui tient le milieu entre ces moments marqués en *I* & en *E*, & la minute ou le point *G* qui tient aussi le milieu entre *A* &

B. La diſtance de ces deux points *D* & *G*, dont l'un eſt ſur l'orbite, l'autre ſur le parallele de Paris, donnera la plus courte diſtance des centres de la lune & du ſoleil, ou leur diſtance, dans le temps du milieu de l'éclipſe.

702. Cette diſtance étant portée avec le compas ſur les diviſions du rayon *CR*, ſe trouvera exprimée en minutes & & en ſecondes de degré; car ſur une échelle d'un pied de rayon, chaque minute occupe plus de deux lignes, & l'on y diſtingue facilement un intervalle de 5 à 6″; ainſi l'on aura en minutes & en ſecondes la plus courte diſtance du centre de la lune au centre du ſoleil ou de l'étoile, au temps du milieu de l'éclipſe. Si le point *D* de l'orbite eſt au deſſous ou au midi du point *G* du parallele, ce ſera une preuve que la lune paſſe au midi de l'étoile.

703. Pour éviter de diviſer chaque fois le rayon *CR* de la projection, en autant de parties qu'en contient la parallaxe; c'eſt à dire, tantôt en 54′, tantôt en 61′, ſans compter les fractions de minutes, on forme une échelle *EF* (*fig.* 88), de 60 minutes dont les lignes ſont plus longues que le rayon du cercle, lorſque la parallaxe eſt plus petite que 60′; mais ſont plus petites quand la parallaxe excede 60′: par exemple, ſi la parallaxe eſt de 54′, c'eſt à dire, plus petite d'un ſixieme que le rayon de la projection qu'on ſuppoſe toujours de 60′; il faut avoir une échelle où le compas puiſſe indiquer 54′ au lieu de 60′: car la même ouverture de compas qui valoit 10′ quand la parallaxe étoit de 60′, ne doit valoir que 9′ quand cette parallaxe n'eſt que de 54′; il faut donc avoir une échelle plus grande d'un ſixieme: cette échelle, quoique diviſée en 60 parties, n'en fera trouver que 54 quand on y portera le rayon de projection, parce qu'elle eſt plus grande que ce rayon, & que ſes parties ont plus d'étendue.

704. Le demi-diametre de la lune étant toujours les $\frac{3}{11}$ de la parallaxe (584), on pourra tirer une ligne droite *CD* ſur l'échelle, de maniere qu'elle intercepte les $\frac{3}{11}$ de toutes les échelles de parallaxe, en comptant de la ligne marquée 10, 10; on prendra facilement ſur cette échelle le

demi diametre de la lune qui eſt, par exemple, de 16′ $\frac{2}{3}$ ſi la parallaxe eſt de 61′; de 14′ $\frac{2}{3}$ ſi elle eſt de 54′, & ainſi des autres; on le prendra avec le compas ſans avoir beſoin d'en ſavoir la valeur.

705. Quand on a la plus courte diſtance *GD* des centres du ſoleil & de la lune, & qu'on en veut conclure la grandeur de l'éclipſe en doigts (628), il faut retrancher cette diſtanche de la ſomme des demi-diametres, & porter le reſte ſur le diametre du ſoleil, diviſé en 12 parties ou 12 doigts; l'on y verra la partie éclipſée du ſoleil, en doigts & fractions de doigts.

706. Lorſqu'il s'agit d'une éclipſe d'étoile, on ſuit le même procédé que pour les éclipſes de ſoleil, en obſervant, 1°. que *CL* eſt la différence entre la latitude de la lune & celle de l'étoile; 2°. que *LN* eſt le mouvement horaire de la lune ſeule, puiſque l'étoile n'a aucun mouvement propre; 3°. que ſur le points *V* ou *Q* de l'ellipſe on marque l'heure du paſſage au méridien, ou plus exactement, la différence entre ſon aſcenſion droite & celle du ſoleil, convertie en temps, pour l'heure de l'éclipſe; 4°. que l'on prend la diſtance *IA* égale au ſeul diametre de la lune.

707. Exemple. Le 7 avril 1749, Antarès fut en conjonction avec la lune à 2h 22′ du matin, la parallaxe de la lune étoit alors de 57′ $\frac{1}{4}$, ſon mouvement horaire 33′ 12″ en longitude, & 1′ 56″ en latitude décroiſſante; la latitude au moment de la conjonction étoit de 3° 45′ 22″, celle de l'étoile étoit de 4° 32′ 12″; ainſi la lune étoit au nord de l'étoile de 46′ 50″.

Je commence par tirer l'axe de l'écliptique ou le cercle de latitude *CL* au point qui convient à la longitude d'Antarès 8ˢ 6° 16′ (693); je prends ſur la ligne qui répond à 57′ dans l'échelle des parallaxes (*fig.* 88), une quantité de 46′ 50″, & je la porte de *C* en *L* ſur le cercle de latitude: au point *L* je tire la perpendiculaire *LM* (*fig.* 87.

Je prends ſur la même ligne de l'échelle des parallaxes

le mouvement horaire de la lune 33′ ⅓, & je le porte de *L* en *M* sur la perpendiculaire au cercle de latitude ; je porte aussi 2′ au dessous du point *M*, parce que la lune s'avançoit de 2′ par heure vers le nord, & le point *N* marque le lieu de la lune une heure avant la conjonction, ou à 1^h 22′ du matin : ayant donc marqué en *L* le moment de la conjonction 2^h 22′, je marque en *N* 1^h 22′, & divisant l'intervalle *LN* en 60 parties, je marque la situation de la lune de 10 en 10′, comme on le voit dans la figure 87 depuis 0^h 50′ jusqu'à 2^h 30′.

L'heure du passage d'Antarès au miridien de Paris est 3^h 11′ (363), je la marque au sommet *V* de l'ellipse, & je marque 2^h 11′, 1^h 11′, &c. sur les autres divisions de l'ellipse ; je subdivise les intervalles de 10 en 10′, du moins dans les heures où il paroît que l'éclipse peut arriver, c'est-à-dire, qui approchent de l'heure de la conjonction.

Je prends sur l'échelle le demi diametre de la lune, depuis la ligne 10, 10, jusqu'à la ligne *CD*, & cela sur la ligne de 57′ ; cette ouverture de compas étant promenée sur l'orbite de la lune & sur l'ellipse, je vois qu'une des pointes étant en *I* sur 1^h 1′, l'autre pointe tombe en *A* sur l'ellipse, & y a rencontre aussi 1^h 1′ : ainsi la lune étant en *I* à 1^h 1′, & la projection de Paris, ou le lieu apparent de l'étoile en *A*, il doit se faire une éclipse, la distance de la lune à l'étoile étant précisément égale au demi diametre de la lune, ce qui suppose un contact de l'étoile au bord de lune.

Je promene la même ouverture de compas de l'autre côté en avançant vers l'orient, & je trouve qu'une des pointes étant en *E* sur 2^h 11′, l'autre point tombe aussi à 2^h 11′ sur l'ellipse en *B*, c'est le moment de l'émersion, la lune a donc parcouru la portion *IE* de son orbite, depuis le moment de l'immersion jusqu'à celui de l'émersion, & le lieu apparent de l'étoile a changé de la quantité *AB*. C'est vers le milieu de cet intervalle, la lune étant en *D* & l'étoile en *G*, qu'est arrivée la plus courte distance ; on s'en assurera en mesurant la distance de minute en minute ; car l'on

verra qu'aux environs de 1h 36' elle cesse de diminuer, après quoi elle augmente ; cette plus courte distance *DG* étant portée sur la ligne 57 de l'échelle des parallaxes, se trouvera de 6', ce qui m'apprend que le centre de la lune a passé 6' au midi de l'étoile, au temps de la plus courte distance. Si c'est une éclipse de soleil, on prend la somme des demi-diametres du soleil & de la lune pour la porter sur les divisions de l'orbite & de l'ellipse.

708. Il seroit facile de réduire au calcul les opérations graphiques, dont on vient de voir l'explication; mais on a encore d'autres méthodes pour calculer rigoureusement les phases d'une éclipse de soleil ; on en peut voir le détail dans *mon Astronomie*; je ne puis donner ici qu'une idée de celle que j'ai adoptée & perfectionnée, & que j'appelle la méthode des angles parallactiques.

Soit *S* le soleil (*fig.* 86) ou l'étoile dont on calcule l'éclipse, *ZCSD* le vertical du soleil, *PBSE* le cercle de latitude tiré du pole de l'écliptique par le soleil, *OS* le cercle de déclinaison tiré du pole de l'équateur. Connoissant la déclinaison du soleil, & l'heure pour laquelle on veut calculer la distance apparente des centres, l'état ou la phase de l'éclipse; on cherchera la hauteur du soleil (368), & son angle parallactique *OSZ* (369), on en retranchera l'angle de position *OSP* (313, 318) formé au centre du soleil par le cercle de déclinaison & le cercle de latitude ; on l'ajoutera si le pole de l'écliptique est situé de l'autre côté du point *O*, ce qui peut s'appercevoir aisément avec un globe que l'on auroit placé convenablement pour le jour & l'heure proposés (192); on aura l'*angle parallactique* proprement dit formé par le vertical & le cercle de latitude.

709. Connoissant pour le même instant la longitude vraie de la lune & celle du soleil, on a leur différence, qu'il faut multiplier par le cosinus de la latitude de la lune, & qui dans cet état est représenté par la ligne *AB* parallele à l'écliptique, ou perpendiculaire au cercle de latitude. On connoît aussi la latitude vraie de la lune pour le même ins-

tant, c'eſt l'arc *SB* du cercle de latitude compris entre le ſoleil & le point *B* auquel la lune *A* répond perpendiculairement. Dans le triangle *ABS* rectangle en *B*, on connoît les deux côtés *AB* & *BS*, on cherchera par la trigonométrie rectiligne l'angle de conjonction *ASB*, & la ligne *AS* qui eſt la vraie diſtance de la lune au ſoleil. On retranchera l'angle parallactique *PSC* de l'angle de conjonction *ASB*, ou bien on prendra leur ſomme ſi le point *A* eſt ſitué de l'autre côté de *BS*, & l'on aura l'angle d'azimut *ASC*; connoiſſant cet angle avec l'hypothénuſe *AS*, on cherchera *SC* qui eſt la différence de hauteur entre le ſoleil & la lune, & *AC* qui eſt leur vraie différence d'azimut. Cette différence de hauteur étant ajoutée avec la hauteur du ſoleil donnera la hauteur vraie de la lune. Connoiſſant la parallaxe horizontale, on calculera la parallaxe de hauteur (582), qui retranchée de la hauteur vraie donnera la hauteur apparente. La différence entre cette hauteur apparente & celle du ſoleil, donnera l'arc *SD* du vertical, qui déſignera la ligne horizontale *DL* ſur laquelle doit ſe trouver le lieu apparent *L* de la lune. La différence apparente d'azimut *DL* eſt un peu plus grande que la différence vraie *CA*; mais la différence ne va jamais qu'à 30″, & peut ſe négliger dans bien des cas; on pourroit la trouver facilement, puiſque *CA* eſt à *DL* comme le ſinus de la diſtance vraie au zénith eſt au ſinus de la diſtance apparente. J'en ai donné une table dans la connoiſſance des temps de 1764. On corrigera encore la différence d'azimut *DL* par la parallaxe d'azimut (592), & ſi l'on veut employer une extrême préciſion dans le calcul, on appliquera auſſi à la parallaxe de hauteur *CD* l'équation qui vient de l'applatiſſement de la terre (594). Connoiſſant par ce moyen *DL* avec *DS* on réſoudra le triangle *DSL*, & l'on trouvera l'hypothénuſe *SL* qui eſt la diſtance apparente des centres du ſoleil & de la lune.

710. Si cette diſtance eſt égale à la ſomme des demi-diametres apparens du ſoleil & de la lune (ou de la lune ſeule s'il s'agit d'une éclipſe d'étoile); c'eſt une preuve

que les deux bords se touchent & que l'éclipse commence ou bien qu'elle finit : si cette distance est plus petite, par exemple, de 5', on est assuré que la lune anticipe sur le soleil de 5' ou qu'il y a 5' d'éclipse. En abaissant une perpendiculaire *LE* du lieu apparent *L* de la lune sur le cercle de latitude *BSE*, on a la latitude apparente de la lune *SE*, & la différence de longitude apparente *EL*. Ainsi la quantité *BE* est la *parallaxe de latitude*, & la différence entre *AB* & *LE* est la *parallaxe de longitude*, en supposant que le point *L* & le point *A* soient l'un & l'autre du même côté du cercle de latitude *BSE*.

711. Quand on a fait le même calcul pour deux instants différents, on a deux latitudes apparentes, & deux différences de longitudes entre la lune & le soleil; on pourra tracer *l'orbite apparente* affectée par la parallaxe, & calculer les phases d'une éclipse de soleil, comme nous avons calculé celles d'une éclipse de lune en traçant l'orbite relative vraie (620).

Usage des Eclipses pour trouver les longitudes géographiques.

712. La méthode la plus exacte que nous ayons pour connoître les longitudes des lieux de la terre (47), ou les différences des méridiens (51, 54), est certainement celle des éclipses de soleil ou d'étoiles; le seul inconvénient de cette méthode est la longueur des calculs qu'elle exige, mais cela n'empêche pas que nous n'en fassions un usage continuel pour le bien de la géographie.

713. Lorsqu'on a observé le commencement & la fin d'une éclipse de soleil, l'immersion & l'émersion d'une étoile cachée par la lune, ou celle d'une planete, il faut en déduire le temps de la conjonction vraie; & quand on a le temps de la même conjonction pour chacun des deux pays, la différence des temps est évidemment celle des méridiens (*Képler, astron. pars optica* 395.) Cette méthode est la plus directe, la plus élégante & la plus sûre dont

on puiſſe faire uſage. Je choiſis, pour exemple, le calcul d'une éclipſe d'étoile, comme renfermant quelques conſidérations de plus que celui d'une éclipſe de ſoleil; mais j'y ajouterai toujours les modifications qu'exigent les éclipſes de ſoleil.

714. Soit *S* (*fig.* 90), le ſoleil, ou l'étoile éclipſée, *L* la ſituation apparente du centre de la lune, par rapport au ſoleil au commencement de l'éclipſe; *F* le lieu apparent du centre de la lune au moment de l'émerſion; *LF* le mouvement apparent de la lune par rapport au ſoleil ou à l'étoile, dans l'intervalle de la durée de l'éclipſe; *SH* le cercle de latitude qui paſſe par l'étoile, *GHI* un arc de l'écliptique, *DSE* une ligne perpendiculaire à *SH*, paſſant par l'étoile & ſenſiblement parallele à l'écliptique; ſuppoſons encore *FA* parallele à *DE*, l'on aura le mouvement apparent en latitude *AL*, & le mouvement relatif apparent en longitude *FA* ſur un arc de grand cercle; cet arc ſe confond ſenſiblement avec le parallele à l'écliptique, mais il eſt plus petit de quelques ſecondes que l'arc *GI* de l'écliptique; ce mouvement apparent eſt la premiere choſe qu'il s'agit de trouver.

715. On connoît par les tables l'heure de la conjonction vraie, calculée, de même que les longitudes & les latitudes vraies de la lune, & de l'aſtre éclipſé, au commencement & à la fin de l'éclipſe; on calcule pour les mêmes inſtants la différence des parallaxes en longitude & en latitude (710); on ajoute chaque parallaxe à la longitude vraie, ou bien on la retranche ſuivant que le lieu apparent de la lune eſt plus ou moins avancé que le lieu vrai, & l'on a les longitudes apparentes ou affectées de la parallaxe, dont la différence & le mouvement apparent de la lune ſur l'écliptique; on en retranche le mouvement de ſoleil, ou de l'aſtre éclipſé (s'il eſt rétrograde on les ajoute); & l'on a la valeur de *GI* mouvement relatif apparent ſur l'écliptique.

716. On applique de même la différence des parallaxes en latitude pour chacun des deux inſtants, à la latitude

vraie de la lune calculée par les tables (ou à sa distance au pole boréal de l'écliptique), & l'on a les deux latitudes apparentes *IL*, *GF*, au commencement & à la fin de l'éclipse ; la différence de ces latitudes apparentes (ou leur somme, si l'une étoit australe & l'autre boréale), est le mouvement apparent de la lune en latitude; on en ôte le mouvement en latitude de l'astre éclipsé, si la latitude change dans le même sens que celle de la lune, & l'on a la valeur de *AL* mouvement relatif apparent de la lune. On multiplie la différence des longitudes apparentes, c'est-à-dire, *GI*, par le cosinus de la latitude apparente qui tient le milieu entre les latitudes *IL* & *GF* (531), & l'on a la valeur du mouvement *FA* mesuré dans la région de l'éclipse.

717. Dans le triangle *FAL* rectangle en *A*, l'on connoît les deux côtés *FA* & *AL*, on trouvera l'angle *LFA* & l'hypothénuse *FL*, c'est-à-dire, l'inclinaison de l'orbite *apparente*, & le mouvement apparent en ligne droite, sur l'orbite apparente de la lune relativement à l'astre *S*, qui est toujours supposé immobile pendant la durée de l'éclipse.

718. Dans le triangle *LSF*, on connoît trois côtés, le mouvement apparent *FL* en ligne droite, la somme des demi-diametres de la lune & de l'astre éclipsé, celui de la lune étant augmenté à raison de sa hauteur sur l'horizon (572) ; la somme des demi-diametres pour le commencement est *SL*, pour la fin c'est *SF* ; on cherchera les angles, *SLF* & *SFL* ; commençant par l'analogie ordinaire de la trigonométrie rectiligne : le mouvement *FL* est à la somme des deux distances observées, ou des deux sommes des demi-diametres, *SL* & *SF*, comme leur différence est à la différence des segments *BL* & *BF* ; la moitié de cette différence trouvée, étant ajoutée avec la moitié du mouvement *FL* donnera le plus grand des deux segments ; cette demi-différence retranchée de la moitié du mouvement *FL* donnera le plus petit des deux segments.

719. Quand on aura les deux segments, il sera facile de trouver les angles comme *BLS*, *BFS*; l'un de ces angles ajouté avec celui de l'inclinaison apparente *LFA*, & l'autre retranché, donneront les compléments des angles de conjonction apparentes, c'est-à-dire, les angles *DSF*, *LSE*.

Le rayon est à la somme des demi-diametres apparents *SF*, qui répond à la plus grande latitude, comme le cosinus de l'angle *DSF* est à *SD*; cette quantité divisée par le cosinus de la latitude *HS* de l'astre *S* (si ce n'est pas le soleil), donnera la distance *HG* à la conjonction apparente pour celle des deux observations qui répond à la plus grande des deux latitudes apparentes de la lune, c'est-à-dire, à *DF*. On ôtera cette distance de la longitude vraie du soleil ou de l'étoile, si c'est le commencement de l'éclipse auquel répond la plus grande latitude, on l'ajoutera avec la longitude de l'étoile, si c'est la fin de l'éclipse, & l'on aura la longitude apparente de la lune observée Cette longitude observée étant comparée à celle qu'on avoit calculé, donnera l'erreur des tables en longitude.

720. La parallaxe de longitude étant appliquée à la longitude apparente donnera la longitude vraie de la lune; la différence entre cette longitude vraie & celle de l'étoile *S* convertie en temps à raison du mouvement horaire sur l'écliptique, fera trouver l'heure de la conjonction vraie, pour le lieu de l'observation. L'on fera le même calcul pour une autre observation, & l'on aura pour ce nouveau méridien l'heure de la conjonction vraie; elle différera de la premiere d'une quantité qui sera la différence des méridiens entre les deux pays où l'observation a été faite.

721. La maniere de déterminer les longitudes des différents pays de la terre par la conjonction vraie calculée pour les deux pays, est la plus exacte que nous ayons; le seul inconvénient, comme je l'ai dit, est la longueur du calcul qu'elle suppose; c'est un très-grand obstacle, à cause du peu de personnes qui s'occupent de ces recherches.

Cependant depuis quelques années on a déterminé les longitudes d'un très-grand nombre de villes par des observations d'éclipses de soleil, & j'en ai rapporté beaucoup dans la *connoissance des temps* pour 1774.

722. Les étoiles dont on observe les immersions paroissent souvent pendant quelques secondes être entiérement sur le disque de la lune. Il est probable que cette apparence est occasionnée par l'irradiation ou le débordement de lumiere de la lune ; tous les corps lumineux sont ainsi bordés, & comme enflés par la lumiere qui les environne.

723. L'athmosphere de la lune produit un autre phénomene, que M. du Séjour paroît avoir démontré dans les Mémoires de l'académie pour 1767, c'est une INFLEXION de 4″ ½ égale au double de la réfraction horizontale qui a lieu dans l'athmosphere de la lune ; pour tenir compte de cette inflexion, il faut dans les éclipses de soleil diminuer le demi-diametre de la lune de cette quantité, en même temps qu'on diminue celui du soleil de 3″, à cause de l'irradiation : la circonstance la plus favorable pour constater cette inflexion seroit celle d'une éclipse qui seroit totale pour les pays où la lune seroit fort élevée sur l'horizon, & annulaire dans les pays où la lune seroit la plus basse : telle a dû être l'éclipse du 23 septembre 1699.

724. Les éclipses des planetes par la lune se calculent de la même maniere que les éclipses de soleil ou d'étoiles, pourvu qu'on ait égard à leurs mouvements en longitude & en latitude, qui augmente ou qui diminue celui de la lune, & qui influe sur la situation de l'orbite relative.

725. Les planetes sont quelquefois assez proches l'une de l'autre pour s'éclipser mutuellement ; Mars parut éclipser Jupiter le 9 janvier 1591, & il fut éclipsé par Vénus le 3 octobre 1590, (*Képler*, *Astron. Pars Optica*, *page* 305) ; Mercure fut caché par Vénus le 17 mai 1737, (*Philos. Transact.* N°. 450). On trouve aussi dans les ouvrages des Astronomes plusieurs exemples des occultations d'étoiles par les planetes ; Saturne couvrit l'étoile *e* de la

ſixieme grandeur qui eſt à la corne auſtrale du Taureau, le 7 janvier 1679, ſuivant M. Kirche, (*Miſcell. Berolin*, *pag.* 205).

DES PASSAGES DE VENUS ET DE MERCURE ſur le Soleil.

VÉNUS & Mercure qui tournent autour du ſoleil à une moindre diſtance que la terre, (art. 393), ſe trouvent entre nous & le ſoleil à chaque révolution ſynodique ; & ſi ces planetes n'ont alors que peu de latitude, on voit ſur le ſoleil une tache noire & ronde, dont la largeur paroît occuper environ la trentieme partie de celle du ſoleil, ſi c'eſt Vénus, & ſeulement la 150ᵉ partie ſi c'eſt Mercure.

726. Averrhoës crut avoir apperçu Mercure ſur le Soleil, mais Albategnius & Copernic ne penſoient pas qu'il fût poſſible de l'y voir à la vue ſimple, & ils avoient raiſon. Képler crut auſſi avoir apperçu Mercure ſur le ſoleil à la vue ſimple ; mais il reconnut enſuite que ce ne pouvoit être qu'une tache du ſoleil ; il s'en trouve quelquefois d'aſſez groſſes pour qu'on puiſſe les entrevoir ſans lunettes ; Galilée aſſuroit en avoir vu & les avoir montré à d'autres à la vue ſimple, & nous en citerons des exemples (936, 941). Mais à l'égard de Mercure qui n'a que 12″ de diametre, il eſt impoſſible qu'on l'ait jamais apperçu ſur le ſoleil ; c'eſt tout ce que l'on pouvoit faire, en 1761, que d'y appercevoir Vénus, qui avoit 58″ de diametre. Il n'eſt donc pas étonnant qu'avant la découverte des lunettes, on n'eût jamais obſervé Mercure ni même Vénus ſur le ſoleil.

727. Ces paſſages n'arrivent que lorſque Vénus & Mercure dans leur conjonction inférieure, n'ont pas une latitude plus grande que le demi-diametre du ſoleil, c'eſt-à dire, lorſque la conjonction arrive fort près du nœud, tout au plus, à la diſtance de 1° ¾ pour Vénus.

728. Ces paſſages ſont importants ; il fourniſſent un moyen de déterminer exactement le lieu du nœud *N* de Mercure, ou de Vénus (*fig.* 92), quand on a vu la ſituation

OR

ON de l'orbite de la planete ; ils donnent la longitude héliocentrique indépendamment de la parallaxe du grand orbe ; puisque la conjonction de la planete avec le soleil ☌ prouve que la longitude de la planete vue du soleil est la même que la longitude de la terre ; mais les passages de Vénus ont sur-tout l'avantage singulier de pouvoir faire connoître exactement la parallaxe du soleil (735), d'où dépendent les distances de toutes les planetes entr'elles & par rapport à nous (585) ; c'est ce qui leur a donné une si grande célébrité, & qui a fait écrire tant de mémoires & entreprendre tant de voyages à ce sujet.

729. Il y a dans les passages de Vénus trois choses qui concourent à donner de l'avantage & du mérite à ces sortes d'observations ; 1°. la grande précision avec laquelle on observe le contact de deux objets, dont l'un est obscur & placé sur celui qui est lumineux ; il n'y a dans l'Astronomie que ce seul cas où l'on puisse observer un angle de distance à un dixieme de seconde près ; 2°. le rapport connu de la parallaxe de Vénus au soleil, avec celles de toutes les autres planetes ; 3°. la grandeur de cette parallaxe qui produit plus d'un quart-d'heure de différence entre les observations, & qui est plus que double de celle du soleil.

730. Képler fut le premier qui en 1627 après avoir dressé sur les observations de Tycho ses tables Rudolphines, osa marquer les temps où Vénus & Mercure passeroient devant le soleil ; il annonça même un passage de Mercure pour 1631, & deux passages de Vénus, l'un pour 1631, & l'autre pour 1761, dans un avertissement aux Astronomes, publié à Leipsic en 1629 : Képler n'avoit pas pu donner à ses tables un degré de perfection assez grand, pour annoncer d'une maniere exacte & infaillible ces phénomenes, qui tiennent à des quantités fort petites ; le passage qu'il annonçoit pour 1631 n'eut pas lieu ; & Gassendi qui s'y étoit rendu fort attentif à Paris ne l'avoit point apperçu ; mais aussi il y eut en 1639 un passage de Vénus que Képler n'avoit point annoncé & qui fut observé en Angleterre. Képler mourut quelques jours avant celui du passage de Vénus

qu'il avoit annoncé pour 1631; mais le passage de Mercure fut observé, comme il l'avoit prédit.

731. Examinons d'abord pourquoi les passages de Mercure & sur-tout ceux de Vénus sur le soleil, sont si rares; Vénus revient toujours à sa conjonction inférieure au bout d'un an & 219 jours (454); il sembleroit donc qu'à chaque conjonction Vénus devroit paroître sur le soleil, étant placée entre le soleil & nous; mais il en est de ces éclipses comme des éclipses de lune (600), il ne suffit pas que Vénus soit en conjonction avec le soleil, il faut qu'elle soit vers son nœud, & que sa latitude vue de la terre n'excede pas le demi-diametre du soleil, c'est-à-dire, environ 16'. Soit *S*, le centre du soleil (*fig.* 91), *SN* l'écliptique, *ORN* l'orbite de Vénus; au moment où elle répond perpendiculairement au point *S*, de l'écliptique où est le soleil, *SV* est la latitude géocentrique de Vénus; si cette latitude est plus petite que le rayon *SA* du soleil, il est évident que Vénus paroîtra sur le disque *OAR* du soleil; il en est de même de Mercure.

732. Lorsqu'on connoît la révolution synodique moyenne de Mercure ou le retour de ses conjonctions au soleil, qui est de $115^j\ 21^h\ 3'\ 22''\ 3$ (454), on peut trouver pour un intervalle quelconque toutes les conjonctions inférieures de Mercure au soleil; on choisit celles qui arrivent quand le soleil est près du nœud de Mercure, c'est-à-dire, vers le commencement de mai & de novembre, & en les calculant avec plus de soin comme les conjonctions de la lune, on voit bientôt si la latitude géocentrique au moment de la conjonction vraie n'excede pas le demi-diametre du soleil, & si Mercure peut paroître sur le disque du soleil. C'est ainsi que M. Halley, calcula, en 1691, plusieurs passages de Mercure sur le soleil, qui sont rapportés dans les transactions philosophiques. On y trouve les calculs que M. Halley avoit faits de 29 passages tant pour le dernier siecle que pour celui-ci. Il y employoit des périodes de 6 ans, de 7, de 13, de 46 & de 265, qui fort souvent ramenent les passages de Mercure sur le soleil au même nœud, & qui suffisent pour indiquer les années où il peut y en avoir. M.

Halley avoit fait la même chose pour les passages de Vénus, il y reconnut des périodes de 8 ans, de 235 & de 243, qui ramenent les passages de Vénus sur le soleil, & il calcula 17 passages de Vénus, depuis l'an 918 jusqu'à l'année 2119.

733. La premiere observation que l'on ait eu d'un semblable phénomene, est le passage de Mercure observé à Paris par Gassendi, le 7 novembre 1631 au matin. Depuis ce temps là on en a observé 21 autres, y compris celui du 9 novembre 1769, qui a été vu en Amérique & aux Indes, nous en attendons d'autres pour 1776, 1782, 1786, 1789, 1799, &c.

734. Vénus fut observée sur le soleil en 1639, elle l'a été sur-tout en 1761 & 1769, elle y passera encore en 1874, 1882, 2004, 2012, 2117, 2125, &c. le passage de Vénus, observé en 1769, est une des observations les plus importantes que les Astronomes aient jamais faites, par la connoissance qu'elle nous a donnée de la véritable parallaxe du soleil; ce fut M. Halley qui fit cette remarque intéressante en 1677; si la parallaxe qui abaisse les astres fait paroître Vénus le long de la ligne *BC* au lieu de l'orbite *OR*, elle décrira sur le soleil une corde moins longue, & la durée de son passage sera moindre; ainsi la durée observée peut nous faire juger de la parallaxe de Vénus. Aussi nous attendions avec impatience les passages de Vénus annoncés pour 1761 & pour 1769 : la plupart des Souverains & des Académies de l'Europe se sont empressés de procurer des voyages dans des lieux éloignés pour que l'effet de la parallaxe fût plus considérable, & ces voyages ont réussi, surtout en 1769, de maniere à ne laisser presque rien à desirer.

La Société Royale de Londres, secondée par le Roi d'Angleterre, envoya des observateurs au Fort du Prince de Galles sur la Baye d'Hudson & à l'Isle de Taïti dans le milieu de la mer du sud; l'Abbé Chappe se transporta en Californie; le P. Hell à Wardhus qui est à l'extrémité la plus septentrionale de la Laponie. M. Planman s'étoit placé à Cajanebourg en Finlande, & ces cinq observations qui ont réussi complettement, nous ont appris que la parallaxe

du soleil étoit de 8″ 5 ou 8″ 6, c'est-à-dire, huit secondes six dixiemes.

735. Pour parvenir à cette connoissance, il suffit de calculer le commencement & la fin d'un passage de Vénus, en y employant la parallaxe par une méthode semblable à celle que nous avons expliquée ci-dessus à l'occasion des éclipses de soleil (710). On trouve que la durée du passage de 1769, vue du centre de la terre, devoit être de 5h 41′ 56″ entre les deux contacts intérieurs, c'est-à-dire entre le moment où le disque de Vénus se trouva tout entier sur le soleil & le premier instant où elle commença d'en sortir; mais en calculant ces mêmes phases pour Wardhus, & en employant une parallaxe de 8″ 5 pour le soleil, ce qui donne pour ce jour là 21″ $1\frac{12}{100}$ pour l'excès de la parallaxe de Vénus sur celle du soleil, on trouve que la durée du passage devoit y être plus grande de 10′ 52″ de temps. Au contraire à l'Isle de Taïti elle devoit être plus petite de 11′ 43″. De là il suit que si l'on a véritablement observé à Taïti une durée plus petite de 22′ 35″ qu'à Wardhus, la parallaxe du soleil est réellement de 8″ 5; or le P. Hell observa cette durée de 5h 53′ 14″, & MM. Green, Cook & Solander l'observerent à Taïti de 5h 30′ 4″ plus petite que la premiere de 23′ 10″; cette quantité differe à la vérité de 35″, mais sur une différence totale de 23′10″ cela ne fait pas $\frac{1}{40}$ de différence; d'ailleurs ayant comparé de même toutes les autres observations, j'ai trouvé qu'elles s'accordoient assez avec la parallaxe de 8″ 6, pour prouver qu'il n'y a pas un soixantieme d'incertitude sur le total de cette détermination. On peut voir toutes les observations, les calculs, la méthode & les résultats, dans mon *Mémoire sur le passage de Vénus*, imprimé séparément en 1772 (à Paris, chez Lattré, Graveur, rue S. Jacques); cet ouvrage, que tout le monde peut consulter; me dispensera d'entrer ici dans un plus grand détail. On trouve chez le même graveur une Mapemonde dans laquelle j'ai désigné par des cercles l'effet de la parallaxe dans tous les pays de la terre, avec une explication où j'indiquois toutes les stations où il importoit de faire l'observation pour

que le résultat fût plus concluant : j'ai eu la satisfaction de voir toutes mes indications suivies, & le succès répondre aux espérances que j'en avois conçues.

736. La maniere d'observer les passages de Mercure & de Vénus consiste à déterminer avec un quart de-cercle ou avec un réticule la différence d'ascension droite & de déclinaison, pour en conclure la différence de longitude (945) & l'heure de la conjonction. Ces passages de Mercure & de Vénus sur le soleil servent encore à trouver le lieu du nœud avec une très grande précision lorsqu'on a observé la différence d'ascension droite & de déclinaison entre Vénus & le soleil (535, 946). On en conclut la distance *SM* à laquelle Vénus a paru dans le milieu de son passage éloignée du centre du soleil, & sa latitude géocentrique *SV*, on la réduit au soleil; alors dans le triangle *SNV* connoissant l'inclinaison *N* de son orbite & le côté *NV*, l'on en conclut la distance *SN* entre le soleil & le nœud de la planete.



LIVRE VI.

Des Réfractions.

737. L'ATHMOSPHERE (*a*), c'est-à-dire, la masse d'air qui environne la terre, affoiblit la lumiere, la disperse, la décompose, & change sa direction. Il est prouvé par un grand nombre d'expériences, qu'on trouve dans tous les livres d'optique, que les rayons de lumiere qui entrent obliquement d'un milieu moins dense dans un milieu plus compact, changent de direction, & se rapprochent de la perpendiculaire, comme s'ils étoient plus fortement attirés par la matiere la plus dense; ce changement des rayons de lumiere est différent suivant l'obliquité du rayon, & les tables qui en contiennent l'effet, s'appellent *Tables de Réfractions*, ou *Tables Anaclasques* (*b*).

Soit *ABD* la surface de la terre, (*fig.* 92); *EKG* la surface extérieure de l'athmosphere qui environne la terre, & dont la densité est sensible jusqu'à quelques lieues de hauteur; *A* le lieu de l'observateur, & *MK* un rayon de lumiere qui entre obliquement dans l'athmosphere en *K*; ce rayon plié & courbé dans l'athmosphere, parvient au point *A*, comme s'il avoit suivi la ligne droite *NKA*; l'œil reçoit l'impression de la lumiere suivant la direction *NKA* du rayon qui arrive à l'œil en *A*; l'observateur rapporte sur le rayon *AKN* l'astre qui est véritablement en *M*, en sorte que la réfraction fait paroître l'astre plus élevé de la quantité de l'angle *NKM*, que nous appellons la RÉFRACTION ASTRONOMIQUE.

738. Le rayon *CKR* étant perpendiculaire à la surface éfringente en *K*, on appelle ANGLE D'INCIDENCE l'angle

(*a*) Ἄγμος, *Vapor*, Σφαῖρα, *Globus*.
(*b*) Ce mot vient de Κλάω, *frango*.

MKR, que forme le rayon incident avec la perpendiculaire, avant la réfraction, & l'on appelle Angle de réfraction, l'angle *NKR*, ou son égal *AKC* que forme ce rayon avec la même perpendiculaire, après la réfraction; les sinus de ces deux angles ont entre eux un rapport constant, qu'on appelle le *Rapport de Réfraction*, & que Newton suppose ici être de 3201 à 3200; aussi n'y a-t-il point de réfraction quand le rayon est perpendiculaire à la surface réfringente, car un des angles étant nul, l'autre s'évanouit nécessairement; d'ailleurs le rayon perpendiculaire à une surface plus dense, ne change pas de direction pour en être plus attiré, puisqu'il y arrive le plus directement possible, & par le plus court chemin. De là il suit que la réfraction se fait toujours dans un plan vertical; car le rayon rompu n'ayant de tendance que pour se rapprocher de la ligne verticale ou du zénith, ne se détournera ni à droite ni à gauche de cette ligne, le rayon rompu sera dans le même plan que le rayon direct & la ligne du zénith; ainsi le lieu vrai & le lieu apparent seront dans le même vertical.

739. On trouvera les loix, les propriétés & les effets de la réfraction, & ceux de la lumiere, dans plusieurs livres d'optique, sur-tout dans celui qui a pour titre : *A compleat System of Optiks by* Robert Smith, Cambridge, 1738, 2 vol. *in* 4°. Il y en a deux éditions Françoises d'Avignon & de Brest, données par le P. Pézenas & par M. le Roy.

Les anciens connurent très-bien le phénomene des réfractions en général : Aristote dans un de ses problêmes parle de la courbure apparente d'une rame dans l'eau, & Archimede passe pour avoir écrit un traité sur la figure d'un cercle vu sous l'eau; on croyoit alors que les angles de réfraction étoient proportionnels aux angles d'incidence : Snellius & Descartes on fait voir que la proportion n'avoit lieu qu'entre les sinus de ces angles.

La réfraction astronomique ne fut même pas inconnue à Ptolomée, quoiqu'il n'en ait pas fait usage dans ses calculs; il dit sur la fin du VIIIe livre de l'Almageste, qu'il y a des

différences dans le lever & le coucher des astres, qui dépendent des changements de l'athmosphere : il en faisoit mention d'une maniere plus détaillée dans son *Optique*, Ouvrage qui ne nous est pas parvenu, (Montucla, *Histoire des Mathématiques*, *I*. 308) Alhazen, Opticien Arabe du dixieme siecle, qu'on soupçonne généralement d'avoir pris dans Ptolomée presque toute son optique, en parle décidément & fort au long; il donne même la maniere de s'en assurer par l'expérience.

Prenez, dit-il, un instrument composé avec des cercles ou armilles qui tournent autour des poles; mesurez la distance d'une étoile au pole du monde, lorsqu'elle passe près du zénith dans le méridien; & lorsqu'elle se leve près de l'horizon, vous trouverez la distance au pole plus petite dans ce dernier cas; Alhazen démontre ensuite que cela doit arriver par l'effet de la réfraction; il ne dit point, à la vérité, quelle est la quantité qui en résulte sur les observations; mais ce passage d'Alhazen fait voir de quelle maniere on observa l'effet de la réfraction, & comment on parvint d'abord à le reconnoître. De même quand les Anciens observoient l'équinoxe avec ces armilles, ils pouvoient l'appercevoir deux fois en un même jour, par l'effet des réfractions; (Flamstéed, *Prolegom. pag.* 21), cet effet pouvoit aussi se reconnoître facilement par les étoiles circompolaires; car si l'on observe deux étoiles, comme γ d'Andromede & l'étoile polaire, éloignées l'une de l'autre de 47°, on trouvera leur distance plus grande d'un demi-degré, quand la premiere passera par le méridien, près du zénith, que quand elle passera sous le pole, près de l'horizon; & toutes les distances des étoiles entre elles changeront ainsi plus ou moins.

Snellius, en publiant les observations de Waltherus, remarqua qne ces observations étoient si exactes, qu'elles avoient appris à Waltherus l'augmentation de hauteur que cause la réfraction; mais Tycho fut le premier qui la détermina d'une maniere à en dresser des tables : voici la maniere dont il raconte lui-même cette découverte astronomique, *Progymnasmata, pag.* 15).

740. Il avoit déterminé avec un ou deux instruments assez bien faits, la hauteur du pole par les hauteurs supérieures & inférieures de l'étoile polaire (33), il la détermina aussi par les hauteurs du soleil dans les deux solstices (70), & il trouva la seconde plus petite de 4′; il eut d'abord un soupçon sur la bonté de ces instruments, il continua d'en faire construire jusqu'à dix de différentes grandeurs & de différentes formes, travaillés avec plus grand soin, & il trouva toujours le même résultat; il ne pouvoit plus alors attribuer cette différence au défaut des observations; il pensa sérieusement à chercher une cause de ce phénomene, & il imagina enfin, qu'il provenoit d'une réfraction considérable que le soleil devoit éprouver au solstice d'hiver, n'étant élevé que de 11° pour lui. Cette explication étoit d'accord avec les démonstrations de l'optique, cependant il avoit peine à se persuader que cette réfraction fût assez considérable pour produire une si grande erreur; il jugeoit qu'il y avoit au moins 9′ de réfraction (*a*) à la hauteur de 11°; c'est pourquoi Tycho fit faire encore des armilles de dix pieds de diametre, dont l'axe répondoit exactement au pole du monde, & avec lesquelles il mesuroit la déclinaison des astres hors du méridien, il reconnut alors que, même en été, la réfraction, quoique insensible à la hauteur méridienne du soleil, devenoit sensible près de l'horizon, & que l'effet alloit à un demi-degré.

Tycho-Brahé crut que la réfraction du soleil devenoit nulle à 45° de hauteur, & celle des étoiles à 20°; quoiqu'à cette hauteur elle soit de 2′ $\frac{1}{2}$; cette erreur subsista long-temps: le P. Riccioli, même en 1665, supposoit encore que les réfractions n'avoient plus lieu au delà de 26° de hauteur, ou environ, quoiqu'elle soit encore de deux minutes.

741. Ce fut M. Cassini qui vers l'an 1660, entreprit de former une nouvelle table de réfractions, en même temps que les nouvelles tables du soleil, qui représenterent les

(*a*) Il n'y en a réellement que 4 $\frac{3}{4}$, mais Tycho en augmentoit l'effet par la parallaxe du soleil qu'il supposoit de 2′ 50″ à cette hauteur au lieu de 8″.

observations avec une justesse beaucoup plus grande qu'on ne l'avoit fait avant lui. Mais pour éprouver la justesse de sa nouvelle table de réfractions, M. Cassini souhaita d'avoir des observations du soleil faites au zénith, où tout le monde convenoit qu'il n'y avoit point de réfractions, par-là il pouvoit vérifier si les observations qui y seroient faites ne seroient pas beaucoup mieux représentées par ses nouvelles tables du soleil, que par les Tychoniciennes ; car dès-lors il n'y avoit plus de doute que les tables du soleil & celles des réfractions, ne fussent préférables à celles de Tycho, représentant mieux les observations faites, & dans les cas où il y a réfraction & dans ceux où il n'y en a point.

Louis XIV, & le grand Colbert, dont le zele pour la gloire des sciences avoit déja paru tant de fois, laissoient à l'Académie le choix des entreprises : elle jugea qu'il n'y avoit point de lieu plus commode pour de pareilles observations que l'Isle de Cayenne qui est à 5° de l'équateur, & où la France envoyoit des vaisseaux plusieurs fois l'année. Les hauteurs méridiennes du soleil devoient être, en tout temps, exemptes de réfractions, si cette réfraction étoit nulle au dessus de 45° ; car la plus petite hauteur du soleil y est de 61°, on devoit donc trouver l'obliquité de l'écliptique, sans aucune diminution de réfraction, mais au contraire, augmentée par l'effet de la parallaxe du soleil dans les deux solstices ; ainsi dans les hypothèses Tychoniciennes, la distance des deux tropiques devoit se trouver à Cayenne de plus de 47° 3′, & selon M. Cassini qui diminuoit la parallaxe & supposoit de la réfraction, même dans les grandes hauteurs, cette distance ne devoit paroître à Cayenne que de 46° 58′ ; il y avoit donc entre ces hypothèses une différence de 5′ qui pouvoit s'observer exactement à Cayenne, & décider à la fois ces trois objets, la parallaxe, la réfraction & l'obliquité de l'écliptique. Ces seuls motifs étoient plus que suffisants pour faire entreprendre le voyage de Cayenne. Il y avoit encore d'autres objets intéressants à constater, tels que la longueur du pendule, la parallaxe de la Lune, de Mars & du Soleil, la théorie de Mercure,

les longitudes géographiques, la position des étoiles australes, les marées, les variations du barometre ; tels furent les motifs curieux du voyage qu'entreprit M. Richer. Il partit de Paris au mois d'octobre 1671, & il séjourna à Cayenne depuis le 22 avril 1672, jusqu'à la fin de mai 1673 ; ses observations furent publiées en 1679, & sont aussi rapportées dans le recueil d'observations que l'Académie donna en 1693.

Les choses arriverent à Cayenne à peu près comme M. Cassini l'avoit prévu ; l'obliquité apparente de l'écliptique y parut de 23° 28′ 32″, c'est-à-dire, beaucoup plus petite qu'elle ne devoit être, suivant Tycho Brahé ; elle ne différa que de 5″ de celle qu'il devoit y avoir, en adoptant pour les réfractions, & pour la parallaxe du soleil, les tables de M. Cassini ; il n'eut d'autres conséquences à tirer des observations de Cayenne, si ce n'est que les éléments par lesquels il avoit représenté les observations faites en Europe, représentoient avec la même justesse les observations faites en Amérique : ce que ne faisoient point les éléments dont s'étoit servi Tycho-Brahé à l'égard de l'obliquité de l'écliptique, de la parallaxe du soleil & des réfractions astronomiques.

Méthodes pour observer la quantité des Réfractions Astronomiques.

742. Après avoir tracé l'histoire de la réfraction, je passe aux méthodes qui ont été employées successivement pour l'observer. On a vu celles des déclinaisons (740) : voici celle des hauteurs. La réfraction étant la différence entre la hauteur apparente & la hauteur vraie, il s'agit de pouvoir calculer celle-ci pour le moment où l'on a observé la premiere.

Lorsqu'on n'avoit pas l'usage des horloges, on employoit l'azimut ou l'angle *Z* (*fig.* 31), pour résoudre le triangle *PZS*, & trouver la véritable hauteur ; l'angle *Z* ou *PZS* ne dépend point de la réfraction & n'en est point affecté, puisque le lieu vrai & le lieu apparent, sont dans

un seul & même vertical *ZS* (739), & par conséquent au même degré d'azimut ; ainsi dans le triangle *PZS*, on connoîtra pour l'instant donné les côtés *PZ* & *PS* avec l'angle *Z* opposé à l'un deux ; l'on trouvera par la trigonométrie sphérique, le troisieme côté *ZS*, dont le complément est la hauteur vraie, qui comparée avec la hauteur apparente, observée en même temps que l'azimut, donne la quantité de la réfraction. (Tycho, *Progymn. pag.* 93). Cette méthode des azimuts n'est point usitée actuellement.

743. Les hauteurs correspondantes du soleil, ou d'une étoile sont le moyen le plus propre à faire connoître la quantité de la réfraction, si elles sont prises avec un grand quart-de-cercle & une pendule excellente. Je suppose, par exemple, que la hauteur du soleil observée à six heures de distance du méridien, le matin & le soir, se soit trouvée de 9° précisément, & que suivant le calcul (368), elle ne doive être réellement que de 8° 54′ ; on saura dès-lors qu'à la hauteur apparente de 9° il y a 6′ de réfraction, & que le soleil paroît trop élevé de 6′.

Dans le triangle *PZS* (*fig.* 31), formé au pole, au zénith & au soleil, on suppose connues la distance *PZ* du pole au zénith, & la distance *PS* du soleil au pole boréal du monde, indépendamment des réfractions ; mais l'erreur qui peut en résulter sur les grandes réfractions est très petite ; on connoît aussi, par l'observation des hauteurs correspondantes, l'heure qu'il est, & l'angle horaire *ZPS* : ainsi l'on trouvera par la résolution du triangle *PZS* la distance au zénith, ou *ZS* ; c'est le complément de la hauteur vraie, puisque les deux côtés *PZ* & *PS*, aussi bien que l'angle *P*, sont des quantités vraies, & données indépendamment des réfractions. Cette hauteur vraie, trouvée par le calcul, est toujours plus petite que la hauteur apparente observée avec le quart-de-cercle, & la différence est la quantité de réfraction qui convient à la hauteur observée. Cette méthode fut employée autrefois par M. Picard, & l'a été en 1751 par M. de la Caille ; l'on a reconnu par ce moyen que la réfraction horizontale, ou la plus grande de toutes les réfractions astronomiques, est d'environ 32 minutes & demie.

744. M. de la Caille, avant son voyage en Afrique, avoit aussi entrepris de déterminer les réfractions par le moyen des angles horaires & des hauteurs correspondantes du soleil, & des étoiles fixes les plus brillantes; il est le premier qui ait eu l'avantage d'employer cette méthode d'une maniere indépendante des hypotheses; car à son retour du Cap, connoissant les déclinaisons des étoiles observées près du zénith du Cap, indépendamment des réfractions, il avoit le côté *PS* avec une extrême exactitude; il a donc calculé à son retour la plupart de ces hauteurs correspondantes; elles lui ont servi à dresser une table de réfractions, plus exacte & plus certaine qu'on ne l'avoit eu jusqu'alors.

745. Il y a un moyen de trouver la réfraction à de certaines hauteurs, sans supposer connu l'angle *P*; elle consiste à observer une étoile qui passe au méridien, par le point même du zénith, ou fort près de là, & qui passe ensuite au méridien sous le pole. La réfraction étant nulle au zénith, on aura la vraie distance de l'étoile au pole; environ 12 heures après, elle passera au méridien sous le pole & fort près de l'horizon; on trouvera sa distance au pole beaucoup moindre, parce qu'elle sera accourcie par la réfraction qui élevoit l'étoile, & l'on aura la quantité de la réfraction à cette hauteur.

Exemple. La Claire de Persée passoit il y a quelques années à six minutes du zénith de Paris; ainsi l'on étoit sûr que sa distance au pole étoit de 41° 4'; par conséquent elle devoit passer au méridien sous le pole à 41° 4' du pole, ou à 7d 46' de hauteur vraie. On l'observoit cependant à 7° 52' 25"; ainsi l'on étoit assuré que la réfraction élevoit cette étoile de 6' 25" à 7° 52' ½ de hauteur apparente.

746. Mr de la Caille trouva aussi une méthode ingénieuse de déterminer les réfractions lorsqu'il étoit au Cap de Bonne Espérance, en comparant les observations des étoiles qui étoient fort près de son zénith, tandis qu'elles étoient presque à l'horizon de Paris, & de celles qui étoient vers notre zénith, tandis qu'il les voyoit à l'horizon.

747. Lorsqu'on eut ainsi observé les réfractions à divers degrés de hauteur. Il étoit facile d'appercevoir que depuis le zénith jusqu'à plus de 80° de distance, elles suivoient les rapports des tangentes des distances au zénith ; mais ce fut M. Bradley qui vers l'année 1760 étendit cette regle, guidé par les recherches de M. Simpson sur la trajectoire des rayons de lumiere ; il fit voir qu'en diminuant chaque distance au zénith de 3 fois la réfraction, la tangente du reste étoit exactement comme la réfraction même : d'après cette loi M. Bradley construisit une table de réfractions qui different peu de celles de M. de la Caille ; elles sont plus petites de 14″ à 6° de hauteur, de 26″ à 20°, & de 11″ à 40°.

748. M. Bouguer observa au Pérou en 1740 que la réfraction horizontale étoit de 27′, au lieu de 32′ ½ que nous trouvons en Europe ; mais cette diminution n'a lieu que dans la Zone Torride, & l'on trouve en Laponie & jusques sous le cercle polaire, que les réfractions sont les mêmes qu'à Paris. M. de la Caille les a trouvées à peu près les mêmes au Cap de Bonne-Espérance.

M. Picard reconnut par les hauteurs méridiennes du soleil en 1669, que les réfractions étoient plus grandes en hiver qu'en été : il les trouva aussi plus grandes la nuit que le jour. Il étoit naturel d'en conclure que lorsque l'air devenoit plus ou moins dense, les réfractions devoient être plus ou moins considérables, & que ces variations devoient suivre celles du barometre & du thermometre. M. Mayer trouva en 1753 que la réfraction moyenne augmentoit d'une vingt-deuxieme partie, toutes les fois que le barometre montoit de 15 lignes, ou que le thermometre descendoit de 10 degrés sur la division de M. de Réaumur.

Les vapeurs qui bordent l'horizon & qui changent par l'humidité, par les vents & d'autres circonstances très-variables, affectent sensiblement les réfractions ; aussi les Astronomes évitent le plus qu'ils peuvent de faire des observations trop près de l'horizon.

749. La réfraction augmente toutes les hauteurs des astres, elle diminue aussi leurs distances respectives ; & toutes

les fois qu'on mesure sur la mer l'arc de distance entre la lune & une étoile, pour trouver la longitude du vaisseau, il est nécessaire de faire une correction à cette distance observée.

La réfraction fait paroître le soleil & la lune d'une forme ovale, dont un diametre est plus petit que l'autre de 4' 21"; elle fait paroître aussi les objets terrestres trop élevés, & l'on est obligé d'en tenir compte dans les nivellements d'une certaine étendue, où l'on veut mettre beaucoup de précision.

750. Les rayons en traversant obliquement l'athmosphere se dispersent, en sorte que l'intensité de la lumiere du soleil, lorsqu'il est à l'horizon, est 1354 fois moindre que lorsqu'il est au zénith, suivant les expériences de M. Bouguer: voyez son Livre intitulé: *Traité d'Optique sur la gradation de la lumiere.*

751. Le Crépuscule ou la lumiere crépusculaire qu'on apperçoit vers l'horizon, après que le soleil est couché, de même que l'aurore qui nous annonce son lever (108), sont encore des effets semblables à celui de la réfraction; c'est l'athmosphere qui réfléchit & qui disperse les rayons du soleil, en sorte qu'il en parvient jusqu'à nos yeux une partie assez forte pour nous empêcher de distinguer les astres, quoique le soleil soit déja au dessous de l'horizon.

752. L'arc d'émersion d'un astre est la quantité dont le soleil est abaissé sous l'horizon dans un vertical, lorsque l'on commence à appercevoir cet astre à la vue simple. On estime ordinairement l'arc d'émersion de 5° pour Vénus, quoique dans certains temps il soit absolument nul, & qu'on la voie en plein jour; de 10° pour Mercure & Jupiter; de 11 à 12 pour Mars, Saturne & les étoiles de premiere grandeur. Cependant Sirius se voit en plein jour dans les Pays méridionaux; M. de la Nux l'a vu souvent à l'Isle de Bourbon; *Canopus* est une étoile aussi grande en apparence que Sirius, du moins dans une belle nuit, mais sa lumiere est un peu moins blanche, ou un peu plus terne, & on ne la voit pas aussi facilement dans le crépuscule. L'arc d'émer-

sion, suivant Ptolomée, est de 14° pour les étoiles de 3e grandeur; enfin il est d'environ 18° pour les petites étoiles, puisqu'on ne les apperçoit distinctement à la vue simple, que quand le soleil est abaissé de 18°; c'est ce qu'on appelle l'abaissement du cercle crépusculaire; les plus petites étoiles paroissent alors; ainsi l'arc d'émersion est de 18° pour les petites étoiles. Mais on sent que cette quantité varie beaucoup: il y a des pays méridionaux où l'air est si pur dans certains temps, que l'on apperçoit Sirius en plein jour: à Paris même on distingue Vénus à la vue simple, en été lorsque le temps est bien net, & qu'elle est assez éloignée du soleil & assez près de la terre pour que son éclat soit le plus vif.

753. La hauteur de l'athmosphere indiquée par ces 18° est d'environ 15 lieues suivant le calcul de M. de la Hire (*Mém. Acad.* 1713); mais à onze lieues d'élévation ou 25100 toises; l'air est déja si rare que le barometre ne s'y soutiendroit qu'à une ligne de hauteur, au lieu de 27 pouces. Si l'on divise 25275 pieds par le nombre de lignes qui exprime la hauteur du mercure dans le barometre, on a la quantité dont il faut s'élever pour que le barometre varie d'une ligne; ce nombre de pieds suppose le thermometre à la température de dix degrés. Voyez le grand ouvrage de M. de Luc, intitulé: *Recherches sur les modifications de l'athmosphere*, *en* 2 *vol. in*-4°. dans lequel il a approfondi tout ce qui concerne le thermometre & le barometre, la chaleur de l'air, & les réfractions, avec la sagacité du plus habile Physicien.



LIVRE VII.

Des mouvements des Etoiles fixes.

754. ON doit considérer six especes de mouvements dans les étoiles fixes, la précession, l'aberration, la nutation, le changement général de latitude, les changements particuliers à différentes étoiles, & la parallaxe annuelle que plusieurs Astronomes y ont soupçonnée. Nous avons déjà parlé de la précession (320), c'est à dire, de ce changement annuel d'environ 50″ $\frac{1}{3}$ par année, qui s'observe dans les longitudes de toutes les étoiles fixes. Il en résulte des changements sur les ascensions droites & sur les déclinaisons, dont les Astronomes font un usage fréquent. Mais il est facile, quand on connoît la longitude & la latitude d'un astre, de trouver par la trigonométrie sphérique l'ascension droite & la déclinaison (318), par conséquent d'avoir le changement de l'une quand on connoît le changement de l'autre.

755. Cette précession générale vient de la rétrogradation des points équinoxiaux le long de l'écliptique immobile; elle ne suppose par conséquent aucun changement dans les latitudes des étoiles fixes: on peut imaginer à cet égard que tout le ciel ait un petit mouvement autour des poles & de l'axe de l'écliptique, & que toutes les étoiles soient transportées vers l'orient, parallelement à l'écliptique de 50″ $\frac{1}{3}$ par année.

Cette rétrogradation des points équinoxiaux vient, comme nous le dirons en parlant de l'attraction, de la figure applatie de la terre qui donne prise à l'attraction latérale du soleil & de la lune; ces deux astres attirant de côté l'équateur terrestre, le déplacent insensiblement, de sorte qu'il ne répond plus aux mêmes étoiles; il en est à peu près

comme si les étoiles avoient eu un mouvement par rapport à l'équateur, en avançant parallelement à l'écliptique.

756. Depuis la découverte de l'attraction, on a reconnu que toutes les planetes devoient avoir un mouvement dans leurs nœuds (1062) aussi-bien que la lune; l'observation l'a constaté (5 8). Il s'ensuivoit que la trace ou l'orbite de chaque planete étoit changée ou déplacée par l'attraction des autres: l'orbite de la terre devoit l'être à son tour.

M. Euler remarqua en 1748 que l'attraction de Jupiter sur la terre devoit être sensible, & qu'elle suffisoit pour expliquer la diminution de l'obliquité de l'écliptique, & le changement de la latitude des étoiles fixes par rapport à l'écliptique dont Tycho Brahé avoit déja parlé.

757. Eratosthène, Hyparque & Ptolomée avoient trouvé l'obliquité de l'écliptique de 23° 50′; Albategnius vers l'an 880 l'observa de 23° 35′ $\frac{1}{3}$; Tycho Brahé en 1587 de 23° 31′ 30″, nous ne la trouvons actuellement que de 23° 28′ 0″, en sorte qu'il est difficile de se refuser à admettre une diminution dans l'obliquité de l'écliptique. Cette diminution doit être accompagnée d'un changement dans la latitude des étoiles fixes, & d'une petite inégalité dans leurs longitudes: je l'ai expliqué fort au long dans le XVI Livre de mon *Astronomie*.

758. Les mouvements généraux que nous venons d'expliquer affectent toutes les étoiles; mais il y en a quelques-unes qui forment exception à ces régles, & qui ont eu un mouvement propre, un dérangement physique dont on ignore la cause, & qu'on tâche de déterminer par l'observation.

M. Halley en fit la remarque en 1718; ARCTURUS est de toutes les étoiles celle dont le mouvement propre est le plus sensible. Suivant les observations de Flamsteed, la déclinaison d'Arcturus au commencement de 1690, étoit de 20° 49′ 0″, & suivant les observations de M. de la Caille, elle étoit au commencement de 1750 de 20° 29′ 39″, la différence est de 19′ 21″, tandis qu'elle ne devroit être que de 17′ 7″ 2, suivant les loix connues de la

précession des équinoxes ; il y a donc 2′ 13″ 8 de plus, pour le mouvement propre de cette étoile en déclinaison dans l'espace de 60 ans, ou 22″ 3 tous les dix ans.

759. Les étoiles de la premiere grandeur telle que *Sirius Aldébaran* & *Rigel*, paroissent avoir éprouvé de semblables dérangements, quoique d'une moindre quantité. Nous ne pouvons les attribuer qu'à l'attraction des autres étoiles, ou des planetes de quelques systêmes voisins; mais les étoiles sont si éloignées de nous qu'il est impossible de rien affirmer sur cette matiere.

760. La Parallaxe annuelle, dont nous avons vu les effets sur le mouvement des planetes (441), auroit de l'influence sur le mouvement des étoiles, si elles n'étoient pas très-éloignées de la terre. On a cru pendant long-temps, qu'elles devoient avoir une parallaxe annuelle; mais quoiqu'il soit démontré actuellement que la parallaxe annuelle est absolument insensible & comme nulle dans les étoiles fixes, j'ai cru qu'il étoit nécessaire de donner au moins une idée d'une question qu'on a traitée si souvent, & même en 1760.

761. Soit *S* le soleil (*fig.* 93), *AB* le diametre du grand orbe que la terre décrit chaque année (413), *A* le point où se trouve la terre au premier janvier, *B* le point où elle est au premier juillet, *E* une étoile qu'on apperçoit sur le rayon *AE*: la ligne *AB* étant dans le plan de l'écliptique, & l'orbe de la terre étant conçu perpendiculaire au plan de la figure, en sorte qu'on ne le voie que sur son épaisseur, l'angle *EAB* est la latitude de l'étoile ; mais quand la terre sera en *B* l'étoile étant en opposition par rapport au soleil, elle paroîtra sur le rayon *BE* & sa latitude apparente sera l'angle *EBC*; cette latitude *EBC* est plus grande que la premiere; & la différence est l'angle *AEB*; enfin l'angle *AES* qui est sensiblement la moitié de *AEB* à cause de l'extrême petitesse de *AB* est la *parallaxe annuelle* en latitude.

762. Si la distance *SE* de l'étoile fixe est deux cents mille fois plus grande que la distance *SA* du soleil à la terre, l'angle *AES* sera d'une seconde, & la latitude *EAS*

d'une étoile en conjonction sera plus petite de 2″ que la latitude *EBC* de l'étoile observée dans son opposition; en supposant que la latitude de l'étoile soit à peu près de 90°, Copernic en démontrant par plusieurs raisons le mouvement de la terre ne dissimula pas cette objection, (Cop. *L. I, c.* 10.) Pour que la latitude des étoiles paroisse la même en tout temps de l'année, malgré le mouvement de la terre, il faut que la distance des étoiles soit si grande que l'orbite de la terre n'y ait aucun rapport sensible, & que l'angle *AES* soit comme infiniment petit; mais, dit-il, « je pense qu'on doit plutôt admettre cette grande distance „ des étoiles que la grande quantité de mouvements qui „ auroient lieu si la terre étoit immobile »: d'ailleurs la grande distance des étoiles est un fait que rien ne contredit, & qu'il est très aisé de concevoir (404).

763. Si la parallaxe annuelle étoit sensible, par exemple, de 20″, une étoile située réellemnet au pole de l'écliptique, paroîtroit décrire chaque année un petit cercle de 20″ de rayon, parce qu'elle paroîtroit toujours de l'autre côté du pole, & toujours de 20″, ainsi elle seroit toujours placée à la partie opposée de ce petit cercle par rapport au lieu de la terre. M. Picard avoit remarqué en 1672 quelques variations dans l'étoile polaire, elles n'étoient point conformes à cet effet de la parallaxe annuelle, mais elles étoient exactes; & ce célebre Observateur a eu la gloire, en faisant la premiere découverte de l'Astronomie moderne sur les étoiles fixes, de jeter les fondemens de toutes celles que l'on a faites depuis.

764. Le Docteur Hook, célebre dans presque tous les genres de littérature, & qui se regardoit lui même comme le plus savant homme de l'Angleterre, voulut aussi avoir l'honneur de déterminer ces variations en 1669. Il avoit placé au college de Gresham à Londres une lunette de 36 pieds, avec laquelle il observa les distances au zénith de γ du Dragon; & les observations qu'il rapporte sont aussi exactement d'accord avec la théorie des parallaxes, que si on les y eût ajustées par avance, en supposant que la pa-

rallaxe de γ du Dragon fût de 15″; cependant tout cela s'est trouvé faux.

765. M. Picard voulut vérifier cette observation; mais la hauteur méridienne de la lyre observée dans les deux solstices lui parut la même, ce qui étoit contraire aux observations de M. Hook, comme il le remarqua lui même dans l'assemblée de l'Académie, le 4 juin 1681. (*Hist. céleste*, *page*. 252).

Flamsteed, ayant observé l'étoile polaire avec son quart-de-cercle mural en 1689, & dans les années suivantes, trouva que la déclinaison étoit plus petite de 40″ au mois de juillet, qu'au mois de décembre; ces observations étoient justes, mais elles ne prouvoient point la parallaxe annuelle, comme le fit voir M. Cassini, (*Mém. Académ.* 1699). Au reste, quoique Flamsteed crût reconnoître l'effet de la parallaxe annuelle dans les différences qu'il avoit observées, il avoit quelques doutes sur ses observations, & il souhaitoit que quelqu'un voulût faire construire un instrument de 15 à 20 pieds de rayon, sur un fondement inébranlable, pour éclaircir une question qui, sans cela, disoit-il, pourroit être bien long-temps indécise. M. Cassini crut trouver dans Sirius une parallaxe de 6″, (*Mém. Acad.* 1717, *pag*. 265).

766. La découverte de l'aberration dont nous allons parler, a fait voir que les inégalités apperçues dans les étoiles ont une cause toute différente de la parallaxe annuelle; car cette nouvelle cause satisfait si bien à toutes les observations, qu'elle exclut toute idée de parallaxe.

767. La connoissance de la parallaxe annuelle nous conduiroit à celle de la distance des étoiles; si cette parallaxe pouvoit s'observer; mais puisqu'elle est insensible nous en tirerons au moins par exclusion une des limites de cet éloignement. Si la parallaxe absolue d'une étoile ou l'angle *APS* (*fig*. 93) étoit de 1″, le côté *PS* seroit 206264 fois plus grand que le rayon *AS* de l'orbe annuel, qui est lui même de 34 millions de lieues. La distance moyenne du soleil *AS*, contient 22198 fois le demi-diametre de la terre, en sup-

posant la parallaxe 9''; donc si la parallaxe annuelle d'une étoile étoit seulement de 1'', sa distance seroit 4727200000, ou 4727 millions de fois plus grande que le rayon de la terre, c'est-à-dire, de 677177 0 millions de lieues. Mais la parallaxe des étoiles n'étant pas d'une seconde, même pour les étoiles les plus proches de la terre, leur distance doit être encore plus considérable, c'est-à-dire, plus de 6771770000000 de lieues.

768. La grandeur apparente des étoiles que l'on croyoit d'une minute, avant la découverte des lunettes, est incomparablement plus petite : il est prouvé aujourd'hui que 4 étoiles de la premiere grandeur, Régulus, Aldébaran, l'Epi de la Vierge & Antarès, n'ont pas 1'' de diametre : car lorsque ces étoiles sont éclipsées par la lune, elles n'emploient pas deux secondes de temps à se plonger sous le disque de la lune ; ce qui arriveroit nécessairement si le diametre de ces étoiles étoit de 1''. En effet, la lune emploie environ 2'' de temps à avancer d'une seconde de degré ; ainsi pendant l'espace de 2'' de temps, on verroit une étoile diminuer de grandeur & disparoître peu à peu ; or, il n'en est pas ainsi : les étoiles disparoissent en une demi-seconde, elles reparoissent avec la même promptitude & comme un éclair ; donc le diametre n'est pas d'une seconde.

769. Si l'on voit dans les lunettes une lumiere éparse qui environne les étoiles, qui les amplifie & les fait paroître comme si elles avoient 5 à 6'' de diametre, on doit attribuer cette apparence à la vivacité de leur lumiere, à l'air environnant & illuminé, à l'aberration des verres, à l'impression trop vive qui se fait sur la rétine.

770. Si le diametre d'une étoile étoit d'une seconde, & sa parallaxe annuelle d'une seconde, le diametre réel de l'étoile seroit égal au rayon du grand orbe, c'est-à-dire, de 34 millions de lieues ; mais il peut se faire que les parallaxes des étoiles soient plus grandes que leurs diametres apparents, en sorte que le diametre réel soit beaucoup plus petit que 34 millions de lieues ; nous ne pouvons rien décider là-dessus ; peut-être un jour les Astronomes seront-ils plus instruits.

771. L'extrême petiteſſe du diametre apparent des étoiles fixes eſt probablement la cauſe du mouvement de ſcintillation qu'on y remarque ; cette ſcintillation qui n'a point lieu dans les planetes, vient de ce que le diametre les étoiles étant extrêmement petit, la moindre molécule de vapeur qui paſſe devant l'étoile en cache une partie, de façon que la diſparition & la réapparition continuelle des étoiles reſſemble à un mouvement de vibration dans leur lumiere.

DE L'ABERRATION DES ETOILES.

772. L'aberration des étoiles eſt un mouvement apparent découvert en 1728 dans les étoiles fixes, par lequel elles ſemblent décrire des ellipſes de 40″ de diametre; il eſt cauſé par le mouvement de la lumiere, combiné avec le mouvement annuel de la terre (783). La définition de la *Nutation* ſe trouvera ci-après (794); l'Hiſtoire de la découverte de ces deux mouvements exige que l'on ſe rappelle ce qui a été dit à l'occaſion de la parallaxe annuelle (763).

773. Flamſteed avoit cru non-ſeulement d'après les obſervations du Docteur Hook (765); mais encore d'après les ſiennes propres, qu'il y avoit une parallaxe annuelle dans les étoiles fixes; cependant la quantité & la loi en étoient peu connues; *Samuel Molyneux*, Irlandois, entreprit vers l'an 1725, de vérifier ce qu'on avoit dit là-deſſus, & de déterminer avec plus de ſoin les circonſtances de ces mouvements; c'eſt au projet de Molyneux que nous ſommes redevables de toutes les connoiſſances qui vont faire la matiere de ce Chapitre ; mais M. Bradley eut la gloire d'exécuter ce que Molyneux n'avoit fait qu'entreprendre.

774. Molyneux fit conſtruire un inſtrument dans le même goût & choiſit les mêmes étoiles que le Docteur Hook ; *Georges Graham*, cet Horloger célebre dans les arts, autant par ſon génie que par ſon zele, contribua plus que tout autre à ce travail : il fit conſtruire pour Molyneux un ſecteur de 24 pieds, dont l'exactitude ſurpaſſoit de beaucoup tout ce qui avoit jamais été fait pour parvenir à meſurer dans le ciel de petits arcs.

Le secteur de Molyneux fut placé à Kew, près de Londres, & le 3 décembre 1725, il observa au méridien l'étoile γ à la tête du Dragon; il marqua exactement sa distance au zénith; il répéta cette observation le 5, le 11, le 12 du même mois, il ne trouva pas de grandes différences; & comme on étoit dans un temps de l'année où la parallaxe annuelle de cette étoile ne devoit pas varier, il crut qu'il étoit inutile de continuer pour lors les mêmes observations.

775. M. Bradley se trouva dans ce temps là à Kew, il eut la curiosité d'observer aussi la même étoile le 17 décembre 1725, & ayant disposé l'instrument avec soin, il vit que l'étoile passoit un peu plus au sud que dans les premiers jours du mois; d'abord les deux Astronomes ne firent pas grande attention à cette différence; elle pouvoit venir des erreurs d'observation; cependant le 20 décembre l'étoile avoit encore avancé vers le sud, & elle continua les jours suivants, sans qu'on pût attribuer ce progrès au défaut des observations

776. Cette différence paroissoit d'autant plus surprenante qu'elle étoit dans un sens contraire à l'effet que devoit avoir la parallaxe annuelle; & comme on ne concevoit aucune autre cause qui pût produire un pareil changement, on craignit qu'elle ne vînt de quelque altération dans les parties de l'instrument; il fallut donc s'assurer par diverses expériences de son exactitude; mais l'étoile alloit toujours vers le sud, on ne songea plus qu'à mesurer exactement ce progrès, pour tâcher d'en découvrir les circonstances & la cause. Au commencement du mois de mars 1726 l'étoile se trouva parvenue à 20″ du lieu où on l'avoit observée trois mois auparavant, alors elle fut pendant quelques jours stationnaire; vers le milieu d'avril elle commença de remonter vers le nord, & au commencement de juin elle passa à la même distance du zénith que dans la premiere observation faite six mois auparavant; sa déclinaison changeoit alors de 1″ en trois jours; d'où il étoit naturel de conclure qu'elle alloit continuer d'avancer vers le nord; cela arriva comme on l'avoit conjecturé; l'étoile se trouva au mois de septem-

bre de 10″ plus au nord qu'au mois de juin, & 39″ plus qu'au mois de mars; delà l'étoile retourna vers le sud, & au mois de décembre 1726, elle fut observée à la même distance du zénith que l'année précédente, avec la seule différence que la précession des équinoxes devoit produire.

777. Par-là il étoit bien prouvé que le défaut de l'instrument n'étoit pas la cause des différences observées; d'un autre côté, l'effet étoit trop régulier pour pouvoir être attribué à une fluctuation irréguliere de la maniere éthérée, comme Manfredi l'avoit soupçonné dans un temps où l'on n'avoit que de mauvaises observations; mais la difficulté étoit de trouver une explication suffisante.

778. La premiere idée fut d'examiner si cela ne provenoit point de quelque nutation dans l'axe de la terre, produite par l'action du soleil ou de la lune, à cause de l'aplatissement de la terre, ainsi que cela devoit avoir lieu par l'attraction (794); mais d'autres étoiles observées en même temps ne permettoient pas d'adopter cette hypothese: une petite étoile qui étoit à même distance du pole, & opposée en ascension droite à γ du Dragon auroit dû avoir par l'effet de cette nutation le même changement en déclinaison; cependant elle n'en avoit eu qu'environ la moitié, comme cela parut en comparant jour par jour les variations de l'une & de l'autre, observées en même temps; c'étoit la trente-cinquieme étoile de la Giraffe. Pour éclaircir mieux les faits, M. Bradley fit construire un autre secteur, qui fut placé en 1727, & M. Bradley commença d'examiner soigneusement quelles étoient les variations des étoiles, suivant leur différente situation.

779. Il vit alors que chaque étoile paroissoit stationnaire ou dans son plus grand éloignement vers le nord ou vers le sud lorsqu'elle passoit au zénith vers six heures du soir ou du matin; que toutes avançoient vers le sud lorsqu'elles passoient le matin, & vers le nord lorsqu'elles passoient le soir, & que le plus grand écart étoit à peu près comme le sinus de la latitude de chacune. Enfin, lorsqu'au bout d'une année il eut vu toutes les étoiles reparoître, chacune au même lieu où

elle avoit d'abord paru, M. Bradley, muni d'un assez grand nombre d'observations, entreprit de chercher la cause de ces variations. Il falloit trouver une cause annuelle, & constante, égale pour les étoiles foibles & pour les plus brillantes, dont le plus grand effet du nord au sud fût comme le sinus de la latitude de l'étoile, c'est à dire, nul pour les étoiles situées dans l'écliptique ; & contraire à l'effet de la parallaxe, & dont la plus grande valeur fût de 40″.

780. M. Bradley apperçut heureusement que cette différence de 40″ étoit précisément le chemin que la terre parcourt dans son orbite en 16 minutes de temps, il se rappella que la lumiere employoit le même temps à parcourir le diametre de l'orbite de la terre, suivant la découverte faite par Romer en 1675 (838). M. Bradley put d'abord imaginer que l'on voyoit les étoiles 16′ plus tard, à cause de leur éloignement, quand elles étoient en conjonction que lorsqu'elles étoient en opposition, & que par là on les voyoit de 40″ moins avancées ; mais suivant ce raisonnement il n'y auroit point eu d'aberration pour l'étoile située au pole de l'écliptique, dont la distance est toujours la même.

781. Cependant l'étoile γ du Dragon avoit une aberration de 20″ au nord & au sud, qui croissoit comme les sinus des distances au point où elle étoit nulle. M. Bradley jugea que cette étoile décrivoit un cercle semblable à celui qui auroit lieu par une parallaxe de 20″ : mais qu'elle le décrivoit de maniere à être toujours avancée de 20″ vers le côté où va la terre. Tel est le phénomene qui étoit indiqué par les observations de M. Bradley ; nous en parlerons plus au long (791). Il restoit donc à chercher un moyen pour faire ensorte que l'étoile parût toujours du côté où alloit la terre.

782. Enfin M. Bradley eut l'idée heureuse de combiner le mouvement de la lumiere avec celui de la terre, suivant les loix de la décomposition des forces ; il essaya cette hypothese, & voyant qu'elle s'accordoit parfaitement avec toutes les observations, il rendit compte de sa découverte au mois de décembre 1728 (*Philosophical transactions*).

Pour faire voir combien son hypothese s'accordoit avec ses observations, M. Bradley disposa dans une table 15 observations de γ du Dragon faites dans tous les mois de l'année ; on y voit combien à chaque jour elle devoit être plus méridionale, suivant le calcul rigoureux fait d'après les principes que nous allons indiquer, & combien elle avoit paru l'être par l'observation, la différence ne va jamais au delà d'une seconde & demie.

Le même accord que l'on voyoit dans cette table de γ du Dragon, parut par toutes les autre étoiles ; ainsi M. Bradley dut regarder cet accord des observations, comme une démonstration de son hypothese, ou plutôt il dut cesser de regarder comme hypothese une théorie qui s'accordoit si bien, & avec le mouvement des étoiles & avec la propagation successive de la lumiere déja connue par les éclipses des satellites (838).

783. Je passe donc à l'explication de la cause que M. Bradley assigna aux phénomenes qu'il avoit observés, & comme on a ordinairement quelque peine à la bien concevoir, je ferai mes efforts pour la mettre hors de doute, & en rendre le principe aussi évident que doit l'être une proposition de pure géométrie ; je vais donc le présenter sous différentes formes ; toutes supposent néanmoins que l'on ait une idée de la décomposition des forces dans les parallélogrammes (479), telle qu'on la trouve dans tous les livres élémentaires de Méchanique. Soit *E* une étoile (*fig.* 94), qui lance vers nous un rayon de lumiere, considéré comme un corpuscule qui va de *E* en *B* ; soit *AB* une petite portion de l'orbite de la terre, de 20″ par exemple (l'on verra dans un instant pourquoi nous choisissons ce nombre 20″), & *CB* l'espace que le rayon a parcouru pendant que la terre décrivoit *AB* ; ainsi le corpuscule de lumiere *B* étoit en *C* lorsque la terre étoit en *A*, & arrive au point *B* en même temps que la terre ; par ce moyen *CB* & *AB* expriment les vîtesses de la lumiere & de la terre en 20″ de temps.

784. Je tire la ligne *CD* parallele & égale à *AB*, & je

termine le parallélogramme *DBA*; suivant le principe si connu de la composition & décomposition des forces, on peut regarder la vîtesse *CB* de la lumiere comme résultante de deux vîtesses suivant les directions *CD* & *CA*; la vîtesse *CD* étant du même sens & de la même quantité que la vîtesse *AB* de la terre, ne sauroit être apperçue, elle est détruite pour nous; l'œil ne sauroit voir en vertu d'un rayon qui seroit poussé du même sens & avec la même vîtesse que l'œil. Ainsi la seule partie *CA* de la vîtesse de la lumiere subsistera pour nous; le rayon parviendra à notre œil sous la direction *CA*, & nous appercevrons l'étoile dans la ligne *AC*, ou suivant *BD* qui lui est parallele; l'angle *CBD* est ce que nous appellons l'ABERRATION; c'est la quantité ou l'angle *CBD* dont une étoile paroît éloignée de sa véritable place, ou de la ligne *BCE*, par un effet du mouvement de la terre & de celui de la lumiere.

785. L'on peut encore se représenter le même effet sous une autre forme : le corpuscule de lumiere *B* vient frapper notre œil avec la vîtesse *CB*; mais puisque l'œil avance en même temps de *A* en *B*, avec la vîtesse *AB*, il vient aussi frapper le rayon, en sorte qu'il y a un double choc tout à la fois, celui de la lumiere qui vient contre l'œil avec la vîtesse *CB*, celui de l'œil qui va contre la lumiere avec la vîtesse *AB*. A la place de ce dernier choc, on peut imaginer (sans rien changer à l'effet qui en résultera), que le corpuscule soit venu de *F* en *B*, frapper l'œil avec une vîtesse *FB*, égale à *AB*; ainsi l'œil reçoit une impression suivant *CB*, & une suivant *FB* : de ces deux impressions faites suivant les côtés *CB* & *FB* du parallélogramme *CF*, il en résulte une impression unique & composée, qui se fait sentir suivant la diagonale *DB*; donc l'on appercevra l'étoile dans la direction *BD*, & non dans la direction *BCE*.

786. Un exemple familier fera peut-être encore mieux comprendre le méchanisme de ces impressions composées. Soit un vaisseau *GCFA* (*fig.* 95), qui va de droite à gauche; que d'un angle *C* de ce vaisseau on ait jeté une pierre à l'autre angle *A*, & que dans le temps où elle a par-

couru *CA*, le vaiſſeau ait avancé de la quantité *CD* ou *AB*; celui qui eſt dans le vaiſſeau en *A* ſe trouvera alors parvenu au point *B*, & ſera frappé de la même maniere que ſi le vaiſſeau n'avoit eu aucun mouvement, la pierre lui paroîtra venir de l'angle *D* ſuivant *DB*, comme elle lui auroit paru venir de *C* ſuivant *CA*, ſi le vaiſſeau eût été immobile; l'impreſſion ſera la même, puiſque la relation du point *C* au point *A*, leur ſituation, leur diſtance ne dépendent en aucune façon du mouvement de ce vaiſſeau; ce mouvement eſt commun à la pierre & au vaiſſeau; & il eſt nul par rapport au choc. Néanmoins dans l'eſpace abſolu cette pierre eſt venue de *C* en *B*; ainſi elle a fait le même chemin réel qu'auroit fait une pierre qui du rivage *R*, eût été jetée directement en *B*. Voilà donc deux pierres, l'une qui vient du rivage *R*, & qui a parcouru la ligne *CB*; l'autre qui eſt partie du point *C*, angle du vaiſſeau, & qui a de même parcouru *CB*, à cauſe du mouvement de ce vaiſſeau: or celle-ci s'eſt fait ſentir ſuivant la direction *DB*; donc celle qui auroit été jetée du rivage *R*, ſe ſeroit fait ſentir réellement auſſi dans la direction *DB*, à celui qui étant à l'angle *A* du vaiſſeau ſe ſeroit trouvé tranſporté de *A* en *B*, tandis que la pierre venoit de *C* en *B*.

787. L'aberration de $20'$ répond à $8' \, 7'' \frac{1}{2}$, dans la table des mouvements du ſoleil: ainſi l'on eſt aſſuré à moins de $5''$ près, qu'il faut $8' \, 7''$ à la lumiere du ſoleil pour arriver juſqu'à nous dans ſes moyennes diſtances; d'où il ſuit que la vîteſſe de la lumiere eſt 10313 fois plus grande que la vîteſſe moyenne de la terre (*a*).

788. Avant que d'entrer dans l'explication détaillée des phénomenes de l'aberration, je dois avertir que le plan *ECBA* (*fig.* 94), qui joint la ligne *AB* décrite par la terre avec l'étoile *E*, s'appelle *plan d'aberration*, parce que c'eſt dans ce plan que l'aberration ſe fait; le lieu appa-

(*a*) La vîteſſe de la terre dans ſon orbite eſt de 23531 lieues par heure, ou $6 \frac{1}{2}$ lieues par ſeconde; mais celle de la rotation diurne n'eſt que de 248 toiſes par ſeconde, à peu près comme la vîteſſe d'un boulet de canon.

rent de l'étoile, son lieu vrai, l'œil de l'observateur, & l'espace qu'il décrit en 8′ de temps se trouvent tous ensemble dans ce plan, en sorte que l'aberration ne peut faire paroître l'étoile dans un autre plan. On appelle aussi *triangle d'aberration* le triangle *CBA* formé par le chemin de la lumiere avec celui de la terre, & dont le petit angle *C* mesure l'aberration. Voyons ce qui arrive quand le triangle d'aberration est rectangle ou obtus-angle.

789. On doit être convaincu par les démonstratious précédentes (783), qu'une étoile nous paroît toujours plus avancée du côté où nous marchons, & cela de la quantité de l'angle *BCA*; la valeur de cet angle dépend du rapport de la vîtesse *AB* de la terre, à la vîtesse *CB* de la lumiere, ce rapport est celui de 1 à 10313 (787); ce qui donne un angle de 20″ dans le cas où *CB* est perpendiculaire à *AB*; ainsi l'aberration sera toujours de 20″ quand la route de l'œil sera perpendiculaire au rayon de l'étoile : mais lorsque *CB* (*fig.* 99), est incliné sur la route *AB* de l'œil, alors l'angle *ACB* d'aberration devient moindre, & parce que *CB* est à *AB*, comme le sinus de l'angle *A* est au sinus de l'angle *C*, il suit que le sinus de l'arc d'aberration, ou l'aberration même, est comme le sinus de l'inclinaison du rayon *CA* sur la route de l'œil, qui est toujours un petit arc de l'orbite terrestre; c'est-à dire, qu'il est égal à 20″ multipliées par le sinus de l'angle que fait la route de l'œil, avec le rayon de lumiere. Enfin, si la ligne *CA* s'inclinoit jusqu'à se confondre avec la ligne *ABD*, l'angle *C* s'évanouiroit, & il n'y auroit plus d'aberration; ce qui d'ailleurs est évident, puisqu'alors le rayon de lumiere arriveroit toujours à nous sous la même direction.

790. Supposons maintenant que l'œil au lieu d'avancer de *A* en *B*, avance de *B* en *A*, en sorte que le rayon arrive en *A* en même temps que l'œil; si l'on décompose la vîtesse *CA* (784), suivant *CE* & *CB* on verra aisément que la vîtesse *CE* est détruite par la vîtesse *BA* de la terre, & qu'il ne reste que *CB* ou sa parallele *EA*; ainsi dans ce cas l'étoile paroîtra s'élever au dessus de la ligne que l'œil dé-



crit, au lieu qu'elle paroissoit s'abaisser dans le cas précédent ; elle paroîtra en *E* au lieu de paroître en *C* : toujours l'aberration porte une étoile du côté où va la terre. Quand la terre est au point *G* de son orbite *GHD* (*fig.* 96), & ensuite au point *K*, elle paroît aller en deux sens opposés : dans le premier cas, l'étoile est en opposition, & paroît à gauche du lieu moyen *E* : dans le second cas, la terre allant de *D* en *K*, l'étoile est en conjonction avec le soleil, & paroît de 20 secondes à droite, c'est-à-dire, à l'occident du point *E* sur une ligne *DS*. Quand la terre décrit le petit arc *FL*, l'aberration diminue, parce qu'il n'y a que la valeur de la perpendiculaire *LN* qui cause de l'aberration, & cette partie *LN* est plus petite que *LF* dans le même rapport que le cosinus de l'arc *GL* de l'élongation est plus petit que le rayon, ou *SV* plus petit que *SL* ; à cause des triangles semblables *LFN*, *SVL*, qui donnent cette proportion *LF* : *LN* : : *SL* : *SV*. Ainsi l'aberration en longitude qui dépend du mouvement *BG*, ou *NL* de la terre perpendiculairement au rayon mené vers l'étoile, est proportionnelle au sinus de la distance au point où elle est nulle, c'est à dire, au point *H* de la quadrature. Par la même raison, l'aberration en latitude dépend du chemin ou du mouvement de la terre dans la direction perpendiculaire à celle là, c'est à dire, du petit mouvement *FN*, & elle est proportionnelle au sinus de la distance *GL*, ou à la ligne *LV*, à cause des mêmes triangles *LFN*, *LVS*, dans lesquels *LF* : *FN* : : *SL* : *LV*.

791. Si cette étoile étoit au pole de l'écliptique, on la verroit toujours 20 secondes en avant du côté où va la terre ; & par conséquent la terre décrivant un cercle, l'étoile paroîtroit en décrire un : c'est ce que M. Bradley remarqua du moins à très-peu près sur l'étoile γ du Dragon.

Si l'étoile est plus près du plan de l'écliptique, & qu'on la voie par un rayon oblique, l'effet de l'aberration perpendiculairement au plan de l'écliptique deviendra plus petit, en raison du sinus de l'obliquité (879) ; mais il restera le même dans le sens parallele à l'écliptique, ainsi le cen-

cle deviendra une ellipse comme *LAK* (*fig.* 98). Le grand axe *LK* parallelement à l'écliptique sera toujours de 40″; parce que quand l'étoile est en conjonction ou en oppositon, l'aberration est toujours de 20″, soit que l'étoile ait une latitude ou qu'elle n'en ait point; la route *B G* de la terre (*fig* 96) étant toujours perpendiculaire au rayon de l'étoile; mais le petit axe *AF* de l'ellipse sera moindre à raison du sinus de la latitude.

Le point *L* qui est le plus à gauche ou à l'occident est le lieu où paroît l'étoile lorsqu'elle est en opposition; le point *K* est celui de la conjonction; le point *A* si c'est une étoile australe, ou le point *F* si c'est une étoile boréale, c'est-à dire, le point de l'ellipse qui est le plus près de l'écliptique, marque le lieu apparent de l'étoile trois mois après la conjonction. L'aberration en longitude étant comme le cosinus de l'élongation de l'étoile dans le cercle circonscrit à l'ellipse, & qui forme l'ellipse par son inclinaison, si l'on marque en *K* le lieu du soleil qui est égal à la longitude de l'étoile, & qu'on divise le cercle circonscrit en 360°, les perpendiculaires abaissées de chaque degré de longitude sur le grand axe *LEK*, manqueront sur l'ellipse tous les points où l'étoile doit paroître aux mêmes temps; c'est ainsi que j'ai marqué sur l'ellipse *ALFK* les lieux d'*Arcturus* sur son ellipse d'aberration pour le premier jour de chaque mois.

792. Arcturus est à l'extrémité occidentale du grand axe de son ellipse à droite, le 13 octobre jour de sa conjonction; il est à l'extrémité inférieure ou méridionale *F* du petit axe, le 11 janvier jour de la premiere quadrature. L'ellipse d'Arcturus est inclinée par rapport à la ligne horizontale *AB*, que je suppose parallele à l'équateur, de la quantité de l'angle de position (318); il suffiroit d'abaisser des perpendiculaires sur *AB* pour voir dans les différents temps de l'année, l'aberration en ascension droite & en déclinaison. On voit dans cette même ellipse l'effet de la parallaxe (763), qui feroit paroître l'étoile aux mêmes points de l'ellipse trois mois plutôt que ne fait l'aberration, en supposant que la plus grande parallaxe fût de

20″

20″ comme l'aberration ; c'est en dedans de l'ellipse que j'ai marqué les situations que donneroit la parallaxe annuelle quatre fois l'année.

793. L'aberration en longitude, que l'on prendroit dans cette figure sur le parallele de l'étoile en supposant *EL* de 20″, doit être réduite à l'écliptique pour les usages astronomiques, c'est-à-dire, qu'il faut la diviser par les cosinus de la latitude de l'étoile (531), de là vient que l'aberration absolue qui est toujours de 20″ de grand cercle, si on la prend dans la région d'une étoile, devient très-grande pour les étoiles voisines du pole, si on la mesure sur l'équateur, ou qu'on ait égard au changement qui en résulte sur l'ascension droite ; j'ai donné des tables d'aberration pour un grand nombre d'étoiles dans plusieurs volumes de la *onnoissance des temps.*

DE LA NUTATION.

794. LA NUTATION ou *déviation* est un mouvement apparent de 9″ observé dans les étoiles fixes, dont la période est de 18 ans, causé par l'attraction de la lune sur le sphéroïde de la terre. On verra dans le XIIe. livre que la précession des équinoxes qui est de 50′ par an, est produite par l'action du soleil & de la lune sur la partie de la terre que l'on conçoit relevée vers l'équateur du sphéroïde (1064). De ces 50″ il y en a au moins 36 qui sont produites par l'action seule de la lune ; or, la lune ne peut pas produire ces 36″ de précession d'une maniere uniforme, puisque ses nœuds changent continuellement de place & que son inclinaison par rapport à l'équateur, d'où son effet dépend, varie de dix degrés ; il en doit résulter non-seulement une inégalité dans la précession annuelle des équinoxes à différentes années, mais aussi un balancement ou une nutation dans l'axe de la terre. Par l'effet de cette nutation les étoiles doivent paroître se rapprocher & s'éloigner de l'équateur : puisque l'équateur répond à différentes étoiles.

Nous voyons que Flamsteed avoit espéré vers l'an 1690, au moyen des étoiles voisines du zénith, de déterminer la quantité de cette nutation qui devoit suivre de la théorie de Newton ; mais il abandonna ce projet, parce que, dit-il, si cet effet existe il doit être insensible jusqu'à ce qu'on ait des instruments bien plus longs que 7 pieds, plus solides & mieux fixés que les miens (*Hist. cél. tom. III*, *pag.* 113).

M. Horrebow rapporte un passage formel, tiré des manuscrits de Romer, par lequel on voit qu'il soupçonnoit aussi une nutation dans l'axe de la terre, & qu'il espéroit d'en donner la théorie : *Basis astronomiæ* 1735, *pag.* 66.

Ces idées de nutation devoient se présenter naturellement à tous ceux qui avoient apperçu dans les étoiles des changements de déclinaisons, & nous avons vu que les premiers soupçons de M. Bradley en 1727, furent qu'il y avoit quelque nutation de l'axe de la terre qui faisoit paroître l'étoile γ du Dragon plus ou moins près du pole (778) ; mais la suite des observations l'obligea de chercher une autre cause pour les variations annuelles ; ce ne fut qu'au bout de quelques années qu'il reconnut le second mouvement dont il s'agit ici.

795. Pour bien expliquer la découverte de la nutation par M. Bradley, il faut remonter au temps où il observoit les étoiles pour découvrir l'aberration ; il vit en 1728, que le changement annuel de déclinaison dans les étoiles voisines du colure des équinoxes étoit un peu plus grand qu'il ne devoit résulter de la précession des équinoxes supposées de 50″, & calculée à la maniere ordinaire ; sans que cette différence pût être attribuée à l'instrument, parce que les étoiles voisines du colure des solstices ne donnoient point la même différence.

En général les étoiles situées proche le colure des équinoxes avoient changé de déclinaison d'environ 2″ plus qu'elles n'auroient fait par la précession moyenne des équinoxes, qui est très-bien connue ; & les étoiles voisines du colure des solstices moins qu'elles n'auroient dû faire ; mais, ajoute M. Bradley « soit que ces petites variations

» viennent d'une cause réguliere, ou qu'elles soient occa- » sionnées par quelque changement dans le secteur ; je » ne suis pas encore en état de les déterminer „. M. Bradley n'en fut que plus ardent à continuer ses observations pour déterminer la période & la loi de ces varitions ; il demeura presque toujours à Wansted jusqu'en 1732, qu'il fut obligé d'aller à Oxford, pour remplacer M. Halley ; il continua d'observer avec la même exactitude toutes les circonstances des changements de déclinaison sur un grand nombre d'étoiles. Chaque année il voyoit les périodes de l'aberration se rétablir suivant les regles que l'on a vues ci-dessus ; mais d'une année à l'autre il y avoit d'autres différences : les étoiles situées entre l'équinoxe du printemps & le solstice d'hiver se trouvoient être plus près du pole boréal, & les étoiles opposées s'en étoient éloignées ; il commença de soupçonner que l'action de la lune sur l'équateur, c'est-à-dire, sur la partie la plus relevée de la terre pouvoit causer une variation ou un balancement dans l'axe de la terre : son secteur étant demeuré fixe à Wansted, il continua d'y venir observer souvent, & il s'est trouvé en état en 1747, de prononcer sur la cause de ce phenomene ; nous allons rendre compte de cette nouvelle découverte d'après Bradley lui-même (*Phil. transactions*, Janv. 1748).

796. En 1727, le nœud ascendant de la lune concouroit avec l'équinoxe du printemps, de sorte que la lune s'écartoit de l'équateur dans ses plus grandes latitudes de $28^\circ \frac{1}{2}$; en 1736, le nœud ascendant s'étant trouvé dans l'équinoxe de la balance, la lune ne pouvoit plus s'écarter de l'équateur que de $18^\circ \frac{1}{2}$, de sorte que son orbite étoit plus éloignée de l'équateur de 10° en 1727, qu'en 1736, ce qui rendoit son attraction plus sensible sur l'équateur.

M. Bredley observa en 1727, par le changement de déclinaison des étoiles voisines du colure des équinoxes, que la précession des équinoxes paroissoit avoir été plus grande que la moyenne (795), & cependant les étoiles situées proche le colure des solstices, paroissoient se mou-

voir d'une maniere contraire aux effets de cette augmentation; les étoiles opposées en ascension droite étoient affectées de la même maniere; γ du Dragon, & la 35e étoile de la Giraffe avoient éprouvé le même changement en déclinaison, l'une vers le nord, l'autre vers le sud; cela s'accordoit très-bien avec une nutation de l'axe de la terre, qui doit évidemment produire la même différence sur les étoiles opposées en ascension droite.

En 1732, le nœud de la lune avoit rétrogradé jusqu'au solstice d'hiver; alors les étoiles situées proche le colure des équinoxes parurent changer leur déclinaison suivant la précession de 50″. Dans les années suivantes, ce changement diminua, jusqu'en 1736, que le nœud ascendant parvint à l'équinoxe de la balance.

Les étoiles situées vers le colure des solstices changerent leur déclinaison depuis 1727, jusqu'en 1736, de 18″ moins que n'exigeoit la précession de 50″; de sorte que le pole du monde ou l'axe de la terre avoit éprouvé une nutation de 18″ pendant une demi-révolution des nœuds de la lune. En 1745, au bout de 18 ans les nœuds étant revenus à leur premiere situation, les étoiles reparurent toutes aux mêmes points, ayant égard à la précession des équinoxes; on vit les mêmes phénomenes qu'en 1727, & M. Bradley ne douta plus que la nutation de l'axe terrestre n'en fût la véritable cause.

797. M. Machin, secrétaire de la société Royale, à qui il envoya ses conjectures, vit bientôt qu'il suffisoit pour expliquer, & la nutation & le changement de la précession, de supposer que le pole de la terre décrivoit un petit cercle, comme Tycho l'avoit supposé pour l'orbite lunaire. En donnant 18″ au diametre de ce cercle, & supposant qu'il étoit décrit par le pole dans l'espace de la révolution observée par M. Bradley, & qui étoit celle des nœuds de la lune, il expliquoit, & le changement de la précession annuelle, tel que les étoiles voisines du colure des équinoxes l'avoient indiqué, & la nutation de l'axe de la terre démontrée par les étoiles voisines du colure des solstices.

Pour faire voir l'accord de sa théorie avec les phénomenes, M. Bradley rapporte grand nombre d'observations faites depuis 1727, jusqu'en 1747, sur différentes étoiles & sur tout γ du Dragon. De plus de 300 observations qu'il avoit faites de celle-ci, il ne s'en est trouvé que onze qui différassent de la moyenne de 2″.

798. Soit *E* le pole de l'écliptique (*fig.* 97), *P* le pole de l'équateur qui en est éloigné de 23° ½; & autour du point *P* un petit cercle, dont le rayon *PB* soit de 9″. Au lieu du point *P* qui est le lieu moyen du pole, on suppose que le vrai pole décrive un cercle *ABCD*, qu'il soit en *A* lorsque le nœud de la lune est dans l'équinoxe du printemps, ou sur le colure des équinoxes *P* ♈, & qu'il continue de se mouvoir de *A* en *B* de la même maniere que le nœud: en sorte qu'quand le pole du monde est en *O* l'arc *AO* soit égal en degrés à la longitude du nœud de la lune; le lieu du vrai pole sera toujours plus avancé de 3 signes en ascension droite dans le cercle *ABC* que le lieu du nœud de la lune dans l'écliptique, & le pole sera en *D* lorsque le nœud sera en ♋. Puisque le pole rétrograde de *A* en *B* il doit se rapprocher des étoiles qui sont dans le colure *PB* ♈ des équinoxes; de sorte que la précession paroîtra plus grande, en occasionnant dans les étoiles qui sont sur le colure des équinoxes, un changement de déclinaison plus grand de 9″ qu'il ne devoit être, & cela dans l'espace de 4 ans & 8 mois que le nœud emploiera à venir du Bélier au Capricorne, & le pole à venir de *A* en *B*; en même temps le pole paroîtra s'être approché des étoiles qui sont vers le solstice d'hiver ou du côté de *E*; telles sont en effet les circonstances que M. Bradley avoit observées (796).

799. Le premier effet général de la nutation, celui qui est le plus facile à appercevoir, est le changement de l'obliquité de l'écliptique; cet angle augmente de 9″ quand le nœud ascendant de la lune est dans le Bélier; puisqu'alors le pole est en *A*, & que la distance des poles *EA* devient plus grande de 9″ que quand le nœud est dans la Balance. L'obliquité de l'écliptique étoit en 1764 de 23° 28′ 15″: elle n'étoit en 1755 que de 23° 28′ 5″, non seulement elle n'a

pas diminué de 8″ comme elle auroit dû faire (758); mais elle a augmenté de 10″, ce qui fait 18″ de plus pour le seul effet de la nutation, qui est égal à *AC*.

Quand le pole de la terre est arrivé de *A* en *O*, l'obliquité de l'écliptique est *EO* ou *EH*, & la nutation se trouve égal à *PH*; l'arc *AO* ou l'angle *APO* est égal à la longitude de du nœud, & *PH* en est le cosinus; or *PH* = 9″ sin. *OB* ou 9″ cos. *AO*; donc la nutation *PH* = — 9″ cos. nœud, ou 9″ multipliées par le cosinus de la longitude du nœud de la lune. Cette nutation doit se retrancher de l'obliquité moyenne ou uniforme, tant que le nœud de la lune est entre 3 & 9 signes; elle s'ajoute dans le premier & le quatrieme quart de la longitude du nœud.

La nutation change également les longitudes, les ascensions droites & les déclinaisons des astres; il n'y a que les latitudes qu'elle n'affecte point, puisque le pole *E* de l'écliptique est immobile dans la théorie de la nutation : l'hypothese précédente suffit pour calculer ces changements; car il ne s'agit que de prendre *O* pour le pole de l'équateur, *EO* pour colure des équinoxes au lieu de *EP*; du point *O* considéré comme pole du monde, l'on tire un arc *OS* vers une étoile *S*, alors *OS* est le complément de sa déclinaison, l'angle *SEO* le complément de sa longitude, l'angle *SOE* le complément de son ascension droite, l'arc *SE* le complément de sa latitude; c'est la seule quantité qui ne varie point dans le triangle *ESP*, qui devient le triangle *ESO*; il est aisé de calculer par la trigonométrie sphérique toutes ces variations, dès qu'on connoît la position du colure *EO*, par rapport au colure moyen *EP* qui auroit lieu sans le phénomene de la nutation.



LIVRE VIII.

De la Figure de la Terre.

800. ON a vu dans le premier Livre la méthode par laquelle on a trouvé la grandeur de la terre (39) ; mais les anciens étoient peu certains de leurs mesures : suivant les dimensions rapportées dans Pline, le degré de la terre étoit de 100 stades, & les stades de Pline avoient 91 toises $\frac{3}{4}$, ainsi le degré étoit de 66000 toises ; suivant d'autres, on n'en trouvoit que 8999 (art. 39). Par des mesures faites vers l'an 830, par ordre du Calife Almamon, le degré se réduisoit à 47000 toises. Fernel en 1550 avoit trouvé 56746 toises, Snelius en 1617, 55021, Norwood en 1635, 57424, & Riccioli, 62900 toises ; telle étoit l'incertitude de nos connoissances à cet égard, lorsque l'Académie des Sciences entreprit de connoître la véritable grandeur de la terre en mesurant un degré au milieu de la France. Il eût été long & difficile de mesurer toise à toise, d'un bout à l'autre un espace de 25 lieues, quoique cela se soit fait dans l'Amérique septentrionale (*Phil. trans.* 1768). M. Picard aima mieux employer la trigonométrie, & se contenta de mesurer avec soin un espace de deux lieues, du chemin de Ville-juive à Juvisy, qui étoit déjà pavé en droite ligne : & il en conclut tout le reste par des triangles. Depuis ce temps, l'Académie a fait élever à Ville-juive & à Juvisy, deux pyramides, dont les axes sont exactement à 5717 toises l'un de l'autre, suivant la mesure que nous avons faite en 1756.

801. La toise qui nous a servi pour cette opération, est déposée au cabinet de l'Académie, & l'on en a envoyé des modeles exacts dans toutes les généralités du Royaume, afin qu'il n'y eût plus à l'avenir de difficultés, sur la véritable toise de France, comme il y en avoit eu jusqu'à pré-

sent, & comme il y en a même en Angleterre ; où l'on n'est pas encore convenu d'une mesure certaine ; la toise de l'Académie est de toutes les mesures de l'Univers la mieux constatée, & la plus célebre dans tous les pays où il y a des savants. J'ai donné dans la *Connoissance des temps*, pendant plusieurs années, une table des mesures étrangeres comparées avec la nôtre.

802. Le premier triangle formé par M. Picard sur la base de Ville-juive, se terminoit au clocher de Brie-comte-Robert ; le second avoit pour base la distance de Ville-juive à Brie-comte-Robert, & se terminoit à la tour de Montlhéry ; ce second triangle lui fit trouver la distance de Brie à Montlhéry 13121 ½ toises. En continuant ainsi de triangle en triangle, il parvint jusqu'au clocher de Notre-Dame d'Amiens, qui est plus septentrional que la façade méridionale de l'observatoire de 60390 toises (*Méridienne vérifiée*, *p.* 46 & 50), mais dont la latitude est aussi plus avancée de 1° 3′ 9″ ; ce qui donne pour la longueur d'un degré juste 57069 toises. La 25ᵉ partie de ce degré est ce que l'on est convenu assez généralement d'appeller une lieue ; la lieue est donc de 2283 toises, en sorte que la circonférence entiere de la terre est de 9000 mille lieues, chacune de 2283 toises. Les lieues marines sont de 20 au degré ou 2853 toises, on les compte ainsi sur la mer pour que 3 minutes qui sont trois milles marins d'Angleterre & d'Italie fassent une lieue marine de France, & que les Navigateurs de tous les pays puissent s'entendre plus aisément.

DE LA FIGURE DE LA TERRE, ET DE SON APPLATISSEMENT.

803. LE DEGRÉ mesuré par M. Picard, entre Paris & Amiens, suffisoit pour connoître la grandeur de la terre entiere, en la supposant sphérique ; mais si la terre n'est pas ronde, & qu'elle soit plus convexe dans une partie de sa circonférence que dans l'autre, les 360 degrés doivent être différents entr'eux, & celui des environs de Paris ne sera

plus la 360e. partie de la circonférence de la terre ; ce fut pour s'en assurer que l'Académie des Sciences de Paris songea en 1683 à se procurer la mesure de plusieurs degrés sous différentes latitudes, afin de voir si ces degrés étoient égaux, comme ils devoient l'être en supposant la terre sphérique.

804. Je ne sais pas à qui l'on dut la premiere conjecture qui donna naissance à toutes ces recherches ; je trouve seulement que M. Picard, dans l'article IV de sa mesure de la terre, publiée en 1671, parle d'une conjecture *qui avoit déja été proposée dans l'assemblée, que supposé le mouvement de la terre, les poids devroient descendre avec moins de force sous l'équateur que sous les poles,* & M. Picard observe que de là il résulteroit une différence sur les pendules qui battent les secondes, & qui iroient plus vîte là où il y auroit plus de pesanteur, ou moins de force centrifuge. Il ajoute qu'on a fait à Londres, à Lyon & à Bologne en Italie quelques expériences, d'où il semble qu'on pourroit conclure que les pendules à secondes doivent être plus courts à mesure qu'on avance vers l'équateur, mais qu'on n'est pas suffisamment informé de la justesse de ces expériences pour en conclure quelque chose ; d'ailleurs, dit-il, on doit remarquer qu'à la Haye, où la hauteur du pole est plus grande qu'à Londres, la longueur du pendule exactement déterminée par le moyen des horloges a été trouvée la même qu'à Paris.

805. On ne savoit donc encore rien de positif en 1671, sur la figure de la terre & sur la diminution du pendule sous l'équateur ; mais la même année M. Richer fut envoyé à Cayenne (742), & parmi les objets de son voyage nous voyons qu'il étoit chargé par l'Académie d'observer la longueur du pendule à secondes. Dans le chapitre X des observations qu'il fit imprimer à son retour, il donne un article exprès sur la longueur du pendule, & il dit que c'est l'une des plus considérables observations qu'il ait faites. " La même „ mesure qui avoit été marquée en Cayenne sur une verge „ de fer suivant la longueur qui s'étoit trouvée nécessaire „ pour faire un pendule à secondes de temps, ayant été

„ apportée en France, & comparée avec celle de Paris, leur „ différence a été trouvée d'une ligne & un quart, dont „ celle de Cayenne eſt moindre que celle de Paris, laquelle „ eſt de 3 pieds 8 lignes $\frac{3}{5}$; cette obſervation a été réitérée „ pendant dix mois entiers, où il ne s'eſt point paſſé de ſe- „ maine qu'elle n'ait été faite pluſieurs fois avec beaucoup „ de ſoin. Les vibrations du pendule ſimple dont on ſe ſervoit „ étoient fort petites, elles duroient fort ſenſibles juſqu'à „ 52 minutes de temps, & ont été comparées à celle d'une „ horloge très-excellente dont les vibrations marquoient les „ ſecondes de temps „. (*Recueil d'obſervations faites en pluſieurs voyages*, *in-fol.* 1693). D'ailleurs le pendule de l'horloge de M. Richer qui battoit les ſecondes à Paris, retardoit à Cayenne de 2 minutes par jour; ce qui prouvoit que la peſanteur de la lentille étoit moindre à Cayenne, & que la lentille y deſcendoit vers la terre avec moins de vîteſſe (*Regiæ ſcient. academiæ hiſtoria*, *L.* 1).

806. Depuis ce temps-là on a obſervé la longueur du pendule en divers pays, & l'on a trouvé les quantités ſuivantes en pouces, lignes, & centiemes de lignes.

Sous l'équateur à 2434 toiſ. de hauteur (M. Boug. fig. de la t. p. 342).	36P	6li	70
Sous l'équateur à 1466 toiſes, par le même.	36	6	83
Sous l'équateur au niveau de la mer, par le même.	36	7	07
A Portobelo latit. 9° 34′, par le même.	36	7	16
Au petit Goave dans l'iſle de S. Domingue 18° 27′, par le même.	36	7	33
Au Cap de Bonne-Eſpérance 33° 55′ (Mém. Acad. 1751, p. 438).	36	8	07
A Geneve 46° 12′; par M. Mallet, avec le pendule invariable .	36	8	17
A Paris 48° 50′ (Mém. Acad. 1735), par M. de Mairan. . .	36	8	52
Par M. Bouguer, après les réductions faites.	36	8	67
A Leyde 52° 9′, par M. Lulofs.	36	8	71
A Pétersbourg 59° 56′, par M. Mallet.	36	8	97
A Pello 66° 48′ (M. de Maupertuis, fig. de la terre, p. 180).	36	9	17
A Ponoi en Laponie 67° 4′, par M. Mallet.	36	9	17

807. Ainſi la premiere expérience qui prouva démonſtrativement que la terre tournoit ſur ſon axe, fut celle du pendule en 1672. Huygens ſoupçonna dès-lors qu'en vertu de la force centrifuge qui rendoit la peſanteur des corps ſous l'équateur moindre qu'à Paris (1011), il pouvoit très-bien ſe faire que les parties de la terre y fuſſent auſſi plus relevées & plus éloignées du centre, ce qui devoit donner à la terre

la figure d'un sphéroïde applati vers les poles, le disque de Jupiter, dont M. Cassini avoit déja observé l'applatissement, même avant l'année 1666, étoit une grande raison de croire aussi la terre applatie; comme il le dit lui-même, (*Mém. Acad.* 1701, *page* 180).

808. Voyons donc la maniere dont les Astronomes pouvoient s'assurer de cet applatissement, par la mesure des degrés de la terre sous différentes latitudes. Si la terre n'est pas ronde, la mesure de ses degrés doit se faire autrement que sur le globe. Soit *EPQO* (*fig.* 100) la circonférence applatie de la terre; *EDFQ* celle d'un cercle circonscrit, & qui a le même diametre *ECQ*; ayant pris un arc *DF* de ce cercle, qui soit $\frac{1}{360}$ de la circonférence entiere, c'est-à-dire, un degré, l'angle *DCF* sera aussi d'un degré; mais l'arc *GH* de la terre n'est point ce qu'on doit appeller un degré de la terre, quoiqu'il soit compris entre les lignes *DGC* & *FHC* qui font un angle d'un degré au centre de la terre.

809. Je supposerai d'abord comme un principe d'hydrostatique démontré par l'expérience & par le raisonnement que la pesanteur agit toujours perpendiculairement à la surface de la terre, quelle que soit sa figure. Les niveaux à bulle d'air, les niveaux d'eaux, les niveaux formés par un fil à plomb, donnent toujours le même résultat dans les nivellements, cela prouve que le fil à-plomb est exactement perpendiculaire à la surface de l'eau qui marque la surface de la terre, & qui prend nécessairement la figure que la gravité donne à la terre. Les eaux de la mer ont toujours été nécessairement disposées perpendiculairement à la direction de la pesanteur; car du premier instant où elles auroient pu ne l'être pas, elles auroient coulé du côté où la pesanteur inclinoit; elles seroient venu chercher l'équilibre, qui ne peut avoir lieu que quand la pesanteur est exactement perpendiculaire à la surface de l'eau, & n'a aucune action latérale.

810. Le fil à-plomb qui, dans nos instruments, marque la ligne du zénith, & auquel nous rapportons les hauteurs des astres, est donc perpendiculaire à la surface de la terre; & si un observateur en *P* (*fig.* 101), par exemple, à Paris,

voit une étoile, comme la Claire de Persée, passer au méridien précisément par le zénith; il la verra sur la ligne *BPZ*, qui est perpendiculaire à la surface de la terre, & qui ne va point se diriger au centre *C* de la terre, à moins que la terre ne soit parfaitement sphérique. Un autre observateur situé en *A*, par exemple, à Amiens, voit une étoile sur un rayon *AS*, qui est parallele à *PZ*, à cause de la grande distance des étoiles, cette étoile paroît éloignée de sa verticale *XAB* d'un angle *SAX*. Si avec les instruments exacts qu'on emploie à ces observations, on trouve que la Claire de Persée passe à un degré du zénith d'Amiens, il s'ensuit que l'angle *SAX* est d'un degré, ainsi l'angle *PBA* qui est égal à *SAX* sera aussi d'un degré, dans ce cas-là, nous dirons que l'arc *AP* de la terre, compris entre Paris & Amiens, est un degré de la terre; d'où résulte la définition suivante.

811. Le degré *du sphéroïde terrestre* (quelle que soit sa figure) *est l'espace qu'il faut parcourir sur la terre pour que la ligne verticale ait changé d'un degré.* Ainsi les degrés que nous mesurons par observation, sont des angles *B* qui n'ont point leur sommet au centre *C* de la terre, mais au point de concours des verticales *ZPB* & *XAB* perpendiculaires à la terre en *A* & en *P*, c'est-à-dire, aux deux extrémités du degré. Cette maniere de concevoir & de mesurer les degrés nous est donnée par la nature même, à cause du fil à plomb qui s'emploie nécessairement dans les observations, & qui seul peut nous faire trouver les distances des étoiles au zénith, & par conséquent les degrés de la terre.

812. Il suit de cette définition que dans les endroits les plus applatis de la terre les degrés doivent être les plus longs; en effet, plus un arc *PA* (*fig.* 120) aura de convexité ou de courbure, l'angle *F* étant toujours supposé d'un degré, plus cet arc *PA* sera court; si au lieu de *PA* nous prenons l'arc *PD*, plus convexe & plus courbe que *PA*, *DG* étant parallele à *AF*, & l'angle *PGD* d'un degré, aussi-bien que *PFA*, cet arc *PD* sera plus court,

quoiqu'il ait la même amplitude, c'est-à-dire, qu'il soit aussi d'un degré; sa longueur en toises sera plus petite que celle de *PA*. Dans une ellipse & dans toutes les courbes qui lui ressemblent, la courbure est la plus grande au sommet du grand axe, & la moindre au sommet du petit axe; donc si la terre est applatie vers les poles, l'arc d'un degré aura plus de longueur, renfermera un plus grand nombre de toises à mesure qu'on approchera des poles où l'applatissement est le plus grand.

813. Il suffisoit donc de mesurer l'étendue d'un degré, à différentes distances des poles, pour juger si la terre étoit ronde : En conséquence de l'Académie obtint en 1683 des ordres du Roi pour continuer la méridienne de Paris, au nord & au Sud, depuis l'Océan jusqu'à la Méditerranée; M. Cassini partit pour aller au Midi, accompagné de MM. Sedileau, Chazelles, Varin, Deshaies & Pernim; M. de la Hire alla au Nord de Paris avec MM. Potenot & le Fevre. L'ouvrage avançoit lorsqu'il fut suspendu tout-à-coup par la mort du grand Colbert arrivée le 6 Sept. 1683.

814. Ce travail ne fut repris qu'en 1700; mais comme il ne s'étendoit pas au delà du Royaume, & que la différence d'un degré à l'autre est très-petite, on disputa jusqu'en 1733 sur l'inégalité des degrés. M. de la Condamine représenta pour lors qu'on leveroit toute difficulté & de la façon la plus sûre, en mesurant un degré aux environs de l'équateur, par exemple, à Cayenne: il s'offrit de l'entreprendre lui-même. En 1734, M. Godin lut aussi un Mémoire sur les avantages qu'on pourroit tirer d'un voyage à l'équateur, qu'il offrit d'entreprendre avec M. de Fouchy. M. de Maurepas, Ministre d'état, fit agréer au Roi ce voyage que MM. Godin, de la Condamine & Bouguer entreprirent effectivement. Ces trois Académiciens partirent au mois de Mai 1735; peu après leur départ M. de Maupertuis représenta à M. le Comte de Maurepas qu'on détermineroit avec une précision bien plus grande l'inégalité des degrés, & par conséquent la figure de la terre, si l'on alloit mesurer aussi un degré dans le nord, le plus loin qu'il seroit possible

de l'équateur ; l'Académie reçut les ordres du Roi, & choisit pour ce voyage du Nord MM. de Maupertuis, Clairaut, &c. ; ils partirent en 1736 pour la Suede, & ils arriverent à Torneo vers la fin de l'hiver.

815. Cette entreprise fut exécutée avec autant de promptitude que de soin ; car l'année suivante le 13 novembre 1737, dans l'assemblé publique de l'Académie des Sciences, M. de Maupertuis lut un Discours qui contenoit la relation & le résultat de ce voyage célebre, comme il en avoit lu 18 mois auparavant le motif & le projet ; cette relation est imprimée dans son Livre qui a pour titre : *La Figure de la Terre, &c.*, où l'on voit que le degré du méridien qui coupe le cercle polaire est de 57422 toises, plus grand de 353 toises que le degré de Paris. Cette augmentation forma dès-lors une démonstration complete de l'applatissement de la terre.

816. Les trois Académiciens envoyés au Pérou trouverent plus de difficultés dans leur mesure, & y employerent plus de temps ; ce ne fut qu'en 1741 qu'elle fut terminée. Ils trouverent que le premier degré du méridien étoit de 56750 toises (*Mesure des 3 prem. degrés du méridien dans l'hémisphere austral, &c.* par M. de la Condamine). Ce fut une nouvelle confirmation de la diminution des degrés en allant vers le midi, & de l'applatissement en allant vers le nord. Cet applatissement de la terre est aussi confirmé par la diminution du pendule (805), par la figure de Jupiter dont on voit que le disque est sensiblement applati ; il est d'ailleurs une suite du mouvement de la terre sur son axe, & de la force centrifuge qui tend à soulever les parties de l'équateur (1010).

817. Newton & après lui Maclaurin & Clairaut, dans la Théorie de la figure de la terre, ont démontré qu'en supposant la terre homogene & fluide, elle a dû prendre une figure elliptique & applatie de $\frac{1}{230}$; la différence des degrés que nous venons de rapporter est un peu plus considérable ; mais plusieurs autres degrés mesurés en Allemagne, en Italie, au Cap de Bonne-Espérance & en Amérique ; nous persuadent que l'applatissement n'est pas

plus considérable ; il est peut-être encore moindre ; & le P. Boscovich ne le trouve que de $\frac{1}{311}$, en corrigeant tant soit peu les différents degrés pour les concilier ensemble, suivant les regles de la probabilité.

818. Quand on suppose la terre elliptique on peut, avec deux degrés mesurés à des latitudes quelconques, trouver l'applatissement. Si l'on suppose que N & M soient les deux degrés, & que s & t soient les sinus des latitudes géographiques vers le milieu de ces deux degrés, on aura pour la fraction qui exprime l'applatissement, $\frac{N-M}{3M(ss-tt)}$ (*Mém. de l'Acad.* 1735). Si le degré M se trouve mesuré sous l'équateur même, on aura $t=0$, & $\frac{N-M}{3Mss}$ pour l'applatissement cherché. Cette expression fait voir que dans l'hypothese de la terre elliptique, les accroissements des degrés sont à très-peu près comme les carrés des sinus des latitudes, car $N-M$ est proportionnel à ss, dès que la fraction $\frac{N-M}{3Mss}$ est constante.

Si l'un des degrés M étant situé sous l'équateur, l'autre degré N se trouve exactement au pole, l'on aura $\frac{N-M}{3M}$ pour l'applatissement ; ainsi la différence des diametres de la terre n'est que le tiers de celle des degrés ; par exemple, les deux degrés extrêmes différant entre eux de $\frac{1}{77}$, les diametres de la terre ne différeront que de $\frac{1}{231}$.

819. En substituant dans cette formule les degrés mesurés en France & au Pérou, M de la Condamine trouve que l'applatissement de la terre est de $\frac{1}{304}$; mais en y substituant le degré du Nord & celui du Pérou, il ne trouve que $\frac{1}{210}$. Cette différence de résultat fait croire que la terre n'a pas une figure réguliérement & parfaitement elliptique, ou qu'il y a dans les degrés mesurés quelque imperfection ou quelqu'autre raison d'inégalité, sans quoi l'on auroit le même degré d'applatissement, par ces deux différentes comparaisons ; le P. Boscovich on a conclu que le degré du Nord étoit un peu trop grand.

820. Quand on a trouvé le degré d'applatissement, il est facile de calculer l'angle de la verticale avec le rayon de la terre sous une latitude quelconque. Supposons le demi-petit axe CF (*fig.* 101) $=1$, le demi-grand axe $=1+\beta$, la lettre β exprimant la fraction de l'applatissement : le carré de $1+\beta$ sera $1+2\beta$, car à cause de la petitesse de β l'on peut négliger le terme β^2 ; soit l'abscisse $CM=x$, la sous-normale MK sera $=x.\frac{1}{1+2\beta}$ par la propriété de l'ellipse $=x(1-2\beta)$ en négligeant encore les termes suivants ; donc $CK=2\beta x=2\beta$ cos. latit. La petite perpendiculaire KD abaissée sur $CO=CK$. sin. $KCD=CK$ sin. latit. $=2\beta$ cos. lat. sin. lat. $=\beta$ sin. 2 lat. & le sinus de

l'angle *KOD*, $= \frac{DK}{DO}$ ou $\frac{DK}{CO} = \beta$ ſin.² lat. Nous ſuppoſons *OD* ſenſiblement égal au demi-petit axe, car il n'en differe que d'une quantité qui n'introduiroit rien de ſenſible dans cette formule. C'eſt ainſi que l'on peut calculer la ſeconde colonne de la table ſuivante ou les angles tels que *COK* formés par le rayon *CO*, & par la ligne verticale *OK* perpendiculaire à la ſurface en ſuppoſant $\frac{1}{230}$ d'applatiſſement.

821. On démontre par les mêmes principes que dans l'hypotheſe de la terre elliptique, les excès des rayons de la terre ſur le petit axe ſont comme les quarrés des ſinus des latitudes; par exemple, que *OA* (*fig.* 100) eſt à *KM*, comme le carré du ſinus total eſt au carré du ſinus de l'arc *EL*, en ſuppoſant toujours les différences des degrés extrêmement petites. En effet, par la propriété de l'ellipſe *OA* : *KL* : : *CA* : *BL* ou β : *KL* : : 1 : ſin. lat.; donc *KL* $= \beta$ ſin. lat., mais à cauſe des triangles ſemblables *BKC*, *MKL*, on a *KL* : *KM* : : *CK* : *BK*, ou β ſin. lat. : *KM* : : 1 : ſin. lat. Donc *KM* $= \beta$ ſin.² latit. c'eſt-à-dire, que la différence entre le rayon de l'équateur, & le rayon *CK* pour une latitude donnée, eſt égal à l'applatiſſement multiplié par le carré du ſinus de la latitude. C'eſt ſur ce principe que ſont calculés les nombres de la Table ci-jointe qui ſont les augmentations de la parallaxe de la lune à différentes latitudes, dépendantes de l'inégalité des rayons *CE*, *CP*. Ainſi la parallaxe horizontale de la lune ſous le pole, qui a pour baſe *CP* étant ſuppoſée de 60′ 0″ ou de 3600″. On voit dans cette Table qu'à 50° de latitude il faut y ajouter 6″ ½ pour avoir la parallaxe qui convient au rayon *CG* ſous cette latitude; & l'angle de la verticale avec le rayon de la terre ſous cette latitude eſt de 14′44″. On ſe ſert de cet angle pour corriger les diſtances au zénith obſervées & pour les réduire au centre de la terre.

latit.	angles de la vertic.	augm. de la paral.
0°	0′ 0″	15′ 8
10	5′ 6″	15″ 3
20	9 36	13, 9
30	12 58	11, 8
40	14 44	9, 2
42	14 52	8, 7
44	14 58	8, 2
46	14 58	7, 6
48	14 52	7, 0
50	14 44	6, 5
55	14 4	5, 2
60	12 58	4, 0
65	11 26	2, 8
70	9 36	1, 9
80	5 6	0, 5
90	0 0	0, 0

822. On a remarqué dans les accroiſſements des degrés, en allant de l'équateur vers les poles, quelque irrégularités qui viennent peut-être des circonſtances locales, plus que de l'irrégularité de la terre : on trouve, par exemple, que le degré meſuré en Italie eſt plus petit, & que celui du Cap eſt plus grand qu'il ne devroit être ſuivant la loi établie par les trois degrés, meſurés ſous l'équateur, en France & au cercle polaire; mais une partie de cette différence peut venir de l'attraction latérale des montagnes ſur le fil à-plomb. Par les obſervations que M. Bouguer & M. de la

Condamine

Condamine firent avec grand soin en 1737 au Pérou, près de la montagne de Chimboraço, le fil à-plomb étoit détourné de 8″ par la masse de cette montagne. On a éprouvé de semblables effets dans les Pyrénées, dans les Alpes & dans l'Apennin.

823. Si l'on suppose elliptique la figure de la terre, que l'on décrive un sphéroïde sur les deux diametres de la terre, dont l'un est de 6562024 toises ou de 2874 $\frac{2}{5}$ lieues, l'autre de 6525376 toises ou 2858 $\frac{2}{5}$ lieues, son volume ou sa solidité sera 12366044000 lieues cubes, la surface de ce sphéroïde seroit de 25858089 lieues carrées, d'où il est aisé de conclure la surface de chaque zone (139).

Pour avoir une idée de la masse ou du poids total de la terre, supposons qu'elle soit composée intérieurement d'une matiere à peu près analogue à l'argille, dont le pied cube pese environ 140 livres; la toise cube pesera 30240 livres, la lieue cube 359775200000000, & le poids de la terre entiere sera 4448994000000000000000000 livres, ce nombre étant composé de 25 chiffres. Si l'on vouloit pousser le calcul jusqu'à avoir le nombre de grains de sable dont cette masse est composée; chaque grain de sable sensible ne peut avoir moins d'un vingtieme de ligne, on trouveroit qu'il doit y avoir en tout *dans la masse du globe terrestre....* 759121200000000000000000000000000 grains de sable, ce nombre étant composé de 33 chiffres.

824. L'abaissement du niveau vrai par rapport au niveau apparent est l'effet le plus connu de la courbure de la terre. Si la ligne *AH* (*fig.* 92) est horizontale, & qu'à une distance *AO* il y ait une montagne *OH*, on ne verra du point *A*, que le sommet *H* de la montagne sur la ligne horizontale *AH*, & *OH* est l'abaissement du niveau vrai *O* par rapport au niveau apparent *H*. Il est aisé de calculer *OH*, ou *CH*, puisqu'on connoît le rayon *CA* de la terre & l'arc *AO* de la terre ou l'angle *ACO*. Cette courbure *OH* est d'un pied pour 1030 toises, ou, ce qui est plus aisé à retenir, elle est d'une aune pour une lieue (3 pieds 8 pouces pour 2000 toises); mais elle augmente comme le carré des distances (988), &

à 4000 toises elle est de 14 pieds 8 pouces. C'est ce qui détermine la distance de l'horizon sensible (12) du moins en pleine mer; car si l'observateur est en *H*, la ligne *HA* va toucher la mer à l'extrémité de l'horizon sensible; & il varie à raison de la hauteur *OH*.

LIVRE IX.

Des Satellites de Jupiter & de Saturne.

LES Satellites de Jupiter sont quatre petites planetes qui tournent autour de Jupiter, comme nous l'avons indiqué dans la figure 42; Galilée les appelloit *Medicea Sydera*; Hévélius les nommoit *Circulatores Jovis*, *Jovis comites*; ils servent continuellement aux Astronomes pour déterminer les différences de longitudes entre les différents pays de la terre (54); il importoit donc beaucoup d'avoir une théorie sûre & exacte de leurs mouvements, & plusieurs Astronomes y ont travaillé avec la plus grande assiduité.

825. Les quatre satellites de Jupiter furent apperçus par Galilée le 7 janvier 1610, peu après la découverte des lunettes d'approche; Simon Marius prétendit les avoir vus dès le mois de novembre précédent; Gassendi assure dans la vie de M. de Peiresc, que celui-ci fut un des premiers après Galilée & Reineri, qui entreprit conjointement avec Morin, de réduire en tables les mouvements des satellites. Mais on n'eut de tables un peu exactes des mouvements des satellites qu'en 1668, par M. Cassini. Celles dont nous nous servons aujourd'hui pour calculer les éclipses des satellites de Jupiter, sont de M. Wargentin; il en avoit donné une premiere édition en 1746 dans les Mémoires d'Upsal, ses nouvelles tables sont imprimées dans mon *Astronomie*.

826. La premiere chose qu'on doit faire pour construire les tables, est de déterminer les temps des révolutions; on

pourroit y parvenir en observant plusieurs fois le moment où chaque satellite paroîtroit en conjonctions vues de la terre; pourvuqu'elles soient les mêmes que les conjonctions vues du soleil; il faut donc choisir pour déterminer ces révolutions, les conjonctions des satellites qui arrivent quand Jupiter est en opposition; car alors si le satellite passe au dessus, ou au dessous du disque de Jupiter, le moment où il répond au centre de Jupiter est celui de la conjonction vue du soleil & vue de la terre. On a encore d'une maniere plus facile & plus commode les conjonctions vues du soleil, par le moyen des éclipses; car lorsqu'un satellite est au milieu de l'ombre que Jupiter répand derriere lui, il est évident que le satellite est en conjonction avec Jupiter, puisqu'il est sur la ligne menée du soleil à Jupiter. L'intervalle d'une éclipse à l'autre sera la durée d'une Révolution synodique (557); c'est-à-dire, d'une révolution par rapport au soleil; & ce sont presque les seules révolutions dont on fasse usage. On a soin de comparer entre elles des conjonctions très-éloignées, pour mieux compenser les inégalités des satellites, celles de Jupiter, & les erreurs inévitables dans les observations; on trouvera ces révolutions calculées avec le plus grand soin, à l'art. 860, & telles que M. Wargentin les a déduites des observations les plus récentes.

827. La Révolution périodique est le retour d'un satellite au même point de son orbe, ou au même point du ciel vu de Jupiter, après avoir fait 360°; cette révolution périodique est un peu plus courte que la révolution synodique; car elle ne le rameneroit pas jusqu'à l'ombre de Jupiter qui pendant ce temps-là s'est avancé lui-même, d'une certaine quantité dans son orbite, tout ainsi que nous l'avons expliqué pour la lune (557). Nous ne parlerons gueres que des révolutions synodiques; ce sont les seules que nous puissions immédiatement observer, & celles dont dépendent les éclipses qui sont aujourd'hui les seules choses que l'on observe; cependant on trouvera dans la table des éléments (860), les révolutions périodiques des quatre satellites par rapport au équinoxes. Pour avoir les révolutions périodi-

ques par le moyen des révolutions synodiques observées, il faut faire la proposition suivante ; 360° plus le mouvement de Jupiter, pendant une révolution synodique, sont à la durée de cette révolution synodique observée, comme 360° seulement sont à la durée de la révolution périodique.

828. Connoissant les révolutions des satellites, il faut aussi connoître leurs distances par rapport au centre de Jupiter, en les mesurant dans le temps de leur plus grande élongation, avec un micrometre; il suffit même de mesurer la distance d'un seul, les autres distances se calculent aisément par le rapport constant qu'il y a entre les carrés des temps & les cubes des distances (830).

C'est ainsi qu'on a trouvé les distances ou les élongations, telles que je les ai rapportées, dans la table de l'article 860. Celle du 4e satellite a été trouvée par M. Pound de 8′ 16″ avec un micrometre appliqué à une lunette de 15 pieds, & celle du 3e. satellite de 4′ 42″ avec une lunette de 123 pieds. Les deux autres ont été conclues par le calcul, de 2′ 56″ 47‴, & 1′ 51″ 6‴. (Newton, Liv. III.)

Comme il est plus commode d'exprimer ces distances en demi diametres de Jupiter, & en centiemes de ce même rayon, c'est aussi la forme que l'on emploie; on trouvera ces distances dans la table des éléments (860), telles qu'elles furent déterminées par M. Cassini; par exemple, la distance du premier satellite est de 5, 67, c'est-à-dire, 5 demi-diametres de Jupiter, & 67 centiemes, ou deux tiers. On en déduiroit aisément leurs distances réelles, car le diametre de Jupiter est environ onze fois plus grand que celui de la terre. Il suffiroit donc de multiplier par 11 les distances que nous donnons en demi diametres de Jupiter, pour les avoir en demi diametres de la terre, ou par 16132 pour les avoir en lieues.

829. Le diametre de Jupiter vu du centre du soleil dans ses moyennes distances au soleil, ou vu de la terre dans ses moyennes distances à la terre, est de 37″ ¼, son demi diametre est donc 18″ ⅝. Si l'on multiplie cette quantité par les distances exprimées en demi-diametres de Jupiter, on aura ces mêmes distances en minutes & en secondes, telles qu'on

les observe quand Jupiter est dans ses moyennes distances à la terre ; mais elles peuvent augmenter ensuite ou diminuer d'un cinquieme à cause de la distance de Jupiter, plus ou moins grande par rapport à la terre. Les distances des satellites en minutes & en secondes, peuvent servir à comparer les distances de ces satellites avec celles des planetes au soleil ; supposons, par exemple, qu'on veuille prendre la distance de Vénus au soleil pour unité, ou pour échelle commune, & qu'on demande la distance du quatrieme satellite par rapport au centre de Jupiter ; on fera cette proportion : la distance de Vénus au soleil 723 (art. 450), est à celle de Jupiter comme 1 est à 7, 1903 distance de Jupiter au soleil ; on dira ensuite le rayon est au sinus de 8′ 16″, élongation du satellite, comme 7, 1903 est à 0, 01729, distance du satellite, en parties de celle de Vénus ; nous en ferons usage sous cette forme-là (1020).

830. En comparant les distances des satellites avec les durées de leurs révolutions périodiques, on remarqua bientôt que la loi de Képler (469) y étoit observée, aussi bien que dans les planetes. En effet, si l'on prend le carré de 1j 18h 28′, & celui de 16j 16h 32′, ou plus exactement les temps périodiques du premier & du 4e. satellite par rapport aux étoiles fixes ; & si l'on prend aussi les cubes de leurs distances 5, 67 & 25, 30, on aura (en ne prenant que les premiers chiffres), les nombres 6642, 5775, 1820, 1619, qui sont véritablement en proportion.

831. Les révolutions des satellites étant additionnées successivement jusqu'à ce qu'elles forment des nombres semblables, on trouve à peu près les périodes suivantes.

247	révolutions du I.	font	437j	3h	44′
123	révolutions du II.	font	437	3	42
61	révolutions du III.	font	437	3	36
26	révolutions du IV.	font	435	14	16

832. Ainsi dans l'intervalle de 437 jours, les 3 premiers satellites reviennent à une même situation entre eux, à 8′ près ; cette période nous servira quand nous parlerons des

attractions réciproques des satellites (845) & des inégalités qui en résultent, sur-tout dans les trois premiers.

Inégalités des Satellites.

833. La plus grande inégalité qu'on ait remarquée dans les révolutions des satellites, par rapport au disque de Jupiter, est celle qui est produite par la parallaxe annuelle (441); soit *S* le soleil (*fig.* 103), *I* le centre de Jupiter, *B* un satellite en conjonction sur la ligne des centres, ou sur l'axe de l'ombre, *T* le lieu de la terre, *TIG* le rayon mené de la terre par le centre de Jupiter; l'angle *TIS* égal à l'angle *BIG* est la parallaxe annuelle de Jupiter, qui peut aller à 12°; il faut alors que le satellite arrive de *B* en *G* & parcoure 12° de son orbite, pour nous paroître en conjonction sur la ligne *TIG*, quoique sa véritable conjonction soit arrivée au point *B*; ces 12°, font 1^h $15'$ de temps pour le premier satellite, 2^h $50'$, 5^h $44'$ & 13^h $24'$ pour les autres; telle est l'inégalité qu'on trouve entre les révolutions des satellites, ou leurs retours observés de la terre, quand on les compare au disque apparent de Jupiter, & qu'on observe les passages des satellites sur ce disque; mais quand on se sert des éclipses pour connoître les révolutions: on n'est point exposé à cette inégalité.

834. Passons aux inégalités qui ont lieu par rapport à la ligne des centres *SIB*, & qui affectent les retours des satellites à leurs conjonctions, & les intervalles des éclipses. Nous avons supposé dans la recherche des périodes (826), qu'on avoit pris un intervalle de temps assez long pour que les inégalités fussent fondues & compensées; si dans la recherche des révolutions ou des moyens mouvements, on ne prenoit que l'intervalle d'une seule révolution du satellite, le résultat seroit affecté des inégalités de Jupiter, & de celles du satellite; mais si l'on compare des observations éloignées d'une période entiere de Jupiter, ou de plusieurs, c'est-à-dire, de 12, de 24 ans, &c. tout sera compensé, & l'on aura exactement le mouvement moyen, abstraction

faite de l'inégalité des retours ; on parvient ensuite à connoître ces équations en comparant entre eux les intervalles des différentes éclipses ; intervalles qui ne different entre eux qu'à raison des inégalités dont il s'agit.

835. La plus grande inégalité dans les retours des conjonctions & des éclipses, est celle qui vient de l'inégalité du mouvement de Jupiter ; car la différence entre le retour d'une conjonction & une révolution périodique complete du satellite, dépend du mouvement de Jupiter vu du soleil, dans cet intervalle de temps, ou de l'arc que le satellite doit parcourir pour revenir à sa conjonction avec le soleil ; ce mouvement est irrégulier, ainsi les éclipses par cela seul ne reviendront point dans des intervalles de temps égaux. L'intervalle entre deux éclipses est égal à une révolution du satellite, plus le temps qu'il lui faut, pour atteindre l'ombre de Jupiter, qui s'est avancée autant que Jupiter lui-même, mais inégalement ; or l'équation de Jupiter étant de $5^{\circ}\ 34'$, tantôt additive, tantôt soustractive, la somme de tous les petits intervalles dont chaque révolution synodique excede chaque révolution périodique, peut faire une différence de 11° entre deux observations.

836. Soit *ABP* (*fig.* 104), l'orbite de Jupiter, *S* le soleil, *F* le foyer supérieur de l'ellipse, autour duquel le mouvement de Jupiter est sensiblement uniforme (495) ; supposons un satellite qui dans une période de Jupiter fasse un nombre complet de révolutions périodiques ; que Jupiter ait fait le quart de sa révolution en temps, c'est-à-dire, que l'angle *AFB* qui exprime l'anomalie moyenne, soit de 90° ; le satellite doit aussi avoir achevé le quart des révolutions périodiques qu'il peut faire pendant une période de Jupiter, & être parvenu au point *H* qui répond dans le ciel au même point que le lieu moyen de Jupiter ; mais le satellite arrivera en *K*, où se fait la conjonction avec Jupiter, & sera éclipsé, long-temps avant que d'être arrivé en *H*; la différence *KH* mesure l'angle *KBH* égal à l'angle *FBS*, qui est l'équation du centre de Jupiter, c'est-à-dire, $5^{\circ}\ 34'$, le premier satellite emploie $0^{h}\ 39'\ 25''$ à parcourir

5° 34′ de ſon orbite ; ainſi les éclipſes que l'on obſerve devront avancer de 39′ 25″ au bout de 3 ans ; ſix ans après, lorſque Jupiter ſera dans la partie oppoſée de ſon orbite elles retarderont d'autant.

837. Pour trouver la quantité de cette équation dans chaque orbite des ſatellites on fait cette proportion : 360° ſont à la durée de la révolution ſynodique, comme 5° 34′ 1″ ſont à un quatrieme terme qui ſe trouve de 39′ 22″ ; 1ʰ 19′ 13″, 2ʰ 39′ 42″ ; & 6ʰ 12′ 59″. Tel eſt le fondement de la plus grande inégalité des conjonctions & des éclipſes des ſatellites.

L'inégalité qui dépend de l'excentricité de Jupiter, & que je viens d'expliquer, fut la premiere que M. Caſſini employa dans ſes tables pour le calcul des éclipſes ; mais il remarqua bientôt qu'elle ne ſuffiſoit pas pour expliquer toutes les différences qui s'obſervoient entre les retours de ces éclipſes. Il employa d'abord dans ſes éphémérides certaines équations empyriques, c'eſt-à-dire, que l'obſervation lui indiquoit, ſans en connoître la loi ni le principe ; & nous en employons encore pour ainſi dire de ſemblables (840).

838. La premiere inégalité dont on ait apperçu la véritable cauſe, eſt celle qui vient de la propagation ſucceſſive de la lumiere. Soit *S* (*fig.* 104) le ſoleil ; *ABP* l'orbite de Jupiter, *TVR* l'orbite de la terre dont le diametre *TR* eſt de 69 millions de lieues ; la lumiere que Jupiter nous réfléchit, eſt un corps dont l'impreſſion doit arriver juſqu'à nous, pour nous faire appercevoir Jupiter & ſes ſatellites ; le mouvement de ce corps ne ſauroit être d'une vîteſſe infinie, il lui faut un certain temps pour arriver de *T* en *R* ; ainſi quand la terre eſt en *T*, Jupiter étant en oppoſition, ſa lumiere arrive plutôt à nos yeux que quand la terre eſt en *R*, Jupiter approchant de ſa conjonction ; on obſerva en effet que les éclipſes des ſatellites arrivoient environ un quart-d'heure plus tard quand la terre étoit vers *R*, que quand elle étoit en *T*.

839. Nous voyons dans l'hiſtoire de l'Académie que le 22 Août 1675, M. Caſſini publia un petit écrit pour annoncer les configurations des ſatellites, & qu'il y parloit de

la propagation successive de la lumiere, sur laquelle M. Romer lut sa dissertation à l'Académie le 22 Novembre suivant ; voici les termes de M. Cassini.

« M. Romer expliqua très ingénieusement une de ces inégalités, qu'il avoit observée pendant quelques années „ dans le premier satellite, par le mouvement successif de „ la lumiere, qui demande plus de temps à venir de Jupiter „ à la terre lorsqu'il en est plus éloigné, que quand il en „ est plus près ; mais il n'examina pas si cette hypothese „ s'accommodoit aux autres satellites qui demanderoient la „ même inégalité de temps : il m'est arrivé souvent, qu'ayant „ établi les époques des satellites dans les oppositions „ avec le soleil, où les inégalités synodiques doivent cesser, „ & les ayant comparées ensemble pour avoir le moyen „ mouvement, lorsque je calculois sur ces époques, & sur „ ce moyen mouvement les éclipses arrivées près de l'une „ & de l'autre quadrature de Jupiter avec le soleil, le moyen „ mouvement calculé au temps de ces quadratures s'est trouvé „ différer d'un degré entier, ou un peu plus, du vrai mouvement trouvé par des observations immédiates ; de sorte „ que les satellites dans les quadratures avoient environ un „ degré d'équation subtractive à l'égard du mouvement „ établi dans les oppositions, d'où l'on pouvoit inférer que „ cette équation seroit doublée dans les conjonctions ».

840. Cette inégalité étoit sur-tout bien sensible dans le premier satellite ; mais la découverte de l'aberration (782) ayant prouvé invinciblement la propagation successive de la lumiere, il a été reconnu que cette équation devoit être commune aux 4 satellites. M. Maraldi trouvoit en 1741 que les tables du 3e. étoient fort rapprochées de l'observation par le moyen de cette équation, & M. Wargentin s'assura en 1746 de cette équation de la lumiere, par la comparaison d'un grand nombre d'observations.

841. La vîtesse avec laquelle les rayons de lumiere parviennent depuis le soleil jusqu'à nos yeux, est telle que pendant le même temps la terre fait dans son orbite un arc de 20″ (787) ; or la terre décrit un arc de 20″ en

0^h 8′ 7″ $\frac{1}{3}$ de temps à peu près ; la lumiere met donc 8^4 à parvenir du soleil à la terre. Lorsque la terre sera en *R*, Jupiter étant en conjonction avec le soleil, c'est-à-dire, en *A*, la lumiere mettra pour venir jusqu'à nous 16′ 15″ de plus qu'elle n'en employoit lorsque la terre étoit en *T*, & Jupiter en opposition dans le point *A* ; ainsi les éclipses des satellites arriveront 16′ 15″ plus tard dans les conjonctions que dans les oppositions, & dans les autres temps à proportion ; c'est l'objet de l'équation principale de la lumiere.

842. On suppose jusqu'ici que Jupiter soit dans ses moyennes distances : mais à cause de l'excentricité de son orbite, Jupiter est quelquefois plus ou moins éloigné du soleil, & la différence des distances est quelquefois égale à la moitié de *SR*; en sorte que quand Jupiter en conjonction ou en opposition, est en même temps aphélie, il y a 4′ 5″ de plus que quand il est périhélie ; cette petite équation de la lumiere dépend de l'anomalie de Jupiter.

843. La grande équation qui est causée par l'excentricité de Jupiter (835), & les deux équations de la lumiere, sont des causes d'inégalités communes à tous les satellites ; mais il y a d'autres équations particulieres à chacun d'eux ; on les a reconnues par l'observation ; on en a déterminé les quantités à quelques minutes près, sans en connoître parfaitement la cause, & l'on applique une de ces équations empyriques à chacun des quatre satellites : savoir 3′ $\frac{1}{2}$ pour le premier, 16′ $\frac{1}{2}$ pour le 2e, 8′ pour le 3e, & 1^h 0′ pour le 4e.

844. La maniere de déterminer ces équations particulieres à chaque satellite, consiste uniquement à comparer beaucoup d'observations avec le calcul des tables, où l'on a employé les inégalités précédentes ; car alors la différence entre le calcul & l'observation forme l'équation que l'on cherche ; quand on a fait cette comparaison un grand nombre de fois, l'on est en état de former une table de l'inégalité & d'en voir la période.

845. L'équation du premier satellite est de 3′ 30″ de temps, en plus & en moins, ce qui répond à un demi-degré de son orbite ; M. Bradley apperçut en 1719 que dans

les années 1682, 1695 & 1718, c'est-à-dire, environ tous les 12 ans, les éclipses du premier satellite duroient environ 2^h 20', tandis que dans l'autre nœud, en 1677 & 1689 ces durées n'étoient que de 2^h 14'; cette différence paroissoit prouver que dans le premier cas, le satellite avoit un mouvement plus lent, & se trouvoit par conséquent à une plus grande distance de Jupiter, ce qui indiquoit une excentricité dans son orbite; cependant M. de Bradley regardoit l'attraction des satellites comme étant la principale cause de cette inégalité, & il indiqua la période de 437 jours (*Philos. trans.* 1726). M. Wargentin détermina par les observations la loi & la quantité de cette équation du premier satellite, & il la fit entrer dans ses premieres tatables publiées en 1746; ce qui leur donna un très-grand degré d'exactitude.

Depuis ce temps-là on a reconnu que toutes les inégalités sensibles du premier satellite sont dues à l'action du second, mais que la plus considérable de toutes est en effet de 3' 30" de temps, comme l'a trouvé M. Wargentin, avec une période de 437 jours.

846. Le second satellite est celui de tous qui a les plus grandes inégalités, l'excentricité de son orbite peut bien y entrer pour quelque chose; cependant on approche beaucoup de l'observation par l'équation seule de 16'½, dont la période est de 437 jours 20^h, & qui paroît provenir de l'attraction du premier & du troisieme satellite. M. Bradley indiqua le premier cette période de 437 jours, en assurant qu'elle ramenoit les erreurs des tables à peu près dans le même ordre. Il ajoutoit cependaut que les dernieres observations indiquoient encore une excentricité dans cette orbite.

Le troisieme satellite est celui dont les inégalités sont les moins connues; il paroît qu'il y en a une qui dépend de son excentricité, & d'autres qui dépendent des attractions du premier, du second & du quatrieme; tout cela fait environ 8' de temps en plus & en moins: mais on les partage en plusieurs équations dont les périodes sont de

437 jours, de 12½ ans & de 14, pour les ajuster aux observations.

L'inégalité du quatrieme satellite qui va jusqu'à 1h de temps, ne dépend que de l'excentricité de son orbite ; & les attractious des autres satellites n'y sont pas sensibles.

L'Académie ayant proposé, à ma sollicitation, cette matiere pour le sujet du prix de 1766, M. de la Grange composa sur l'effet de toutes ces attractions un Mémoire intéressant qui paroîtra bientôt dans le IXe Volume des Pieces qui ont remporté le prix de l'Académie.

Des Eclipses des Satellites.

847. Les éclipses des satellites sont un phénomene si important pour la géographie, que nous croyons nécessaire d'en développer ici les principales circonstances. La premiere chose qu'il faut connoître, c'est *le diametre de l'ombre de Jupiter* en temps, ou la durée du passage de chaque satellite au travers de l'ombre de Jupiter, quand il la traverse par le centre ; la moitié de cette quantité ou le demi-diametre de l'ombre se trouve dans la table ci-jointe.

	h	′	″
1	1	7	55
2	1	25	40
3	1	47	0
4	2	23	0

848. Si les orbites des satellites étoient toujours dans le même plan que l'orbite de Jupiter autour du soleil, chaque satellite seroit éclipsé à toutes ses révolutions, & la demi-durée de chaque éclipse seroit comme dans la table précédente ; mais aussi-tôt qu'on eut observé plusieurs fois ces éclipses, on s'apperçut bientôt que la durée n'en étoit pas toujours égale ; quelquefois le 3e satellite n'est éclipsé que pendant $1^h\ 17'$, quelquefois $3^h\ 34'$. On vit même que le 4e satellite dans certains temps s'éclipsoit à chaque révolution, & qu'après quelques années il passoit au dessus de Jupiter sans être éclipsé. Cela fit juger que les orbites des satellites n'étoient pas couchées dans le même plan que l'orbite de Jupiter : car si cela eût été, tous les satellites auroient été éclipsés à chaque révolution, & tou-

jours pendant le même temps ; ces différences dans la durée des éclipses sont la seule méthode qu'on emploie pour connoître les inclinaisons des orbites.

849. Il est nécessaire d'expliquer ici la maniere dont l'inclinaison des orbites produit l'inégalité dans les durées des éclipses, & suivant quelle loi varie cette durée. Lorsqu'un satellite traverse le cône d'ombre par son centre, il est exactement dans la ligne droite qui joint les centres de Jupiter & du soleil ; ainsi il est dans la commune section de son orbite avec celle de Jupiter, car il se trouve à la fois & dans le plan de son orbite (puisqu'il ne la quitte jamais), & dans celui de l'orbe de Jupiter, puisque la ligne menée du soleil à Jupiter est toujours dans le plan de cette orbite. Le satellite étant alors dans la commune section de son orbite & de celle de Jupiter, il est évident que Jupiter y est aussi ; l'on peut donc alors dire que Jupiter est dans le nœud de son satellite ; ainsi quand Jupiter est au degré de longitude, où répond un des nœufs de l'orbe d'un satellite (vu du centre de Jupiter), le satellite traverse l'ombre par le centre, & la durée de son éclipse est la plus longue.

850. Soit *SO* (*fig.* 105) la ligne des nœuds, ou la ligne sur laquelle étoit Jupiter, quand le plan de l'orbite du satellite étoit dirigé vers le soleil, & que les satellites traversoient l'ombre par le centre ; supposons que Jupiter ait avancé de *O* en *I* avec l'orbite du satellite autour de lui, cette orbite restera toujours parallele à elle-même, puisque rien ne tend à la déranger, & la ligne des nœuds sera sur une direction *AC* parallele à *SO*. Ainsi quand Jupiter s'éloigne du nœud, la ligne de l'ombre n'est plus dans la commune section des orbes de Jupiter & du satellite ; donc le satellite venant à se trouver en opposition au point *M* ne sera pas dans le plan de l'orbite de Jupiter, & ne sera pas sur la ligne des centres, mais au dessus & au dessous.

851. Quand Jupiter est dans le nœud d'un de ses satellites, un observateur supposé dans le soleil se trouve

dans le plan de l'orbite du satellite, & il la voit en forme de ligne droite; pour qu'il la vît toujours droite il faudroit qu'elle passât toujours par son œil, que la commune section ou la ligne des nœuds passât toujours par le soleil, pour cela il faudroit qu'elle fît le tour du ciel aussi bien que Jupiter en douze ans, ce qui n'arrive point; la ligne des nœuds est à peu près fixe dans le ciel; c'est-à-dire, parallele à elle-même, & dirigée sensiblement vers le même point du ciel; quand Jupiter y a passé une fois il s'écoule six années avant qu'il y revienne.

852. Soient donc *NCIA* la ligne des nœuds, *ABDD* l'orbite du satellite qui traverse en *A* & en *C* le plan de l'orbite de Jupiter: il faut concevoir que l'orbite du satellite est relevée en *B* au dessus du plan de la figure, & se trouve un peu vers le nord; au contraire en *D* elle est un peu vers le midi, ou au dessous du plan de la figure; depuis *A* jusqu'en *B*, le satellite va toujours en s'élevant au dessus du plan de l'orbite de Jupiter; depuis *B* jusqu'en *C*, il revient vers ce plan, & depuis *C* jusqu'en *D*, il descend au-dessous du plan, & il y revient depuis *D* jusqu'en *A*. Puisque *B* est la limite, le point de la plus grande latitude, ou de la plus grande élévation du satellite au dessus du plan de l'orbe de Jupiter, ce satellite arrivé en *M* dans sa conjonction supérieure où il est éclipsé, ne sera pas encore à sa plus grande latitude, & il sera d'autant moins éloigné du plan de la figure ou de l'orbite du Jupiter que l'angle *AIM* sera moindre, ou son égal *SIN*. Or l'angle *SIN*, qui est la distance du satellite à son nœud, est égal à l'angle *ISO*, ou à la distance qu'il y a entre le lieu *I* de Jupiter, & la ligne *SO* supposée fixe, à laquelle la ligne des nœuds *IN* reste toujours parallele, quel que soit le lieu de Jupiter; ainsi la latitude du satellite en *M* dépendra de l'arc *AM*, ou de l'angle *IOS*, distance de Jupiter à la ligne des nœuds *SO*, qui répond toujours vers le milieu de l'onzieme signe de longitude.

853. La quantité dont le point *M* s'éleve au dessus

du plan de l'orbite de Jupiter, est à la quantité dont la limite *B* s'en éloigne, comme le sinus de *AM* est au sinus de l'arc *AB*, c'est-à-dire, au rayon; car si deux cercles se coupent en *A* & en *C*; leur distance en différents points tels que *M*, perpendiculairement au cercle incliné, ou à l'orbite du satellite, est comme le sinus de la distance au point *A*, c'est-à-dire, à l'intersection des deux cercles (531). Ainsi la latitude du satellite en *M*, est comme le sinus de la distance de Jupiter au nœud du satellite.

854. Lorsque par le mouvement de Jupiter dans son orbite le rayon *SI* est devenu perpendiculaire à la ligne des nœuds *SO* ou *IN*; le point *M* de la conjonction supérieure concourt avec le point *B* qui est la limite de la plus grande latitude; alors l'angle de l'orbite avec le rayon visuel *SIM*, est égal à l'inclinaison du satellite, par exemple, 3°; & l'orbite vue du soleil paroît sous la forme d'une ellipse, dans laquelle le grand axe est au petit comme le rayon est au sinus de 3° (674) en ne considérant pas le mouvement de Jupiter pendant la durée de la révolution du satellite, ou bien en considérant le satellite seulement par rapport à Jupiter. Soit *S* le soleil (*fig.* 108), *I* le centre de Jupiter, *IH* le rayon de l'orbite d'un satellite qui est dans un plan perpendiculaire à l'orbite de Jupiter, & qui est incliné sur le rayon solaire de la quantité de l'angle *SIH*; on aura $IH : KH :: R : \text{sin. } KIH$; donc $KH = IH \text{ sin. } KIH$, c'est la quantité dont le satellite paroîtra s'élever au dessus du plan de l'œil, dans le temps où l'ellipse sera le plus ouverte. Dans les autres positions de Jupiter par rapport au nœud, cette quantité diminuera comme le sinus de la distance de Jupiter au nœud (853); ainsi appellant *I* la plus grande latitude, ou l'inclinaison du satellite, *D* la distance de Jupiter au nœud du satellite, comptée sur l'orbite de Jupiter, & *R* la distance du satellite à sa planete, ou le rayon de son orbite, on aura $R. \text{ sin. } I. \text{ sin. } D$ pour la quantité dont le satellite paroîtra élevé au dessus du plan de l'orbite de Jupiter,

perpendiculairement à l'orbite du ſatellite, dans le moment de ſa conjonction ſupérieure; il n'en faut pas davantage pour calculer les durées des éclipſes.

855. Cette élévation du ſatellite au deſſus de Jupiter eſt égale à ſon abaiſſement dans le point oppoſé; l'ellipſe qu'il paroît décrire eſt donc plus ou moins ouverte, ſuivant que Jupiter s'éloigne de la ligne des nœuds; quand le petit axe de cette ellipſe devient plus large que le cône d'ombre, le ſatellite paſſe au deſſus de l'ombre, comme on le voit dans la figure 106; c'eſt ce qui arrive toujours au 4e ſatellite de Jupiter environ deux ans après le paſſage de Jupiter dans les nœuds des ſatellites. Quand Jupiter eſt à 30 degrés de la ligne des nœuds, l'ellipſe (*fig.* 107) a la moitié de l'ouverture qu'elle avoit dans le cas précédent, parce que le ſinus de 30° eſt la moitié du ſinus total; alors le ſatellite traverſe l'ombre malgré l'obliquité de ſon orbite.

856. La ſection de l'ombre de Jupiter dans la région du ſatellite eſt repréſentée par le cercle *EDBF* (*fig.* 109) que je ſuppoſe perpendiculaire à la ligne des centres du ſoleil & de Jupiter; il eſt traverſé par un diametre *QB*, qui eſt une portion de l'orbite *CN* de Jupiter; *ED* eſt une portion de l'orbite du ſatellite, *N* le nœud ou l'interſection, *CA* eſt la perpendiculaire ſur cette orbite; c'eſt un arc qui vu du centre de Jupiter n'eſt autre choſe que la latitude du ſatellite; ſon ſinus ſeroit égal à ſin. *I*. ſin. *D*, par la propriété ordinaire du triangle ſphérique rectangle *CAN*.

857. Quand on connoît *CA*, il faut le comparer au rayon *CD* ou *CB*, dont la valeur eſt connue par obſervation en ſecondes de temps; parce que c'eſt le demi-diametre de l'ombre (847); c'eſt-à-dire, la demi-durée des éclipſes, qui eſt la plus grande de toutes, & qui eſt exprimée par *CB*; nous exprimerons même la diſtance du ſatellite à Jupiter, ou le rayon de ſon orbite, en parties ſemblables, ou en ſecondes de temps, en mettant au lieu de *R* le temps que le ſatellite emploie à parcourir un

arc

arc de même longueur que le rayon de son orbite, c'est-à-dire un arc de 57°; car il n'importe pas que cette distance qu'on prend pour unité, soit en temps, en degrés, ou en demi-diametres de Jupiter, ni même que le mouvement de Jupiter rende plus long le temps des 57°, parce que nous ne cherchons ici que le rapport entre la distance & l'arc parcouru pendant l'éclipse. Pour connoître le temps qui répond à un arc d'environ 57°, il suffit de faire cette proportion, 360° sont à la révolution synodique, comme 57° ou 206265" sont au temps cherché que j'appelle *t*. Ayant multiplié sin. *I* sin. *D* par ce nombre de secondes de temps, on aura *CA* en secondes de temps = *t* sin. *I* sin. *D*; on a aussi le rayon *CD* ou *CB* en secondes de temps, c'est la demi-durée de la plus grande éclipse, celle qui a lieu quand Jupiter est dans le nœud du satellite; enfin, c'est le demi-diametre de l'ombre en temps (847); on cherchera le côté *AD* exprimé de même en secondes de temps, & l'on aura la demi-durée de l'éclipse.

858. Ainsi la durée des éclipses quand elle est la moindre de toutes, nous fait trouver l'inclinaison de l'orbite, & quand elle est la plus grande, elle nous apprend le lieu du nœud; mais un phénomene bien singulier, & qui a long-temps exercé les Astronomes, c'est un changement dans les inclinaisons du second & du troisieme satellite; la premiere change depuis 2° 48' jusqu'à 3° 48', & la période de cette inégalité est de 30 ans; le troisieme satellite change depuis 3° 2' jusqu'à 3° 26'; il paroît que la période est de 132 ans, & que l'angle étoit le plus grand en 1765. On n'avoit aucune idée de la cause de ces variations singulieres, lorsque je fis voir en 1762 que les nœuds des satellites devoient avoir un mouvement tantôt direct & tantôt rétrograde par rapport à l'orbite de Jupiter, en vertu de leurs attractions mutuelles, & qu'il en résultoit une variation dans leurs inclinaisons (*Mém. acad.* 1762, *pag.* 233); on a vu à l'occasion des planetes la maniere dont le mouvement des nœuds produit ce changement d'inclinai-

ſon (527) ; mais cette découverte a mis le dernier degré de perfection à la théorie des ſatellites de Jupiter.

859. Celle du premier ſatellite eſt conſtamment de 3° 18′ 38″, & celle du quatrieme de 2° 36′ 0″. Le mouvement du nœud paroît nul pour le premier & le troiſieme ſatellite, il eſt de 2′ 3″ par année pour le ſecond ſatellite, & de 4′ 19″ pour le quatrieme ; mais ce mouvement eſt ſujet à des inégalités analogues à celles de l'inclinaiſon.

860. *Eléments qui ſervent à la théorie & au calcul des quatre Satellites de Jupiter.*

	I.	II.	III.	IV.
Révolution périodique.	1j 18h 27′ 33″	3j 13h 13′ 42″	7j 3h 42′ 33″	16j 16h 32′ 8″
Révolution ſynodique.	1 18 28 36	3 13 17 54	7 3 59 36	16 18 5 7
Diſt. en demi-diam.	5,965	9,494	15, 141	26, 630
Diſt. en min. dans les moy. diſt. de Jupiter.	1′ 51″	2′ 57″	4 42″	8′ 16″
Long. moy. jovic. 1700.	2s 12° 12 10″	2s 12° 28′ 11″	5s 12° 74′ 16″	7s 17° 5′ 44″

861. La parallaxe annuelle dont nous avons vu l'effet pour les planetes (441), a lieu également pour les ſatellites (833) ; & comme elle peut aller juſqu'à 12°, il en réſulte des différences très ſenſibles ſur la ſituation apparente que nous obſervons de la terre, lorſqu'un ſatellite eſt au même point de ſon orbite ; voilà pourquoi les ſatellites lors même qu'ils ſont en conjonction, & qu'ils ſont éclipſés, nous paroiſſent quelquefois aſſez éloignés de Jupiter. Le temps où il importe le plus de connoître la ſituation apparente des ſatellites, eſt celui des immerſions & des émerſions ; c'eſt pourquoi je vais parler ſéparément des effets de la parallaxe annuelle ſur la ſituation des ſatellites au temps des éclipſes ; ils peuvent ſe repréſenter par une ſimple figure avec une préciſion ſuffiſante pour l'uſage des obſervateurs.

863. Soit *I*, le centre de Jupiter (*fig.* 112), environné des orbes de ſes quatre ſatellites : *IG* la ligne des ſyzygies ou l'axe du cône d'ombre qui va du ſoleil à Jupiter, & enſuite au delà du côté du point *G* de l'oppoſi-

tion ; *GE* un arc de 11°, pris sur la circonférence de l'orbite du 4e satellite ; cet arc étant égal à la plus grande parallaxe annuelle de Jupiter, dans ses moyennes distances, la ligne *IE* marquera la direction du rayon visuel de la terre quand Jupiter est dans sa quadrature, entre l'opposition & la conjonction, passant au méridien à 6h du soir ; car alors nous voyons Jupiter 11° à l'occident de son vrai lieu héliocentrique, marqué par la ligne *IG*. Si par les points &, *F*, *g*, *f*, sur lesquels se trouvent les satellites en conjonction, on tire des paralldles à la ligne *IE*, telles que *GD*, *FC*, *gB*, *fA*, l'on aura les 4 points, *A*, *B*, *C*, *D*, où les satellites doivent paroître à côté de Jupiter, au moment de leur conjonction héliocentrique ; c'est sur la droite de Jupiter, après l'opposition dans une lunette qui renverse, de même que dans la figure 112.

863. Dans les autres temps de l'année & lorsque la parallaxe annuelle sera moindre que 11°, on trouvera la position du rayon visuel *IE*, qui est la ligne des conjonctions géocentriques, en décrivant sur l'arc *EG* comme rayon, un demi cercle, divisé en degrés, ou en heures; on prendra 30° en partant du point *E* de 6 heures, l'on y marquera 4h & 8h, parce que Jupiter étant éloigné de 30° de sa quadrature, passe au méridien environ à 8h du soir, ou à 4h du soir ; & l'on tirera vers ce point de 4h la ligne telle que *IE* ; il est plus commode pour les astronomes d'avoir ce demi-cercle divisé en temps que de l'avoir en degrés, parce que le temps du passage au méridien se trouve calculé dans les éphémérides, & que les astronomes en font un usage continuel.

Lorsque Jupiter, après la conjonction passe au méridien le matin, c'est du côté droit ou dans la partie orientale qu'on doit tirer la ligne *IE* de la conjonction géocentrique ; & les satellites nous paroîtront à gauche ou à l'occident de Jupiter dans le temps de leurs conjonctions héliocentriques.

864. On trouvera par le moyen de cette figure la distance des satellites au moment de l'émersion, en prenant

du côté de l'orient, c'eſt-à-dire, à droite des points *A*, *B*, *C*, *D* une quantité égale au demi-diametre de l'ombre, qui eſt à peu près égal au demi diametre *IH* de Jupiter, & l'on aura la diſtance des ſatellites par rapport au bord de Jupiter, pour le temps de leurs émerſions; ou bien l'on examinera la diſtance *IA* d'un ſatellite au centre de Jupiter, pour le temps de la conjonction, & ce ſera ſa diſtance au bord occidental *H*, pour le temps de l'immerſion, & au bord oriental *X*, pour le temps de l'émerſion. Ces diſtances au bord *X* ſont rapportées au deſſous de la figure, elles ſont de $\frac{5}{10}$, $\frac{8}{10}$, 1 $\frac{1}{2}$, & 2 $\frac{1}{2}$ diametres de Jupiter, dans les émerſions qui arrivent au temps des quadratures de Jupiter, c'eſt-à-dire, quand il eſt à 90° du ſoleil, & qu'il paſſe au méridien à 6 heures du ſoir.

DES SATELLITES DE SATURNE.

865. M. Huygens, le 25 mars 1655, obſervant Saturne avec des lunettes de 12 & de 23 pieds, apperçut le 4e ſatellite pour la premiere fois; c'eſt le plus gros de tous, & le ſeul qu'on puiſſe voir avec des lunettes ordinaires de 10 à 12 pieds; M. Caſſini apperçut le cinquieme ſur le fin d'octobre 1671, avec une lunette de 17 pieds: il vit enſuite le troiſieme avec des lunettes de 35 & 70 pieds, le 23 décembre 1672, & il publia pour lors un petit ouvrage à ce ſujet. Au mois de mars 1684, il obſerva les deux intérieurs, c'eſt-à-dire, le premier & le ſecond, avec des lunettes de Campani de 34, 47, 100 & 136 pieds, avec celles de Borelli de 40 & de 70, & avec celles d'Artonquelli qui étoient encore plus longues (*Journal des Sav.* 15 mars 1677 *&* 1686. *Phil. tranſ. n°.* 133, 154, 181. *Mém. acad.* 1714).

866. L'on doutoit en Angleterre de l'exiſtence des quatre ſatellites que M. Caſſini avoit découverts; mais en 1718 M. Pound ayant fait élever au deſſus du clocher de ſa Paroiſſe l'excellent objectif de 123 pieds de foyer que M. Huygens avoit donné à la ſociété Royale de Lon-

ères, il les observa tous les cinq ; & l'on vérifia les éléments de leur théorie, comme M. Cassini l'avoit fait à Paris en 1714. Dans le même temps M. Hadley, Vice-Président de la société Royale, ayant trouvé le moyen de faire d'excellents télescopes, à l'instigation de Newton, ce fut avec ces télescopes qu'on continua d'observer les satellites de Saturne. (*Philos. trans.* 1723).

867. Le premier & le second satellite ne se voient qu'à peine avec des lunettes ordinaires de 40 pieds, le troisieme est un peu plus gros, quelquefois on l'apperçoit pendant tout le cours de sa révolution ; le 4e est le plus gros de tous, aussi fut il découvert le premier. Le 5e surpasse les trois premiers quand il est vers sa digression occidentale, mais quelquefois il est très-petit, & disparoît même entiérement. M. Wargentin m'a assuré les avoir vu tous avec une lunette acromatique de dix pieds.

868. On détermine les révolutions des satellites en comparant ensemble des observations faites lorsque Saturne est à peu près dans le même lieu de son orbe, & les satellites à même distance de la conjonction ; on choisit aussi les temps où leurs ellipses sont les plus ouvertes, c'est-à-dire, où Saturne est à 90° de leurs nœuds, parce qu'alors la réduction est nulle, & le lieu du satellite sur son orbite est le même que son vrai lieu réduit à l'orbite de Saturne ; c'est ainsi que M. Cassini a déterminé en 1714 leurs périodes vues de Saturne à l'égard de l'équinoxe, telles qu'on les voit dans la table ci-jointe. Il détermina aussi les époques de leurs longitudes, vue du centre de Saturne, & comptées le long des plans de leurs orbites ; je les ai rapporté dans la table de l'article suivant, pour l'année 1760, afin qu'on puisse trouver aisément leur position en tout autre temps, comme on les trouveroit par les tables détaillées, qui sont dans les mémoires de l'Académie de 1716, ou dans le livre des tables de M. Cassini. Si l'on

Satell.	Révol. période.			
I	1j	21h	17′	27″
II	2	17	44	22
III	4	12	25	12
IV	15	22	34	38
V	79	7	47	0

vent avoir ces positions avec exactitude, il faut les réduire au plan de l'orbite de Saturne, comme nous avons réduit les planetes au plan de l'écliptique (431). L'argument de latitude se trouve en retranchant de la longitude du satellite vue de Saturne celle du nœud, qu'on verra ci-après (873), c'est-à-dire, $5^s\ 4^o$ pour le 5ᵉ, & $5^s\ 22^o$ pour les quatre autres; quand on connoît aussi l'inclinaison de l'orbite on résout un triangle pour trouver la latitude du satellite vue de Saturne : c'est aussi l'angle que fait l'orbite avec notre rayon visuel ; & par conséquent la valeur du petit axe de l'ellipse que le satellite paroît décrire, le grand axe ou le diametre de l'orbite étant pris pour unité.

869. On a employé plusieurs méthodes pour déterminer les distances des satellites au centre de Saturne : il est fort difficile de les voir avec Saturne dans le même champ de la lunette, pour mesurer leurs plus grandes digressions : d'ailleurs cette méthode ne peut guere servir que pour les deux premiers satellites. L'on emploie pour les autres l'intervalle de temps qui s'écoule entre le passage de Saturne & celui du satellite par un fil horaire placé au foyer d'un télescope. M. Cassini observa que la regle de Képler (469) se vérifioit très-bien dans les cinq satellites, (*Mém. acad.* 1716) M. Pound s'en servit pour trouver, par la distance du 4ᵉ, celles des autres satellites : il détermina, au moyen de l'objectif de 123 pieds, le plus exactement & le plus souvent qu'il fût possible la distance du 4ᵉ au centre de Saturne dans ses plus grandes digressions, qu'il trouva de 8, 7 demi-diametres de l'anneau (971) & connoissant d'ailleurs la durée de leurs révolutions, il en conclut par la régle de Képler les distances des 4 autres, comme je vais les rapporter en demi-diametres de l'anneau, & en demi-diametres de Saturne, ceux-ci étant entr'eux comme 7 en à 3.



Table des longitudes & des distances des Satellites de Saturne.

Satellites	Longit. en 1760, suiv. M. Cassini.	Mouvement diurne.	Dist. en demi-d. de l'Anneau suivant M. Bradley.	Dist. en min. & sec. déduites de celle du quatrieme.
I.	11s 5° 41′	6s 10° 41′ 51″	2,097	0′ 43″ ½
II.	9 10 18	4 11 32 5	2,686	0 56
III.	4 25 57	2 19 41 25	3,752	1 18
IV.	0 0 43	0 22 34 37	8,698	3 0
V.	7 20 36	0 4 32 18	25,348	8 42 ½

870. Les distances en demi-diametres de l'anneau étant multipliées par 33364 ½, donneroient les distances en lieues; mais il faudra rejeter trois chiffres du produit, à cause des trois décimales qui sont jointes dans la table précédente au nombre des demi-diametres.

Le 9 juin 1719, à 10h, M. Pound avec la lunette de 123 pieds, & un excellent micrometre, trouva que le 4e satellite, parvenu à peu près à sa plus grande digression orientale, étoit à 3′ 7″ du centre de Saturne ; ainsi la distance du satellite à Saturne étoit à la distance moyenne du soleil à la terre, comme 825 est à 100000 ; d'où il seroit aisé de conclure les quatre autres distances, en parties de celle du soleil.

871. En comparant les satellites avec l'anneau de Saturne en divers points de leurs orbites, & en examinant l'ouverture de ces ellipses ; on a vu que les quatre premiers paroissoient à l'œil décrire des ellipses semblables à l'anneau, & situées dans le même plan, c'est-à-dire, inclinées d'environ 31° ½ à l'écliptique ou 30° sur l'orbite de Saturne. En effet le petit axe des ellipses que décrivent ces satellites, lorsqu'elles paroissent les plus ouverte, est, peu près la moitié du grand axe, de même que le petit diametre de l'anneau est alors la moitié de celui qui passe par les anses ; ces satellites dans leurs plus grandes digres-

ſions ſont toujours ſur la ligne des anſes ; tout cela prouve qu'ils ſe meuvent dans le plan de l'anneau. Or, M. Maraldi trouva, en 1715, que le plan de l'anneau de Saturne coupoit le plan de l'orbite de Saturne ſous 30° d'inclinaiſon (972). Ainſi l'angle des orbites des 4 premiers ſatellites avec l'orbite de Saturne eſt de 30°.

872. A l'égard du cinquieme ſatellite, M. Caſſini le fils, reconnut en 1714, que ſon orbite n'étoit inclinée, ſoit ſur l'orbite de Saturne, ſoit ſur le plan de l'anneau, que de 15° ½ (*Mém. acad.* 1714), & il vit ce ſatellite décrire une ligne droite qui paſſoit à peu près par le centre de Saturne, pendant que les autres s'en écartoient ſenſiblement au deſſus & au deſſous ; ainſi l'orbite du 5ᵉ ſatellite étoit inclinée de 15 à 16° ſur l'écliptique, & autant ſur le plan de l'anneau & ſur celui des orbites des 4 ſatellites intérieurs, mais dans un autre ſens.

873. M. Maraldi détermina en 1716 la longitude du point d'interſection de l'anneau ſur l'orbite de Saturne 5ˢ 19° 48′ ½, & ſur l'écliptique 5ˢ 16° ⅓. Telle eſt la longitude du nœud des 4 premiers ſatellites. On a cru reconnoître en 1744, que les nœuds de l'anneau avoient eu un moment rétrograde ; il eſt difficile d'en juger ſur un ſi petit intervalle de temps, cependant il eſt naturel de croire que les attractions des ſatellites ſur cet anneau y produiſent un ſemblable effet, puiſque la lune le produit ſur le ſphéroïde terreſtre (1064) ; on s'en aſſurera mieux cette année 1773, Saturne ſe trouvant dans le nœud de l'anneau, & des ſatellites ; en ſorte que leurs orbites paroîtront des lignes droites, leurs plans paſſant par notre œil.

Le nœud du 5ᵉ ſatellite fut trouvé en 1714 par M. Caſſini à 5ˢ 4° ſur l'écliptique, c'eſt-à-dire, moins avancé de 17° que le nœud des 4 autres ſatellites ſur l'orbite de Saturne qu'il ſuppoſoit à 5ˢ 21° ſur l'écliptique, (*Mém. acad.* 1714, *pag.* 374). M. Caſſini le détermina ainſi en obſervant le lieu de Saturne le 6 & le 7 mai 1714 ; le 5ᵉ ſatellite paroiſſoit alors ſe mouvoir en ligne droite, & nous étions par conſéquent dans ſon plan & dans le nœud de

son anneau. On croit aussi qu'il y a un mouvement dans ce nœud du cinquieme satellite.

874. Le Satellite de Vénus, que M. Cassini avoit cru appercevoir, a été soupçonné par M. Short, & par d'autres Astronomes (*Hist. de l'acad. pour* 1741 *Philos. trans. n°.* 459. Encyclopédie, *tom. XVII. pag.* 837); mais les tentatives inutiles que j'ai faites pour l'appercevoir, de même que plusieurs autres astronomes, me persuadent que c'est une illusion optique formée par les verres des télescopes & des lunettes; c'est ce que pensent le Pere Hell à la fin de ses Ephémérides pour 1766, & le P. Boscovich dans sa cinquieme dissertation d'optique : M. Short à qui j'en parlai à Londres en 1763, me parut lui-même ne pas croire l'existence d'un satellite de Vénus.

875. On peut se former une idée de ce phénomene d'optique, en considérant l'image secondaire qui paroît par une double réflexion, lorsqu'on regarde au travers d'une seule lentille de verre un objet lumineux placé sur un fond obscur, & qui ait un fort petit diametre; pour voir alors une image secondaire semblable à l'objet principal, mais plus petite, il suffit de placer la lentille de maniere que l'objet tombe hors de l'axe de verre; cette image secondaire, qu'on a prise pour un satellite de Vénus, paroît du même côté que l'objet, ou du côté opposé, & elle est droite ou renversée, suivant les diverses situations de la lentille, de l'œil & de l'objet. Si l'on joint deux lentilles, on aura plusieurs doubles réflexions de la même espece, du moins dans certaines positions; mais elles sont insensibles la plupart du temps, parce que leur lumiere est éparse, & que leur foyer est trop près de l'œil, ou qu'elles tombent hors du champ de la lunette; mais il y a bien des cas où ces rayons se réunissent & forment une fausse image qu'on a pu prendre pour un satellite de Vénus.



LIVRE X.

DES COMETES.

LES COMETES (*a*) ſont des corps céleſtes qui paroiſſent de temps à autre avec différents mouvements, & qui pour l'ordinaire ſont accompagnés d'une lumiere éparſe. Leur mouvement apparent differe beaucoup de celui des autres planetes; mais quand il eſt rapporté au ſoleil, il ſe trouve ſuivre les mêmes loix; car on verra que les cometes tournent autour du ſoleil dans des ellipſes fort excentriques (910), ſuivant les regles expliquées dans le troiſieme livre.

876. C'eſt le mouvement des cometes qui les diſtingue des étoiles nouvelles: car dans celles-ci l'on n'a jamais remarqué de mouvement propre (287); d'ailleurs la lumiere des cometes eſt toujours foible & douce, c'eſt une lumiere du ſoleil qu'elles réfléchiſſent vers nous, auſſi bien que les planetes; cela eſt prouvé ſpécialement par une phaſe obſervée dans la comete de 1744; dont la partie éclairée n'étoit viſible qu'à moitié (*Mém. acad.* 1744, *pag.* 304). Si ces phaſes ne s'obſervent pas toujours, c'eſt que l'athmoſphere épaiſſe, où la plupart des cometes ſont noyées, diſperſe la lumiere, en ſorte qu'elles nous ſemblent toujours d'une forme à peu près ronde. On diſtingue principalement les cometes par ces traînées de lumiere dont elles ſont ſouvent entourées & ſuivies, qu'on appelle tantôt la *chevelure*, tantôt la *queue* de la comete (923); cependant il y a eu des cometes ſans queue, ſans barbe, ſans chevelure; la comete de 1585, obſervée pendant un mois par Tycho, étoit ronde, elle n'avoit aucun veſtige de queue,

(*a*) En Grec Κομήτης, qui vient de Κόμη, *Coma*, parce que les plus remarquables ont paru entourées d'une eſpece de chevelure.

seulement sa circonférence étoit moins lumineuse que le noyau, comme si elle n'eût eu à sa circonférence que quelques fibres lumineuses. La comete de 1665 étoit fort claire, suivant Hévélius, & il n'y avoit presque pas de chevelure; enfin la comete de 1682, au rapport de M. Cassini, étoit aussi ronde & aussi claire que Jupiter (*Mém. acad.* 1699); ainsi l'on ne doit pas regarder les queues des cometes, comme leur caractere distinctif.

877. Riccioli dans son énumération des cometes n'en compte que 154 citées par les Historiens, jusqu'à l'année 1651 où il composoit son Almageste, & la derniere étoit celle de 1618. Mais dans le grand ouvrage de *Lubienietz*, où les moindres passages des auteurs sont scrupuleusement rapportés toutes les fois qu'ils ont le moindre rapport aux cometes, on en voit 415 jusqu'à celle de l'année 1665, qui parut depuis le 6 jusqu'au 20 avril, entre Pégase & les cornes du Bélier. Depuis ce temps-là on en a observé 39, en comptant celle qui a paru au mois de février 1772.

878. Mais de toutes ces apparitions de cometes, nous n'en trouvons aucune dont la route soit décrite d'une façon circonstanciée, avant l'année 837, & le nombre de celles, dont on a pu avoir assez de circonstances pour calculer leur orbite, se réduit jusqu'ici à 62', en ne comptant que pour une seule comete celles de 1456 de 1531, 1607, 1682 & 1759, qui sont bien reconnues pour n'être qu'une seule & même planete (912); j'ai réuni de même celles de 1532 & de 1661, & celles de 1264 & de 1556, dont nous parlerons, art. 914.

879. Au reste nous devons être persuadés qu'il a paru de tous les temps beaucoup de cometes dont nos Historiens ne parlent point; & qu'il y en a eu beaucoup plus encore qui n'ont point été apperçues; les Anciens même le savoient, car Posidonius avoit écrit, suivant Séneque (*Quæst. nat. l. VII*, c. 20), qu'à la faveur de l'obscurité produite par une éclipse de soleil on avoit vu une comete très-proche du soleil; c'étoit vers l'an 60 avant J. C.; ce qui

donne lieu de croire que dans le pareilles circonſtances on en verroit ſouvent. Depuis l'année 1757 qu'on a attendu & cherché la comete de 1682, & que l'attention des obſervateurs s'eſt tournée de ce côté-là, on a obſervé ſept autres cometes, dans l'eſpace de 7 ans. M. Meſſier s'eſt occupé ſur-tout à les chercher, & ſouvent il les a vues le premier; il y a lieu de croire que quand on prendra la peine de les chercher dans le ciel, on en trouvera un grand nombre.

Alſtedius obſerve que dans les années qui précéderent & qui ſuivirent 1101, date de la 223e comete, on en vit preſque toutes les années (*Lubieniecii theat. cometicum*).

Il eſt même arrivé plus d'une fois que l'on a vu en même temps pluſieurs cometes. Riccioli en rapporte pluſieurs exemples. Le 11 février 1760, on en voyoit deux. (*Mém. acad.* 1760, *pag.* 168).

880. Les cometes dont l'apparition a été la plus longue, ſont celles qui ont patu pendant 6 mois; la premiere du temps de Néron l'an 64 de J. C. (Sen. *l.* 7, *c.* 21); la ſeconde vers l'an 603, au temps de Mahomet; la troiſieme en 1240, lors de l'irruption du grand Tamerlan. De nos jours la comete de 1729 a été obſervée pendant ſix mois, depuis le 31 juillet 1729 juſqu'au 21 janvier 1730; celle de 1769 pendant près de 4 mois. *Riccioli* nous donne une table de la durée de beaucoup d'autres cometes, ſuivant différents Hiſtoriens; on y voit 4 cometes de 4 mois, ſavoir celles des années 676, 1264, 1363, 1433.

881. Toutes les cometes paroiſſent tourner comme les autres aſtres par l'effet du mouvement diurne (art. 2); mais elles ont encore un mouvement propre, auſſi-bien que les planetes, par lequel elles répondent ſucceſſivement à différentes étoiles fixes. Ce mouvement propre ſe fait tantôt vers l'orient, comme celui des autres planetes, tantôt vers l'occident, quelquefois le long de l'écliptique ou du zodiaque; quelquefois dans un ſens tout différent & perpendiculairement à l'écliptique.

La comete de 1472 fit en un jour 120 degrés, ayant rétro-

gradé depuis l'extrémité du signe de la Vierge, jusqu'au commencement du signe des Gémeaux, suivant l'observation de Regiomontanus. La comete de 1,60 entre le 7 & le 8 de janvier, changea de 41° ½ en longitude; on pourroit citer d'autres exemples d'une très-grande vîtesse observée dans le mouvement apparent des cometes : on verra ci-après (920), qu'elle pourroit aller bien plus loin, si une comete passoit plus près de la terre.

882. Quelquefois les cometes paroissent si peu de temps que dans la durée de leur apparition, leur situation ne change pas beaucoup; mais il y a des cometes dont le mouvement est fort étendu : celle de 1664 parcourut 164 degrés par un mouvement rétrograde en apparence, du 20 décembre jusqu'au 6 janvier 1665, & en 17 jours elle parcourut 113° ; celle de 1769 parcourut 8 signes ou 240°, tant avant qu'après sa conjonction; celle de 1556 un demi-cercle environ, ou 180°; celle de 1472 fit environ 170°; celle de 1618 ne parcourut que 107° ½; mais ce fut dans l'espace de 28 jours. (*Riccioli alm. II.* 28).

883. Les Anciens n'ont parlé communément de la grandeur des cometes qu'en faisant attention au spectacle de leur queue, ou de leur chevelure, nous en parlerons plus bas (923) ; cependant il y a des cometes dont le diametre apparent semble avoir été très-considérable, indépendamment de la queue. Après la mort de Démétrius, roi de Syrie (146 ans avant J. C.), il parut une comete aussi grosse que le soleil (*Sen. VII*, 15). Celle qui parut à la naissance de Mithridate, répandoit, suivant Justin, plus de lumiere que le soleil.

La comete de 1006 (rapportée par erreur à l'an 1200 dans quelques livres), étoit quatre fois plus grosse que Vénus, & jetoit autant de lumiere que le quart de la lune pourroit faire; cette comete paroît être la même que celles de 1682 & 1759 (art. 911).

Cardan dit la même chose de celles de 1521 & 1556. Nous n'avons rien de bien déterminé sur la grandeur apparente des cometes avant celle de 1577; son diametre ap-

parent, ſuivant Tycho, étoit de 7', c'eſt-à-dire, ſelon lui, le double du diametre de Vénus.

Différentes opinions ſur les Cometes.

884. APRE'S avoir parlé des principales circonſtances qui ont rendu les cometes remarquables, je vais parler des différents ſyſtêmes auxquels elles ont donné lieu. Il y a eu de tout temps des philoſophes perſuadés que les cometes étoient des planetes dont le mouvement devoit être perpétuel & les révolutions conſtantes; on a attribué peut être mal à propos, ce ſentiment aux anciens Chaldéens; mais ce fut réellement celui des Pythagoriciens & de pluſieurs autres, tels que Apollonius le Myndien, Hippocrates de Chio, Æſchyle, Diogènes, Phavorinus. Artemidore & Démocrite, qui au jugement de Cicéron (*Tuſc. l.* 5) & de Séneque (*Quæſt. nat. lib.* 7), fut le plus ſubtil de tous les anciens philoſophes. On peut voir au ſujet des ſyſtêmes anciens, Pline, *l. II. c.* 25. Ariſt. *Meteor. I.* 6. Plutarque *de Plac. Phil.* 3. 2. Aulu-Gelle 14. 1. Sen. *l. VII. c.* 13. Riccioli, *Alm. II.* 35, & ce que j'ai dit moi-même dans les *Mém. de* 1759, *pag.* 1, & ſuiv. Mais on doit, ſur-tout à Séneque, ce témoignage qu'aucun auteur n'a parlé des cometes d'une maniere auſſi ſublime que lui dans le VIIe. livre de ſes queſtion naturelles. Un aſtronome auroit peine à s'exprimer aujourd'hui d'une maniere plus philoſophique.

885. Malgré des idées auſſi lumineuſes, on a vu des hommes célebres regarder les cometes, comme des corps nouvellement formés & d'une exiſtence paſſagere. Tels furent Ariſtote, Prolomée, Tycho, Bacon, Galilée, Hévélius, Longomontanus, Képler, Riccioli, M. de la Hire (*Mém. acad.* 1702, *pag.* 112). Pluſieurs d'entr'eux les regarderent comme des corps ſublunaires, ou des météores de l'athmoſphere; M. Caſſini lui-même avoit cru que les cometes étoient formées par exhalaiſons des autres aſtres. (*Abrégé des obſervations ſur la Comete de* 1680, *p.* XXXI).

Ce fut ſur-tout le ſentiment qui domina dans les écoles, pendant les ſiecles d'ignorance; auſſi les Aſtronomes s'occuperent très-peu à déterminer leurs mouvements. Tycho-Brahé fut le premier qui ayant obſervé long-temps, & avec ſoin la comete de 1577, parce qu'on obſervoit tout dans ſon château d'Uranibourg, compoſa un ouvrage conſidérable à cette occaſion: il trouva qu'on pouvoit aſſez bien repréſenter ſes apparences, en ſuppoſant qu'elle avoit décrit autour du ſoleil une portion de cercle qui renfermoit les orbites de Mercure & de Vénus.

Tycho faiſant voir dans cet ouvrage que les cometes étoient des corps fort élevés au deſſus de la moyenne région, renverſoit le ſyſtême ancien des cieux ſolides; comme Newton ſe ſervit enſuite des cometes pour détruire le plain de Deſcartes & l'hypotheſe des tourbillons.

Képler ayant trouvé que les obſervations de la comete de 1618, s'accordoient mieux avec une ligne droite qu'avec un cercle, crut que les cometes avoient un mouvement purement rectiligne. M. Caſſini crut que ce mouvement ſe faiſoit autour de la terre; mais Hévélius dans ſa cométographie, imprimée en 1668, fit voir que la route des cometes approchoit plus d'une parabole décrite autour du ſoleil.

886. Ce fut la découverte de l'attraction qui ouvrit, pour ainſi dire, aux philoſophes, un nouveau ciel; Newton, en voyant les autres planetes ſoumiſes à la forte centrale du ſoleil, penſa que les cometes devoient être du nombre des planetes, & ſuivre les mêmes loix dans leur mouvement autour du ſoleil: il falloit pour cela que leurs orbites fuſſent fort excentriques, c'eſt-à-dire, très-alongées, afin d'expliquer une très-longue diſparition.

Pour voir ſi cela s'accorderoit avec les obſervations, Nevvton examina l'orbite de la comete de 1680; il trouva qu'une portion d'ellipſe très-alongée, ou ce qui revient au même, une portion de parabole, convenoit parfaitement avec toutes les obſervations, pourvu qu'on ſuppoſât les aires proportionnelles aux temps, comme dans les mou-

vements planétaires (472); dès-lors il ne douta plus que les cometes ne fussent des planetes aussi périodiques & aussi anciennes que les autres.

M. Halley appliqua ces principes à différentes cometes (908), en choisissant celles qui avoient été les mieux observées; peu-à-peu il étendit ses calculs à 24 cometes, & en 1705 il publia les éléments de ces 24 paraboles dans sa cométographie, que j'ai publiée de nouveau en François, dans une nouvelle édition des tables de Halley en 1759.

887. Depuis ce temps-là le nombre des cometes observées & calculées s'est augmenté jusqu'à 61 (908), plusieurs de ces cometes ont été observées pendant des mois entiers, sur une très-grande portion de la circonférence du ciel, avec des inégalités apparentes extrêmement considérables, & cependant quand on les réduit à une parabole décrite autour du soleil, on trouve entre les observations un accord si parfait, qu'il n'y a aucune autre hypothese, ni aucune autre loi qui pût approcher de cette exactitude; ainsi nous allons expliquer le mouvement des cometes, dans une orbite parabolique dont les dimensions sont données; & nous chercherons ensuite la maniere de trouver ces dimensions, ou l'orbite d'une comete qui paroît pour la premiere fois.

Du mouvement parabolique des Cometes.

888. Le calcul parabolique dont nous allons nous servir, à l'exemple de Nevvton & de Halley, n'est qu'une approximation; on l'adopte à cause de la facilité des calculs, & du peu de différence qu'il y a entre une parabole & une ellipse fort alongée. L'avantage consiste en ce que toutes les paraboles sont des courbes semblables; elles donnent une même proportion entre les rayons vecteurs semblablement placés, & il suffit de connoître les distances périhélies de différentes commetes pour les calculer toutes par une seule & même table (899). On verra ci-après

la construction de cette table générale où l'anomalie vraie est donnée pour chaque jour, & qui sert pour toutes les cometes, au lieu que les ellipses exigent chacune une table particuliere.

889. La table générale suppose une comete dont l'orbite soit la parabole *PCOD* (*fig.* 110), le soleil *S* occupe le foyer ; *P* est le périhélie de la comete ou le sommet de la parabole, *SP* est la distance périhélie, que l'on suppose égale à la distance moyenne de la terre au soleil, qu'on prend toujours pour échelle de toutes les distances célestes.

Cette comete dont la distance périhélie *SP* est égale à la distance moyenne du soleil à la terre, emploie 109 jours à aller de *P* en *O*, ou du périhélie jusques à l'extrémité de l'ordonnée *SO* perpendiculaire à *SP* (894). Je l'appellerai, pour abréger, comete de 109 jours, & je ferai voir comment on peut y rapporter toutes les autres cometes, en changeant seulement les temps : je suppose la nature & les propriétés générales de la parabole qui sont dans les livres des sections coniques, & celles qui se trouvent aussi démontrées dans ma *théorie des cometes* (*Tables astr. de* Halley, 1759, *pag.* 70 & suiv.)

890. La premiere chose que nous avons à faire pour calculer le mouvement des cometes consiste à déterminer la vîtesse qui doit avoir lieu dans des paraboles des différentes grandeurs ; car une comete dont la parabole est plus grande, emploie plus de temps à parcourir un angle de 90°, tel que l'angle *PSO*, c'est-à-dire, à aller de *P* en *O*, tout ainsi que Saturne emploie 30 fois plus de temps à décrire un degré de son orbite, que la terre n'en emploie à décrire un degré de la sienne ; voici un théorême fondamental que je démontre d'une maniere très-simple.

891. Le rapport *des vîtesses dans la parabole & dans le cercle est celui de* $\sqrt{2}$ *à* 1.

Dém. Supposons une comete en *P*, qui décrive la parabole *PO* à la distance *SP* du soleil, & la terre en *T* décrivant un cercle *TLM*, dont le rayon *ST* soit égal à *SP* : la force centrale, ou l'attraction du soleil pour retenir la comete, & la terre, chacune dans son orbite, est égale, puisque la distance est la même, & que le soleil ne peut pas avoir plus de force sur la comete que sur la terre à la même distance. Je suppose un petit arc *PC* de la parabole, & un petit arc *TL* de l'orbite de la terre, tels que l'abscisse *PB* de la parabole & de l'abscisse *TI* du cercle soient égales ; ou que l'écart de la tangente par rapport à la courbe soit le mê-

me dans la parabole & dans le cercle, ces abſciſſes ou les écarts de ces tangentes expriment la force centrale du ſoleil ; puiſqu'elles ſont la quantité dont la planete obéit à l'action du ſoleil en ſe détournant de la ligne droite (1005) ; elles ſont donc égales dans les mêmes temps, quand la force eſt la même ; donc ſi les abſciſſes ſont égales, les arcs *PC* & *TL* ſont décrits en temps égaux, & expriment les vîteſſes de la comete & de la terre. Je vais partir de cette ſuppoſition que les deux inflexions ſont égales pour trouver les arcs eux-mêmes.

Les arcs ne peuvent pas être égaux, puiſque deux arcs égaux pris ſur des courbes très différentes ne ſauroient avoir des inflexions égales, & que quand les inflexions ſont égales les arcs ne ſont pas égaux ; j'en conclurai le rapport des arcs, ce ſera celui des vîteſſes, puiſque le temps eſt le même de part & d'autre. Par la propriété du cercle l'on a $TI = \frac{IL^2}{2ST^2}$ (988) ; mais par la propriété de la parabole on a le carré de l'ordonnée *BC* égal au produit de l'abſciſſe *PB* par le parametre, qui eſt quadruple de *SP* ; donc $PB = \frac{BC^2}{4SP} = \frac{BC^2}{4ST}$; or $PB = TI$ par l'hypotheſe, donc $\frac{IL^2}{2ST} = \frac{BC^2}{4ST}$; ou $2IL^2 = BC^2$; donc $TL\sqrt{2} = BC$, ce qui donne cette proportion ; $BC : IL :: \sqrt{2} : 1$; or *IL* eſt égal à l'arc *TL*, ou du moins il n'en differe que d'une quantité infiniment plus petite ; ainſi *IL* eſt la vîteſſe de la terre ; de même *BC* eſt la vîteſſe de la comete ; donc la vîteſſe de la comete eſt à celle de la terre à même diſtance du ſoleil, comme la racine de 2 eſt à 1.

892. Delà il ſuit que la vîteſſe de la comete en *P* ſur la parabole *PO*, ſera les $\frac{7}{5}$ de la vîteſſe de la terre ; car $\sqrt{2} = \frac{7}{5}$ environ ; donc l'aire décrite en une ſeconde de temps par la comete, ſera $\frac{7}{5}$ de l'aire décrite par la terre ; mais les aires ſont toujours égales en temps égaux ; (472), ainſi à quelque diſtance que la comete parvienne par rapport au ſoleil dans ſa parabole *PO*, l'aire décrite en une ſeconde de temps, ſera toujours $\frac{7}{5}$ de l'aire décrite par la terre, & l'aire décrite par la terre ſera égale à l'aire de la comete diviſée par $\frac{7}{5}$ ou $\sqrt{2}$. Je vais me ſervir de cette propoſition pour démontrer que la comete doit employer 109 jours à aller de *P* en *O* ou à parcourir 90° d'anomalie.

893. Soit la diſtance périhélie *SP* ou $ST = 1$, la circonférence du cercle *TM*, ou le nombre 6, $283 = c$, l'aire de ce cercle ſera $\frac{c}{2}$, l'aire parabolique *PSO*, qui eſt les deux tiers du produit de *SP* par *SO*, ſera $\frac{4}{3}$; cette aire de la comete, diviſée par $\sqrt{2}$, donnera $\frac{4}{3\sqrt{2}}$ pour l'aire que la terre décrit (892), dans le même temps que la comete va de *P* en *O* ; mais ſi l'on appelle *A* la longueur ou la durée de l'année, on aura cette proportion : l'aire totale $\frac{c}{2}$ de l'orbite terreſtre eſt au temps

A, comme l'aire $\frac{4}{3\sqrt{2}}$ est au temps qui lui répond, & qui sera $\frac{8A}{3e\sqrt{2}}$; c'est la valeur du temps que la comete emploie à décrire l'arc parabolique PO ou les 90° d'anomalie vraie.

894. La durée de l'année sydérale est 365j 6^h 9′ 10″, ou 11″ (321), c'est-à-dire, 365j 256379; si de son logarithme on ôte celui de $\sqrt{2}$, avec celui de trois fois la circonférence; & qu'on y ajoute le logarithme de 8, on aura celui de 109j 6154, ou 109j 14^h 46′ 20″ pour le temps qui répond à PO.

Il ne suffit pas d'avoir trouvé le temps employé à décrire ces 90° d'anomalie, il faut, pour calculer le lieu d'une comete en tout temps, connoître le nombre de jours qui répond à chaque portion de la parabole, comme PD, ou à chaque angle d'anomalie vraie compté depuis le périhélie, en supposant toujours les aires proportionnelles au temps; c'est la matiere du problême suivant.

895. *Connoissant l'anomalie vraie dans une parabole, trouver le temps écoulé depuis le périhélie.* Je suppose que la parabole $PCOD$ est donnée, c'est-à-dire, qu'on connoît sa distance périhélie SP, & le temps employé à parcourir l'arc PO; on demande le temps employé à parcourir un autre arc PD, ou un autre angle PSD d'anomalie vraie; on tirera la ligne DP, & ayant pris SE & SR égales au rayon vecteur DS, l'on tirera DR & DE, dont l'une sera la normale, & l'autre la tangente de la parabole.

896. Si nous prenons pour l'unité la sous normale RQ, c'est-à-dire, la moitié du parametre, nous aurons le parametre égal à 2, & $PQ = \frac{DQ^2}{2}$; le segment parabolique $DOPQ$ qui est les deux tiers du produit des co-ordonnées, ou $\frac{2}{3}DQ.PQ$ sera $\frac{1}{3}DQ^3$; le triangle DPQ est égal à $\frac{1}{2}DQ.PQ = \frac{1}{4}DQ^3$; donc en le retranchant du segment $DOPQ$, il restera le segment $DOPD = \frac{1}{12}DQ^3$; on y ajoutera la surface du triangle $PDS = \frac{PS.DQ}{2} = \frac{DQ}{4}$, & l'on aura $\frac{1}{12}DQ^3 + \frac{1}{4}DQ$ pour l'aire $PSDOP$.

897. La ligne RQ étant prise pour l'unité, DQ est la tangente de l'angle $DRQ = \frac{1}{2}DSE$, c'est-à-dire, la tangente de la moitié de l'anomalie vraie. Si nous appellons cette tangente t, nous aurons l'aire parabolique $PSDOP$, égale à $\frac{t^3}{12} + \frac{t}{4}$; l'aire de 90° PSO sera alors $= \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$. Mais il faut prendre l'aire PSO pour unité, & pour lors l'aire $PSDOP$ devient $\frac{t^3}{4} + \frac{3t}{4}$ car $\frac{t^3}{12} + \frac{t}{4}$ est à $\frac{1}{3}$, comme $\frac{t^3}{4} + \frac{3t}{4}$ est à 1; ainsi l'aire de 90° étant connue, & la tan-

gente d'une demi-anomalie vraie étant t, l'on multipliera l'aire de 90°

par $\frac{t^3}{4} + \frac{3t}{4}$, & l'on aura l'aire décrite par la comete depuis son passage par le périhélie ; mais les aires sont proportionnelles aux temps ; *ainsi l'on aura de même le temps qui répond à P D, en multipliant les 109 jours, ou en général le temps de 90° par le quart de $t^3 + 3t$.*

898. EXEMPLE. La comete qui emploie 109 jours à parcourir 90° d'anomalie, ayant 47° d'anomalie vraie ; l'on demande combien de jours il s'est écoulé depuis le périhélie. La tangente t de 23° ½ est 0, 4348124 ; donc $t^3 = 0, 0829$, & le quart de $t^3 + 3t = 0, 3467$; il faut donc multiplier par 0, 3467 les 109 jours, ou le temps pour 90° (894), l'on trouvera 38 jours ; ainsi la comete de 109 jours se trouvera à 47° de son périhélie au bout de 38 jours.

On trouveroit de même pour chaque degré d'anomalie vraie, les jours correspondants ; ordinairement on a quelques fractions décimales de plus, parce qu'il est très-rare qu'à un degré précis d'anomalie on ait un nombre complet de jours ; mais avec des parties proportionnelles on trouve facilement les anomalies vraies qui répondent à chaque jour complet.

899. C'est ainsi qu'on a calculé une table générale des orbites paraboliques ; on y voit l'anomalie vraie qui répond à chaque jour de distance au périhélie pour la comete de 109 jours. On pourroit faire ce même calcul par une méthode directe, en résolvant l'équation $t^3 + 3t = a$ (a exprime le quadruple du temps par *PO*), pour trouver l'inconnue t ; mais il est plus facile de trouver le temps par le moyen de l'anomalie vraie, & il est superflu de chercher une autre méthode pour construire la table.

Cette table générale s'applique facilement à toutes les cometes ; en effet, si l'on considere différentes cometes dans d'autres paraboles, à un même degré d'anomalie vraie, les temps écoulés depuis le passage au périhélie, seront entre eux comme les temps employés à aller du périhélie jusqu'à 90°, par exemple, quand $\frac{1}{4} t^3 + \frac{3}{4} t$ sera égal à $\frac{1}{2}$, le temps sera la moitié du temps pour 90°, dans toutes les paraboles possibles ; de là il suit que pour une comete quelconque, si je connois le temps des 90°, j'aurai (avec une simple regle de trois) le temps pour tout autre angle

d'anomalie vraie, en me servant de la table calculée pour la comete de 109 jours. Il ne reste donc plus qu'à chercher le temps des 90° pour des paraboles plus ou moins grandes, ou le nombre de jours qu'exigera l'arc *PO*, quand la distance périhélie *SP* ne sera plus égale à la moyenne distance de la terre au soleil.

900. LES CARRÉS DES TEMPS qui répondent à une même anomalie vraie dans différentes paraboles, sont comme les cubes des distances périhélies. Cette loi analogue à celle du mouvement des planetes (469), est tout de même une suite nécessaire des forces centrales; en effet, nous avons démontré que sur le rayon de l'orbite terrestre décrit en 365j, on avoit un quart de parabole de 109 jours (894); ainsi le temps de la parabole est environ $\frac{3}{10}$ de celui du cercle; mais si l'on considere différents cercles ou différentes planetes, à d'autres distances du soleil, on aura différentes révolutions dont les carrés des temps seront comme les cubes des distances (464, 1022); donc les temps des paraboles qui en sont toujours les $\frac{3}{10}$ seront aussi dans la même proportion; donc les temps qui répondent à *PO*, sont comme les racines carrées des cubes des distances périhélies *SP*.

901. UNE SEULE TABLE servira donc pour trouver l'anomalie vraie dans toutes les paraboles, pourvu que l'on augmente les temps en raison de la racine carrée du cube de la distance périhélie; en effet, pour un même degré d'anomalie vraie, les carrés des temps de différentes paraboles doivent augmenter comme les cubes des distances périhélies, ou les temps comme les racines carrées des cubes des distances périhélies; ainsi à 90° d'anomalie vraie répondent 109 jours quand la distance périhélie est 10 (894), & 126 jours quand la distance périhélie est 11, parce que la racine carrée du cube de 11 est plus grande dans le même rapport; il faut donc augmenter aussi à proportion les autres nombres de jours, quand on cherchera dans la table générale, les anomalies pour la comete de 126 jours.

J'ai mis dans la table ci-jointe, à côté de chaque distance périhélie, le nombre par lequel il faut multiplier les jours de la table générale, pour avoir les jours qui dans d'autres cometes répondent à une même anomalie; je suppose la distance du soleil à la terre divisée en dix parties, & j'ai calculé le nombre des jours pour l'arc *PO* dans onze paraboles différentes. On voit aussi dans la figure 112 plusieurs paraboles divisées en jours, & l'on peut y appercevoir avec quelle vîtesse chacune de ces cometes s'éloigneroit du soleil ou de la terre dont l'orbite est *ABC*.

Dist. périhél. en dixiemes de celle du soleil.	Nomb. par lesq on multiplie les jours de la table.	Jours pour 90°.
1	0,035	3,5
2	0,089	9,8
3	0 164	18,0
4	0,253	27 7
5	0,353	38,8
7	0,465	50,9
8	0 585	64,2
9	0,715	78,4
10	0,854	93,6
11	1,000	109,6
16	1,152	126,3

902. On voit par cette table que quand la distance périhélie d'une comete, est $\frac{4}{10}$ de celle de la terre au soleil, il faut, au lieu des jours de la table générale, en prendre d'autres qui ne soient que 0, 25 ou le quart; voilà pourquoi cette comete dont la distance est 4 n'emploie que 28 jours à parcourir les 90° d'anomalie, & nous pouvons l'appeller la comete de 28 jours, comme nous avons appellé comete de 109 jours (pour abréger), celle qui emploieroit environ 109 jours à aller du périhélie jusqu'à 90° d'anomalie.

Donc pour chaque degré d'anomalie, au logarithme des jours de la table, il faudra ajouter une fois & demie le logarithme de la distance périhélie d'une comete donnée, l'on aura le nombre de jours qui répond à cette comete donnée, pour le même degré d'anomalie; ou réciproquement l'anomalie pour un nombre de jours donné, à compter du périhélie.

903. Le rayon vecteur *SD* de la comete ou sa distance au soleil est égal à la distance périhélie *SP*, divisée par le carré du cosinus de la

moitié de l'anomalie vraie, car en abaissant sur la tangente ED une perpendiculaire SX, on aura le triangle ESD partagé en deux parties égales, l'angle DRQ est donc la moitié de l'anomalie vraie. Le triangle rectangle RDE donne cette proportion $RQ:RD::RD.RE$, ou $2PS:RD::RD:2SD$, donc $PS:SD::RQ^2:RD^2::(\text{cof. } QRD)^2:1$, ou comme le carré du cosinus de la moitié de l'anomalie PSD est au carré du rayon. Ainsi quand pour un temps donné l'on a trouvé l'anomalie vraie d'une comete dans sa parabole (901), on a le rayon vecteur SD en divisant la distance périhélie SP par le carré des cosinus de la moitié de cette anomalie, & si l'on a un rayon vecteur avec l'anomalie correspondante, on peut également trouver la distance périhélie.

904. Quand on connoît deux rayons vecteurs d'une parabole, avec l'angle compris, on peut trouver la distance périhélie & les deux anomalies qui répondent aux rayons vecteurs. Soient b & c les deux rayons vecteurs d'une parabole, dont 1 est la distance périhélie, a le quart de la somme des deux anomalies vraies, x le quart de la différence de ces deux anomalies, on aura cette proportion : $\sqrt{b}+\sqrt{c}:\sqrt{b}-\sqrt{c}::\text{cotang. } a:\text{tang. } x$.

Dem. Le carré du cosinus de la moitié d'une anomalie vraie est au carré du rayon, comme 1 est au rayon vecteur (903) ; mais la plus grande des deux anomalies est $2a+2x$, la plus petite $2a-2x$; ainsi $\sqrt{b}:\sqrt{c}::\text{cof. }(a-x):\text{cof. }(a+x)$; or $\text{cof. }(a-x)=\text{cof. } a \text{ cof. } x+\text{fin. } a \text{ fin. } x$, & $\text{cof. }(a+x)=\text{cof. } a \text{ cof. } x-\text{fin. } a \text{ fin. } x$, comme on le démontre dans la trigonométrie; ainsi $\sqrt{b}.\text{cof. } a \text{ cof. } x-\sqrt{c}.\text{cof. } a.\text{cof. } x=\sqrt{b}\text{fin. } a \text{ fin. } x+\sqrt{c}\text{ fin. } a \text{ fin. } x$: donc $\sqrt{b}+\sqrt{c}:\sqrt{b}-\sqrt{c}::\text{cof. } a \text{ cof. } x:\text{fin. } a \text{ fin. } x::\frac{\text{cof. } a}{\text{fin. } a}:\frac{\text{fin. } x}{\text{cof. } x}::\text{cot. } a:\text{tang. } x$, c'est-à-dire, que la somme des racines des rayons vecteurs est à leur différence, comme la cotagente de la demi somme des demi anomalies vraies est à la tangente de leur demi différence. Quand on a la somme & la différence, il est aisé d'avoir chacune des anomalies vraies, & par le temps qui leur répond, le temps du passage par le périhélie, en même temps que le lieu du périhélie.

905. Au moyen des théorêmes précédents on peut trouver une parabole qui satisfasse à deux longitudes d'une comete observées de la terre ; supposons que la terre soit en T à une distance TS du soleil, & qu'elle voie la comete réduite à l'écliptique sur un rayon TD, en sorte que l'angle STD soit l'angle d'élongation ou la différence entre la longitude du soleil & celle de la comete. On ne connoît dans le triangle STD qu'un côté & un angle, on est obligé de faire une supposition ou une hypothese sur la valeur du côté SD distance accourcie de la comete au

ſoleil ; d'après cette ſuppoſition, arbitraire ſi l'on veut, mais qui ſera vérifiée ou démentie par la ſuite du calcul, on cherche l'angle au ſoleil en réſolvant le triangle *TSD*, & l'on a la longitude héliocentrique de la comete, ſa latitude héliocentrique (443), ſa diſtance vraie (445), ou le rayon vecteur.

On fait la même choſe pour une ſeconde obſervation, & l'on a deux longitudes héliocentriques, & par conſéquent l'angle des deux rayons vecteurs, qui eſt néceſſairement la ſomme ou la différence de deux anomalies vraies ; on en conclura chacune des deux anomalies (904), & par conſéquent le lieu du périhélie ; la diſtance périhélie (905), & le temps qui répond à ces deux anomalies (902), dans l'hypotheſe qu'on a faite ſur la diſtance *SD* de la comete au ſoleil ; mais ſi l'intervalle de temps trouvé par le moyen de ces deux anomalies, n'eſt pas d'accord avec l'intervalle donné des deux obſervations, c'eſt une preuve qu'une des deux diſtances au ſoleil qui ont été ſuppoſées doit être changée ; on en conſervera une & l'on fera varier l'autre par diverſes ſuppoſitions, juſqu'à ce qu'à la fin du calcul on trouve un intervalle de temps égal à celui des deux obſervations : alors on aura la parabole qui ſatisfait à toutes deux.

906. Mais il ne ſuffit pas d'avoir une parabole qui ſatisfaſſe à l'intervalle de deux obſervations ; il y en a une infinité ; car à chaque hypotheſe qu'on aura faite ſur la premiere diſtance *SD* de la comete au ſoleil, on trouvera par les diverſes ſuppoſitions de la ſeconde diſtance ou de la diſtance au ſoleil dans la ſeconde obſervation une parabole qui ſatisfera aux deux mêmes obſervations. La difficulté qui reſte eſt de ſe déterminer par une troiſieme obſervation entre toutes ces paraboles qui repréſentent les deux premieres, mais dont une ſeule s'accorde avec la troiſieme obſervation.

907. Quand on a trois obſervations d'une comete, on peut déterminer ſon orbite au moyen des théorêmes précédents ; car l'on eſt en état de trouver quelle eſt la para-

bole qui satisfait à trois observations, quand on en a qui satisfont à deux de ces observations. On choisit d'abord deux longitudes & deux latitudes géocentriques observées, on cherche des paraboles qui puissent satisfaire à ces deux observations ; quand on a deux ou trois paraboles, c'est-à-dire, deux ou trois hypotheses qui s'accordent également bien avec les deux observations, on calcule dans chacune de ces trois hypotheses le lieu de la comete au temps de la troisieme observation ; en cherchant le lieu du périhélie (904), la distance périhélie (903), l'anomalie vraie (902), le rayon vecteur, la longitude héliocentrique, & enfin la longitude géocentrique (442), comme pour les planetes ; celle des différentes hypotheses qui s'accorde le mieux avec la troisieme observation est la meilleure, & une simple proportion suffit quelquefois pour trouver une autre hypothese qui satisfasse exactement à toutes les trois observations. Cette méthode indirecte & de fausse position me paroît plus simple, & plus commode, que les méthodes plus directes & plus élégantes, données par MM. Euler, Fontaine, &c. J'en ai donné les détails, les préceptes & les exemples dans le XIXe livre de mon ASTRONOMIE, je ne pouvois donner ici que l'esprit de la méthode.

908. C'est par des essais à peu près semblables, mais bien plus longs, sans doute, que M. Halley détermina par les anciennes observations 24 paraboles ou orbites cométaires, y compris celle de 1698. M. Bradley, M. Maraldi, M. de la Caille, M. Struick, M. Pingré & moi, en avons calculé plusieurs autres ; en sorte que le nombre s'est accru jusqu'à 61, y compris celle de 1772. Mais je ne compte que pour une seule toutes les apparitions de celles dont les périodes sont connues.

909. Les éléments d'une comete sont les six articles qui déterminent la situation & la grandeur de l'orbite qu'elle décrit, & qui établissent sa théorie : le lieu du nœud vu du soleil, l'inclinaison, le lieu du périhélie, la distance périhélie, & le temps moyen du passage par le périhélie, qui tient lieu d'époque ; enfin la direction de son mouvement qui peut être direct ou rétrograde.

Du retour des Cometes.

910. LORSQUE Newton eut reconnu que la comete de 1680 avoit décrit sensiblement une parabole pendant le temps de son apparition, avec des aires proportionnelles au temps (888), il fut persuadé que cette comète étoit une véritable planète, & que l'orbite qui paroissoit une parabole n'étoit réellement que la partie inférieure d'une ellipse très grande & très-alongée (*Princip. math. pag.* 508, *édit. de* 1687). Il savoit que ces ellipses très-excentriques ressemblent à très-peu-près à des paraboles, & en approchent d'autant plus que la distance périhélie est plus petite par rapport au grand axe de l'ellipse.

911. Ce fut Halley qui en 1705 eut la gloire de vérifier, par le calcul des anciennes observations, ce que Newton avoit présumé d'après les loix de sa physique; Halley démontra la ressemblance ou plutôt l'identité de la comete de 1607, & de celle de 1682, & il annonça son retour pour 1759; prédiction qui s'est vérifiée sous nos yeux. J'ai donné dans ma théorie des cometes, à la suite de celle de Halley, l'histoire du retour de cette comete fameuse; on peut voir aussi ce que j'en ai dit dans les *Mémoires* de 1759. Il me suffira de retracer ici en peu de mots la marche des inventeurs.

912. Lorsque M. Halley eut calculé par observations (908) les paraboles de 24 cometes, il s'en trouva trois qui se ressembloient beaucoup, celles de 1531, de 1607 & de 1682; les trois paraboles étoient situées de même, les distances périhélies étoient égales, & les intervalles de temps étoient de 75 à 76 ans; il pensa dès-lors que ce pouvoit être la même comete; cependant la différence des inclinaisons & des périodes lui paroissoit un peu trop grande, & il n'osoit prononcer sur l'identité; mais lorsqu'après les recherches qu'il fit des anciennes cometes il en eut trouvé trois autres, dont il est parlé dans les historiens sous les années 1305, 1380, 1456, à des inter-

valles de temps toujours à peu près égaux, il ne douta plus que le retour ne fût certain, & il rejeta sur les attractions mutuelles des corps célestes les différences qu'il trouvoit entre les diverses périodes de cette comete.

913. Tel fut donc le progrès de nos connoissances en ce genre : d'anciens philosophes regarderent les cometes comme des corps célestes & périodiques (884). Newton en conclut qu'elles pouvoient décrire des ellipses très-excentriques, & reparoître à chaque révolution ; Halley vérifia cette belle idée en calculant plusieurs cometes, parmi lesquelles il s'en trouva trois qui avoient décrit exactement la même orbite ; ce qui annonçoit trois apparitions ; & cela s'est trouvé pleinement confirmé quand cette comete a reparu en 1759 dans la même orbite & après le même espace de temps.

914. Il y a encore deux cometes dont la période paroît connue, & dont on espere le retour ; celle de 1532 & de 1661 qu'on attend pour 1789 ou 1790 ; celle de 1264 & de 1556 pour 1848 (*Mémoires de l'Acad.* 1760, *pag.* 192). La grande comete de 1680, suivant M. Halley, devroit reparoître l'an 2254, il croit que c'est celle qui parut du temps de César ; & elle auroit paru dans les années 619 & 2349 avant J. C., en sorte qu'elle pourroit servir à ceux qui veulent expliquer physiquement le déluge, comme M. Whiston (*New theory of the earth*, *pag.* 186) ; mais il faut convenir qu'il y a des doutes sur la période de cette comete de 1680, & j'ai reconnu qu'il y a huit autres cometes qui peuvent approcher bien davantage de la terre, & y causer de plus grandes révolutions. (Voy. mes *Réflexions sur les cometes*, à Paris, chez Gibert, 1773).

915. Dans tous les corps qui tournent autour du soleil, les carrés des temps sont comme les cubes des distances ; ainsi dès qu'on connoît la période d'une comete, par deux retours observés, on trouve par une simple proportion le grand axe de son orbite, & l'on calcule son lieu vrai de la même maniere que celui des autres planetes (493, 441).

916. Si l'on avoit vu une comete assez long-temps, & qu'on l'eût observée avec une grande précision, on pourroit avoir une idée de la durée de sa révolution; ou déterminer son ellipse par des méthodes indirectes semblables à celles que j'ai employées dans la parabole; mais le calcul en seroit si long, & le résultat si peu susceptible de précision, que je ne pense pas devoir entrer dans ce détail. J'observerai seulement qu'en pareil cas la méthode la plus commode sera peut-être celle-ci. On déterminera d'abord dans l'hypothese parabolique la distance périhélie, & le temps du passage au périhélie par des observations qui n'en soient pas fort éloignées, afin que cette distance périhélie convienne également & à l'ellipse & à la parabole, & soit indépendante de l'hypothese: on calculera ensuite la différence entre la parabole & l'ellipse pour les observations les plus éloignées, dans différentes hypotheses de révolutions elliptiques; les différences calculées étant comparées avec l'erreur observée, c'est-à-dire, avec la différence qu'il y a entre l'observation & le résultat de l'hypothese parabolique, on jugera laquelle des différentes ellipses supposées convient à ces observations élognées.

917. J'ai reconnu par un calcul fait seulement à peu près pour la comete de 1759, que si l'on eût déterminé le périhélie par trois observations faites le 12 mars, le 1 avril & le 1 mai, on auroit trouvé le 31 mai 2′ d'erreur pour 3 ans de différence sur la révolution; ce qui prouve qu'il n'est pas impossible de trouver la période d'une comete à trois années près, par une seule apparition de trois mois.

Diverses Remarques sur les Cometes.

918. On peut représenter l'inégalité du mouvement des cometes dans des ellipses fort excentriques, par le moyen d'une machine assez simple, que M. Desaguliers a donnée sous le nom d'*Instrument cométaire*; il a été aussi dé-

crit par M. Ferguson (*Astronomy explained*, 1764, *pag.* 288). Il consiste en deux poulies elliptiques, mobiles chacune autour de leur foyer, l'une conduit l'autre par le moyen d'une corde qui les embrasse toutes deux en se croisant entr'elles; les poulies se touchent continuellement, d'où il résulte que si la premiere tourne uniformément, la seconde tournera plus vîte quand son périhélie touchera l'aphélie de la premiere, que quand son aphélie touchera le périhélie de la premiere. Si la seconde ellipse qui tourne inégalement, porte une alidade au dehors de la boîte, & que cette alidade enfile un petit globe retenu dans une coulisse elliptique, il représentera très-bien la vîtesse du périhélie & la lenteur de l'aphélie; les aires seront même proportionnelles aux temps.

919. On avoit reconnu long-temps avant Tycho, que le mouvement apparent des cometes observé pendant la durée de leur apparition, n'étoit pas uniforme; cependant Tycho n'étoit pas assez frappé de ces inégalités pour y reconnoître l'effet de la parallaxe annuelle & du mouvement de la terre; mais Képler l'y reconnut très bien; & dans son traité des cometes, il dit qu'ayant supposé le mouvement de celle de 1618 dans une ligne droite, avec une diminution uniforme, on reconnoissoit l'effet du mouvement de la terre, soit sur la longitude, soit sur la latitude de la comete, & que le mouvement qui parut tortueux, ne pouvoit le paroître qu'à raison de celui de la terre; il termine même son premier livre en disant: Autant qu'il y a de cometes dans le ciel, autant il y a de preuves du mouvement de la terre autour du soleil, indépendamment de celui que l'on tire du mouvement des planetes.

920. La comete de 1729, que M. Cassini observa pendant plusieurs mois, après avoir fait plus de 15° vers l'occident, depuis la tête du petit Cheval jusques sur la constellation de l'Aigle, se courba subitement pour retourner vers l'orient, ce qui montroit d'une maniere frappante l'effet de la parallaxe annuelle. Il pourroit arriver

des cas où cet effet seroit bien plus grand : si une comete rétrograde dont la distance à la terre seroit égale à la distance moyenne de la lune, se trouvoit périhélie & en opposition, elle auroit 140° de mouvement par heure; on pourroit voir une comete aller depuis l'horizon jusqu'au zénith en moins de trois quarts d'heure, & employer ensuite plus de quatre heures à gagner l'horizon occidental, ou d'autres singularités de même espece.

Les inégalités dont je viens de parler, sont purement apparentes, mais je dois dire un mot d'une autre irrégularité qu'on a reconnue en 1759, & qui affecte le mouvement réel & intrinseque de toutes les cometes dans leurs ellipses, c'est l'attraction des autres corps célestes; celle de Jupiter & de Saturne est la plus remarquable ; mais il y a grande apparence que les attractions des autres planetes & des autres cometes peuvent y influer sensiblement. Cette attraction s'est manifestée de la maniere la plus frappante dans le retour de la comete de 1682, observé en 1759. Sa période entre le passage par le périhélie du 26 octobre 1607, & celui du 14 septembre 1682, a été plus petite de 585 jours que la période suivante qui s'est terminée au 13 mars 1759.

921. Lorsqu'on commençoit à parler en 1757 du retour de cette comete prédite par M. Halley, on s'apperçut que l'inégalité de ses périodes précédentes nous laissoit près d'une année d'incertitude sur le temps de son apparition; M. Halley avoit remarqué que cette comete en 1681 passant fort près de Jupiter en avoit dû être fortement attirée, & que cela pourroit retarder l'apparition suivante jusqu'au commencement de 1759. Mais cette considération étoit trop vague pour qu'on dût y compter, & M. Halley n'y comptoit pas lui-même; je proposai à M. Clairaut d'y appliquer sa théorie de l'attraction, ou du problême des trois corps, en lui offrant tous les calculs astronomiques dont il avoit besoin ; je lui donnai les situations de la comete, & les forces que Jupiter & Saturne avoient exercées sur elle pendant l'espace de 150 ans,

ou de deux révolutions, soit dans la direction des rayons vecteurs, soit perpendiculairement aux rayons, avec les ordonnées & les surfaces de toutes les courbes qui représentoient les intégrales des équations du problême. Par ce moyen M. Clairaut trouva que la révolution de la comete devoit être de 611 jours plus grande que celle de 1607 à 1682, dont 100 jours pour l'action de Saturne, & 511 pour celle de Jupiter. Suivant ces premiers calculs la comete devoit passer dans son périhélie au milieu d'avril; elle y passa le 13 mars, & malgré l'immensité des calculs que nous fîmes à cette occasion, M. Clairaut & moi, les quantités négligées produisirent environ un mois d'erreur dans la prédiction. Voy. la *Théorie du mouvement des cometes*, par M. Clairaut, & les *Opuscules mathématiques* de M. d'Alembert, t. II.

922. Parmi les 60 cometes que nous connoissons, je trouve qu'il y en a plusieurs qui peuvent approcher assez de la terre pour y produire des effets sensibles; & parmi le grand nombre de celles que nous ne connoissons pas, il pourroit y en avoir qui fussent également capables d'y causer des révolutions prodigieuses. Une comete de la grosseur de la terre qui seroit seulement à 13290 lieues de nous, auroit la force nécessaire pour produire une marée ou une élévation de 2000 toises dans les eaux de la mer; si elle y restoit assez long-temps elle pourroit submerger les 4 parties du monde, comme je l'ai fait voir plus en détail dans mes réflexions sur les cometes, imprimées en 1773; il est difficile qu'il n'arrive pas un jour quelque révolution de cette espece: mais il est impossible d'en fixer le temps. Nous ne connoissons pas probablement le quart des cometes, & parmi les 60 qu'on a observées, il y en a 7 ou 8 qui peuvent approcher de la terre, & même la choquer si la terre se rencontroit dans le nœud du moment qu'une des cometes y passera, en sorte que le nœud fût alors précisément sur la circonférence de l'orbite de la terre; mais ces trois circonstances sont si difficiles à réunir, que l'on a dû regarder comme une folie, la terreur générale qui

s'étoit répandue au mois de mai dernier à l'occasion de mon mémoire.

La comete de 1680, n'étant éloignée du soleil dans son périhélie que de la 6e partie du diametre solaire, il pourroit arriver par la résistance de l'athmosphere du soleil, & l'attraction des autres cometes dans son aphélie, qu'elle retombât dans le soleil ; c'est ainsi, dit Newton que la belle étoile de 1572 a pu paroître tout d'un coup, étant ranimée & augmentée par une abondance de matiere nouvelle.

923. Les anciens ont tiré le nom des cometes de cette lumiere inégale dont elles paroissent communément environnées, & ils les ont distinguées par ce moyen en plusieurs especes (Pline, II. Hévélius, *in cometographia*). Cependant il a paru quelquefois des cometes sans queue ni chevelure ; mais celles dont les queues ont paru les plus longues, sont les suivantes. Celle dont parle Aristote, qui vers l'an 371 avant J. C. occupoit le tiers de l'hémisphere, ou environ 60°. Celle dont parle Justin (Liv. 37), & qui parut à la naissance de Mithridate, 130 ans avant J. C. étoit si terrible qu'elle sembloit embrasser tout le ciel, elle occupoit 45°. Une autre comete, au rapport de Séneque (*VII.* 15), couvroit toute la voie lactée, vers l'an 135. La comete de 1456 occupoit 2 signes ou 60° (Pontanus, *in centiloquio*) ; & celle de 1460 en occupoit environ 50, suivant le même auteur. La comete de 1618 avoit une queue au moins de 70°, suivant Képler, & même de 104°, suivant Longomontanus, le 10 décembre 1618. On peut voir les mesures d'un grand nombre d'autres queues de cometes dans le P. Riccioli (*Almag. II.* 25) ; mais depuis ce temps-là on a vu la comete de 1680, l'une des plus étonnantes qui eût jamais paru, par l'étendue de sa queue (Voyez le traité de M. Cassini sur la comete de 1680 & 1681).

924. La comete de 1744 s'est montrée de nos jours avec une lumiere en éventail ou une queue divisée en plusieurs branches, qui étoit très-remarquable, & qui s'étendit le 19

Février

février jusqu'à 30°. Voyez *le Traité de la comete de* 1744, *par M. de Chefeaux.* Dans les pays méridionaux où l'on jouit d'un ciel pur & serein, les queues des cometes se distinguent mieux & paroissent plus longues ; la comete de 1680 avoit une queue de 62° à Paris suivant M. Cassini, & de 90° à Constantinople ; celle de 1759 parut à Paris presque sans queue, on avoit beaucoup de peine à en distinguer une légere trace d'un ou de deux degrés ; tandis qu'à Montpellier, suivant M. de Ratte, la queue avoit 25° le 29 avril, la partie la plus lumineuse étant de 10°. M. de la Nux, correspondant de l'Académie, à l'Isle de Bourbon, la vit même beaucoup plus grande. Enfin la queue de la comete de 1769 paroissoit d'environ 10° à Paris, de 40° à Marseille, de 70° à Bologne, de 90° à M. Pingré qui étoit sur mer, entre Téneriffe & Cadix ; mais elle étoit très-foible ; c'est ainsi que dans la Zone torride la lumiere zodiacale paroît constamment, & de plus de 100 degrés de longueur.

925. Séneque savoit que les queues des cometes sont transparentes, & qu'on voit les étoiles au travers, (*liv. VII. c.* 18). Newton fait voir qu'elles sont d'une substance infiniment plus tenue & plus rare qu'on ne sauroit l'imaginer.

926. Appian fut le premier qui prouva que les queues des cometes étoient toujours à peu près opposées au soleil (*Astronomicum Cæsareum*, 1540) ; cette regle fut confirmée alors par Gemma Frisius, Cornelius Gemma, Fracastor, Cardan ; cependant Tycho-Brahé ne croyoit pas qu'elle fût bien générale ni bien démontrée ; mais cette loi est actuellement reconnue. On apperçoit seulement une courbure qui est une suite de la position de la terre hors du plan de l'orbite de la comete, & du mouvement de celle-ci (*Hevelius*, *in cometog.* Cassini, sur la comete de 1680, *pag.* X. Newton, *l. III*).

927. La queue des cometes, suivant Newton, vient de l'athmosphere propre de chaque comete (*Princ. mat. lib. III. prop.* 41). Les fumées & les vapeurs peuvent s'en éloigner, dit-il, ou par l'impulsion des rayons solaires,

comme le pensoit Képler, ou plutôt par la raréfaction que la chaleur produit dans ces athmospheres.

928. Il confirme ce sentiment par la comete de 1680, qui au mois da décembre après avoir passé fort près du soleil, répandoit une lumiere beaucoup plus longue & plus brillante qu'elle n'avoit fait au mois de novembre avant son périhélie; cette regle est même générale, & lui paroît suffisante pour prouver que la queue des cometes n'est qu'une vapeur très-légere, élevée du noyau de la comete par la force de la chaleur. M. Euler y ajoute l'impulsion de la lumiere (*Mém. de Berlin*, année 1746, *pag.* 121), & M. de Mairan l'athmosphere du soleil, ou la lumiere zodiacale.

929. On n'a guere vu de queue plus grande que celle de la comete de 1680, parce qu'on n'a guere vu de comete passer si près du soleil : le 18 décembre 1680 elle en étoit 166 fois plus près que la terre. Cette comete recevoit une chaleur 28000 fois plus grande que celle que nous éprouvons au solstice d'été ; la chaleur de l'eau bouillante est trois fois plus grande que celle qu'une terre seche reçoit alors du soleil, & la chaleur d'un fer rouge trois ou quatre fois plus grande que celle de l'eau bouillante, suivant l'estimation de Newton ; ainsi la comete de 1680 dut être échauffée environ deux mille fois plus qu'un fer rouge, & un globe de fer de même diametre auroit conservé sa chaleur plus de 50000 ans. M. de Buffon estime que ce calcul de Newton doit être réformé dans plusieurs points, & il se propose de publier des expériences très-curieuses sur la chaleur & la durée du refroidissement des métaux, qui dépend de leur fusibilité



LIVRE XI.

De la Rotation des Planetes, & de leurs Taches.

930. ON a vû le ſoleil tourner ſur ſon axe dès le temps où l'on a découvert les lunettes d'approche. Nous ſavons que la terre tourne chaque jour par un mouvement de rotation (384) : nous ſommes très-aſſurés que la Lune, Jupiter & Mars tournent auſſi ſur leurs axes ; d'ailleurs il eſt difficile de concevoir que le mouvement imprimés aux planetes, & par lequel elles décrivent leurs orbites ne ſoit pas accompagné d'un mouvement de rotation : il faudroit que la direction paſsât tellement par le centre qu'il n'y eût pas la plus petite différence.

Cependant la rotation, quant à ſa durée, eſt indépendante de la révolution ; une planete peut ſuivre ſon orbite par un mouvement de tranſlation d'occident en orient, ſans tourner ſur ſon axe ; & elle peut tourner ſur un axe quelconque, en ſens contraire, & avec une vîteſſe quelconque (405) ; ainſi le mouvement de rotation eſt abſolument indépendant du mouvement de révolution que nous avons conſidéré dans le IIIe livre ; ce n'eſt que par les obſervations qu'on peut le déterminer, & c'eſt ce que nous allons entreprendre.

931. Jean Bernoulli dans un mémoire de Dynamique, où il conſidere les centres ſpontanés de rotation, fait voir qu'une force de projection appliquée, non pas au centre de la terre, mais un peu plus loin du ſoleil, & cela de $\frac{1}{150}$ du rayon, donneroit à la terre, ſuppoſée ronde & homogene, deux mouvements aſſez conformes à ceux que l'on obſerve ; pour Mars il trouve $\frac{1}{418}$; pour Jupiter $\frac{7}{15}$ (Bern. *Opera. T. IV. pag.* 283) ; pour la lune on

trouve $\frac{1}{150}$. Si l'impulſion primitive eût été appliquée à de plus grandes diſtances de chaque centre, le mouvement de rotation ſeroit plus rapide, cette vîteſſe tient ſans doute à la cauſe de l'impulſion primitive, & il eſt probable que tous les corps qui ont un mouvement de révolution ont auſſi un mouvement de rotation : le ſoleil même tourne ſur ſon axe, & il eſt probable que les étoiles ſont dans le même cas.

932. La rotation du ſoleil eſt la premiere qui ait été découverte, & c'eſt auſſi la plus ſenſible ; les taches qui paroiſſent de temps en temps ſur le ſoleil ont fait découvrir ce mouvement, & nous ſervent encore à l'obſerver. La premiere découverte des taches du ſoleil eſt contenue dans un grand ouvrage de Scheiner, intitulé : ROSA URSINA, & publié en 1630.

933. Le P. Scheiner étoit Profeſſeur de Mathématiques à Ingolſtadt au mois de mars 1611, lorſqu'en regardant un jour le ſoleil avec une lunette d'approche, au travers de quelques nuages, il apperçut pour la premiere fois les taches du ſoleil, & les fit voir au P. Cyſati & à pluſieurs de ſes Diſciples ; le bruit s'en répandit bientôt : on ſollicita le P. Scheiner de publier cette découverte ; mais comme ce phénomene paroiſſoit fort contraire aux principes de la Philoſophie péripatéticienne de ce temps-là, ſes ſupérieurs craignirent qu'il ne vînt à les compromettre, & ſes premieres obſervations ne furent publiées que ſous un nom ſuppoſé, *Appelles poſt tabulam*, par un Magiſtrat d'Augſbourg, nommé Velſer.

934. Galilée l'accuſa de plagiat & prétendit avoir découvert ces taches le premier ; Scheiner s'en juſtifie fort au long dans ſon ouvrage ; Jean Fabricius, fils de David Fabricius, les avoit auſſi obſervées à Vittemberg, & il en publia même la relation au mois de juillet 1611 ; Képler penſe qu'il les avoit vues avant le P. Scheiner. Weidler, (*Hiſt. Aſtronomiæ*, *p.* 435).

935. Les taches du ſoleil ſont des parties noires irrégulieres qu'on apperçoit de temps en temps ſur le ſoleil,

& qui paroissent tourner uniformément en 25 jours & 14 heures autour du soleil (959); on en voit une représentée en *N* (*fig.* 114), sur le disque du soleil.

Les facules dont Scheiner & Hévélius parlent souvent, me paroissent n'être autre chose que le fond lumineux du soleil qu'on apperçoit quelquefois dans les interstices des taches ou des ombres, & qui semblent être comme des points plus lumineux que le reste du soleil. M. Cassini dit cependant aussi qu'on a vu sur le soleil des points plus brillants que le reste de sa surface (*Elem d'ast.* 403), mais il appelle facules des taches légeres & foibles que l'on apperçoit quelquefois à l'endroit même où une tache a disparu (*Anciens mém. de l'Acad. tom. X. pag.* 661).

Les ombres sont une nébulosité blanchâtre qui environne toujours les grandes taches; Hévélius les compare à l'impression que l'haleine fait sur une glace de miroir en ternissant son éclat (*Selenographia*, *pag.* 84); quelquefois, dit-il, cette athmosphere des taches est jaunâtre *instar halonis*, & il en donne un exemple; quelquefois ces ombres se trouvent toutes seules, & donnent ensuite naissance à des taches, comme il l'observa au mois d'août 1643; ces ombres sont souvent d'une très-grande étendue. Hévélius en a vu une au mois de juillet 1643 qui occupoit près du tiers du diametre du soleil (*pag.* 506).

936. Les taches du soleil servent à expliquer divers phénomenes racontés dans les historiens. Ainsi dans les annales de France imprimées à Paris en 1588 (*Vie de Charlemagne*, *pag.* 62), on trouve que l'an 807, XVII *kal. april.* Mercure parut sur le soleil comme une petite tache noire, qu'on apperçut en France pendant 8 jours, & que les nuages empêcherent d'observer dans quel temps se fit l'entrée & la sortie. Ce ne pouvoit être autre chose qu'une tache (727); il en faut dire autant de ce que crut voit Képler le 28 mai 1607. Scheiner explique aussi par le moyen des taches du soleil plusieurs singularités qu'on trouve dans les historiens sur la diminution de lumiere dans le soleil.

937. C'est à d'énormes taches du soleil qu'il faut rapporter, si on veut les admettre, les deux faits qui sont dans Abulfaradge (*Hist. Dynast.*). L'an 535 le soleil eut une diminution de lumiere, qui dura 14 mois, & qui étoit très-sensible ; l'an 626 la moitié du disque du soleil fut obscurcie, & cela dura depuis le mois d'octobre jusqu'au mois de juin : on voit souvent ces taches à la vue simple avec un verre fumé (941).

938. Après la découverte des taches du soleil, le P. Scheiner les observa assidûment ; il avoit soin de rapporter à l'écliptique les taches dont il observoit la situation par rapport au vertical, ou aux paralleles à l'équateur ; par ce moyen il décrivoit sur un carton la route d'une tache pendant les 13 jours de son apparition. On en trouve un très-grand nombre de gravées dans son ouvrage, depuis 1618, jusqu'en 1627 ; & elles lui firent reconnoître les regles suivantes (*Rosa Urs. pag.* 225).

939. A la fin de mai & au commencement de juin, les taches décrivent des lignes droites inclinées sur l'écliptique du nord au sud, c'est-à-dire, qu'elles vont de *A* en *B* (*fig.* 113). A la fin de novembre ou au commencement de décembre, elles décrivent des lignes droites en allant du midi au septentrion, ou de *C* en *D* ; pendant l'hiver & le printemps, leur route est concave vers le midi, & convexe du côté du nord ; mais dans les six autres mois, ou depuis le commencement de juin, jusqu'au commencement de décembre, la concavité est tournée vers le nord, comme l'ellipse *RXVMO*.

La plus grande ouverture de ces ellipses arrive au commencement de mars & de septembre ; alors le petit axe de chaque ellipse est $\frac{12}{100}$ du grand axe. Toutes les taches du soleil, même les ombres & les facules décrivent des routes semblables, depuis le moment où elles paroissent jusqu'à celui de leur disparition ; on observe la même chose dans les petites & dans les grandes, dans celles qui ne durent que quelques jours, comme dans celles qui font plusieurs révolutions ; dans celles qui traversent le soleil

par le centre, comme dans celles qui ſont près de ſes poles. Cette régularité ſuffit ſeule pour démontrer que ces taches ſont adhérentes au corps du ſoleil, & qu'elles n'ont d'autre mouvement que celui du ſoleil même autour de ſon axe. Les taches prouvent donc la rotation du ſoleil, & le P. Scheiner en tira bientôt cette concluſion.

Preſque toutes les obſervations de Scheiner furent enſuite confirmées par celles d'Hévélius; M. Caſſini les obſerva beaucoup auſſi; & l'on en trouve beaucoup d'obſervations dans pluſieurs volumes des mémoires de l'Académie, au commencement de ce ſiecle.

940. Il réſulte de toutes ces obſervations que les taches du ſoleil ſont très-variables; Scheiner en a vu changer de forme, croître, diminuer, ſe convertir en ombres, diſparoître totalement. M. de la Hire à vu auſſi des taches ſe diſſiper ſur le diſque apparent du ſoleil (*Mém.* 1702, *pag.* 137). Il y a des taches qui après avoir diſparu long-temps reparoiſſent au même endroit; M. Caſſini penſoit que la tache du mois de mai 1702, étoit encore la même que celle du mois de mai 1695 (*Mém. Acad.* 1702, *pag.* 140); c'eſt-à-dire, qu'elle étoit au même endroit. On n'en a guere vu qui aient paru plus long-temps que celle qui fut obſervée à la fin de 1676 & au commencement de 1677; elle dura pendant plus de 70 jours, & parut dans chaque révolution (M. Caſſini, *Eléments d'Aſtr. pag.* 81).

941. Les apparations des taches du ſoleil n'ont rien de régulier: vers l'année 1611 qu'elles furent découvertes, on ne trouvoit preſque jamais le ſoleil ſans quelques taches; il y en avoit ſouvent un très-grand nombre. Le P. Scheiner en a compté 50 tout à la fois. Bientôt elles devinrent plus rares: depuis l'année 1650, juſqu'en 1670 il n'y a pas de mémoire qu'on en ait pu trouver plus d'une ou deux, qui furent obſervées fort peu de temps. Depuis 1695 juſqu'en 1700 l'on n'en vit aucune; depuis 1700 juſqu'en 1710, les volumes de l'Académie en parlent continuellement; en 1710 on n'en vit qu'une ſeule; en 1711

& 1712, on n'en obſerva point du tout ; en 1713 on n'en vit qu'une, au mois de mai ; depuis ce temps-là, on en a preſque toujours vu : M. Caſſini écrivoit en 1740 ; « elles ſont préſentement ſi fréquentes, qu'il eſt très-rare » d'obſerver le ſoleil ſans en appercevoir quelques-unes, » & même ſouvent un aſſez grand nombre à la fois „ : pour moi je puis dire que depuis 1749, juſqu'à 1773, je ne me rappelle pas d'avoir jamais vu le ſoleil ſans qu'il y eût des taches ſur ſon diſque, & ſouvent un grand nombre. C'eſt vers le milieu du mois de Septembre 1763, que j'ai apperçu la plus groſſe & la plus noire que j'euſſe jamais vue ; elle avoit une minute au moins de longueur, en ſorte qu'elle devoit être trois fois plus large que la terre entiere ; j'en ai vu auſſi de très-groſſes le 15 Avril 1764, & le 11 Avril 1766.

942. Les taches du ſoleil paroiſſent ſur le bord oriental de ſon diſque extrêmement étroites, comme un trait fort délié, ce qui prouve qu'elles ont peu de hauteur, ou plutôt qu'elles ſont à la ſurface même du ſoleil ; il faut cependant conſidérer que quand elles auroient une très-grande hauteur elles pourroient bien ne paroître pas au bord ou à l'extrémité du ſoleil, parce qu'elles n'ont aucune lumiere, & qu'on ne les voit que quand elles interrompent la lumiere du diſque ſolaire ; mais du moins ſi elles avoient une certaine hauteur, on verroit la hauteur toute entiere auſſi-tôt qu'elle commenceroit à être toute projetée ſur le ſoleil.

943. Quelques phyſiciens crurent autrefois que les taches du ſoleil étoient des corps ſolides qui faiſoient leur révolution autour du ſoleil (*a*) ; mais ſi cela étoit, les taches nous cacheroient à peu près la même portion du ſoleil ſoit ſur les bords, ſoit au milieu ; & le temps qu'elles paroiſſent ſur le ſoleil ſeroit plus court que le temps où on les perd de vue, au lieu que nous voyons ces taches employer autant de temps à parcourir la partie antérieure

(*a*) Tarde les nomma *Sydera Borbonia*, & un autre nommé Maupertuis *Sydera Auſtriaca* (*Hevelii Selen. pag.* 83).

du ſoleil, que la partie poſtérieure, ſauf la petite différence que doit produire la groſſeur du diametre du ſoleil, & la proximité de ces taches à l'un des poles du ſoleil ; enfin ces planetes ne pourroient pas devenir inviſibles pendant des années entieres (941), & faire leurs révolutions toutes dans le même intervalle de temps.

Galilée, qui n'étoit point attaché au ſyſtême de l'incorruptibilité des cieux, penſa que les taches du ſoleil étoient une eſpece de fumée, de nuage, ou d'écume qui ſe formoit à la ſurface du ſoleil, & qui nageoit ſur un océan de matiere ſubtile & fluide ; Hévélius étoit auſſi de cet avis (*Selen. pag.* 83), & il réfute fort au long à cette occaſion le ſyſtême de l'incorruptibilité des cieux.

944. Mais il me paroît évident que ſi ces taches étoient auſſi mobiles que le ſuppoſent Galilée & Hévélius, elles ne ſeroient point auſſi régulieres qu'elles le ſont dans leur cours ; d'ailleurs la force centrifuge qui produit la rotation du ſoleil, les porteroit toutes vers un même endroit, au lieu que nous les voyons, tantôt aux environs de l'équateur ſolaire, tantôt du côté des poles ; enfin elles reparoiſſent quelquefois précisément au même point où elles avoient diſparu ; ainſi je trouve beaucoup plus probable le ſentiment de M. de la Hire (*Hiſt. Acad.* 1700, *pag.* 118. *Mém.* 1702, *pag.* 138). Il penſe que les taches du ſoleil ne ſont que les éminences d'une maſſe ſolide, opaque, irréguliere, qui nage dans la matiere fluide du ſoleil & s'y plonge quelquefois en entier. Peut-être auſſi ce corps opaque n'eſt que la maſſe du ſoleil recouverte communément par le fluide igné, & qui par le flux & le reflux de ce fluide ſe montre quelquefois à la ſurface, & fait voir quelques-unes de ſes éminences. On explique par-là d'où vient que l'on voit ces taches ſous tant de figures différentes pendant qu'elles paroiſſent, & pourquoi après avoir diſparu pendant pluſieurs révolutions elles reparoiſſent de nouveau à la même place qu'elles devroient avoir ſi elles euſſent continué de ſe montrer. On explique par-là les facules, & cette nébuloſité blanchâtre dont les taches ſont toujours environnées & qui

ſont les parties du corps ſolide ſur lequel il ne reſte plus qu'une très petite couche de ce fluide. Cependant M. de la Hire penſoit d'après quelques obſervations qu'il falloit admettre pluſieurs de ces corps opaques dans le ſoleil, ou ſuppoſer que la partie noire pouvoit ſe diviſer & enſuite ſe réunir.

De l'Equateur ſolaire, & de la Rotation du Soleil.

945. Les taches du ſoleil ont fait connoître que le ſoleil tournoit ſur lui-même autour de deux points, qu'on doit appeller les poles du ſoleil. Le cercle du globe ſolaire qui eſt à la même diſtance des deux poles (15) s'appellera l'équateur ſolaire; c'eſt par le mouvement apparent des taches qu'on déterminera la ſituation de cet équateur, c'eſt-à-dire, ſon inclinaiſon & ſes nœuds ſur l'écliptique, nous allons expliquer ſa méthode.

946. La maniere d'obſerver les taches du ſoleil eſt la même que pour les paſſages de Vénus; on y emploie le quart-de-cercle ou le réticule. Scheiner & Hévélius recevoient l'image du ſoleil dans une chambre obſcure au travers d'une lunette. Nous préférons aujourd'hui de regarder directement le ſoleil, & de déterminer la différence de hauteur & d'azimut ou la différence d'aſcenſion droite & de déclinaiſon entre la tache & le centre du ſoleil, pour en déduire la différence de longitude & de latitude à laquelle il faut toujours en venir. Soit *D* (*fig.* 111) une tache, ou le diſque de Vénus, *NM* le diametre vertical du ſoleil: quand on a obſervé le paſſage du bord du ſoleil & de la tache par un fil vertical *PB*, ou *HD*, on a la différence horizontale *DB* & par conſéquent *DE*; les paſſages à un fil horizontal *MG*, *EB*, nous donnent la différence de hauteur *DG* & par conſéquent *CE*; dans le triangle *CED* l'on trouve l'angle *ECD* & le côté *CD*. L'angle du vertical avec le cercle de latitude *LCI*, ou l'angle *MCI* étant retranché de l'Angle *ECD* il reſte l'angle de conjonction *DCK*, & connoiſſant *CD* avec l'angle adjacent il eſt facile de trou-

ver la latitude *CK* de la tache & la différence de longitude *KD* entre le soleil & la tache.

947. Quand on aura observé plusieurs jours de suite (946) la différence de longitude & de latitude entre la tache & le centre du soleil, on les rapportera sur un carton, pour juger de leur progrès; soit *S* (*fig.* 114) le centre du disque solaire; *SE* une portion de l'écliptique, *M* une tache, *ML* la différence de latitude entre le soleil & la tache; *X*, *V*, *M*, *O*, les positions successives de la tache sur son parallele apparent *RO*, l'on verra facilement que ces positions forment à peu près une ellipse, si ce n'est vers le commencement de juin & de décembre où cette ellipse se réduit à une ligne droite.

948. L'ouverture apparente des ellipses que décrivent les taches du soleil est proportionnelle à l'inclinaison du rayon visuel, ou à l'élévation de la terre au dessus du plan de l'équateur solaire, & cette élévation doit se mesurer au centre du soleil; soit *S* le centre du soleil (*fig.* 115), *EAQV* le plan de l'équateur solaire, *ST* la ligne dirigée vers la terre qui est toujours dans le plan de l'écliptique, & qu'il faut concevoir relevée au dessus de la figure; l'angle *TSV* est l'élévation de notre œil au dessus du plan de l'équateur solaire; c'est l'obliquité sous laquelle nous voyons ce cercle équatorial; & le sinus de cet angle sera le petit axe de l'ellipse, le grand axe étant le sinus total (674). Ainsi en voyant que le petit axe de ces ellipses est $\frac{13}{100}$ de leur grand axe, au temps où elles sont les plus ouvertes, c'est-à dire, au commencement de mars & de septembre, on en peut conclure que l'équateur du soleil n'est jamais incliné à notre œil de plus de $7^{\circ}\frac{1}{2}$. L'angle *TSV* est la latitude héliocentrique de la terre par rapport à l'équateur du soleil; l'argument de cette latitude est la distance de la terre au nœud de l'équateur solaire, ou au 10e degré du Sagittaire (939). Pour trouver en tout temps l'ouverture des ellipses que décriront les taches, il suffit de multiplier le sinus de $7^{\circ}\frac{1}{2}$ par les sinus de la distance de la terre ou du soleil à l'un des nœuds.

949. La regle précédente, pour trouver l'ouverture de ces ellipses, suppose que la terre soit immobile pendant la durée de l'apparition d'une tache; mais le mouvement de la terre rend le grand axe en apparence plus long, ou plutôt il empêche que la trace ne soit réellement une ellipse; & les regles précédentes ne sont exactes qu'après qu'on a réduit les observations à ce qu'elles donneroient si la terre ou le soleil eussent été immobiles pendant l'intervalle de ces observations. En effet, la terre qui s'éleve continuellement au dessus du plan de l'équateur solaire, ne permet pas que le cercle décrit par la tache paroisse jamais exactement sous la forme de la ligne droite, ni de l'ellipse qui auroit lieu si la terre étoit immobile, ou du moins c'est une ellipse qui change tous les jours de forme; ainsi cette trace apparente, ou cette courbe décrite sur un carton ne nous sert qu'à reconnoître le progrès ou l'exactitude des observations, & à nous conduire dans le calcul.

850. La différence de longitude *SL* (*fig.* 114), & la différence de latitude *LM* étant connues (946), on en déduira la ligne *SM*, & l'angle *LSM*; cette ligne droite *SM* prise sur le disque apparent du soleil est la projection ou le sinus d'un arc du globe solaire dont le centre est au centre *S* de ce globe; tout ainsi que nous avons vu dans le calcul des éclipses de soleil que les arcs de la circonférence de la terre projetés sur un plan devenoient égaux à leurs sinus (672). Pour connoître l'arc du globe du soleil qui répond à la ligne droite *SM*, ou l'arc de distance, on fera cette proportion, le rayon du soleil réduit en secondes est au cosinus du demi-diametre du soleil, comme la longueur *SM*, est au sinus de l'arc qui lui répond, & l'on aura l'arc ou l'angle sous lequel un observateur situé au centre du soleil verroit la tache *M* éloignée de la terre; car la terre paroît répondre au point *S*; ou au pole même du cercle *AROBD*, qui est le limbe du soleil vu de la terre.

951. Pour sentir la vérité de la regle précédente, il faut considérer le rayon *TG* (*fig.* 116) qui touche le disque solaire en *G*, & forme avec *CAT* l'angle du demi-diametre

apparent *CTG*; si cet angle est de 15', l'angle *TCG* est de 89° 45', & c'est exactement la perpendiculaire *GH* ou le sinus de 89° 45' qui répond à 15' ou à 900"; ainsi il faudra dire, 900" est au sinus de 89° 45', comme le nombre de secondes observé pour une distance *BE* est au sinus des degrés & minutes de l'arc *AB* qui lui répond.

952. Nous pouvons actuellement déterminer la longitude héliocentrique de la tache, & sa latitude vue du soleil. Soit *P* & *E* (*fig.* 117) les poles de l'écliptique sur le globe du soleil, *PREK* le grand cercle qui sépare l'hémisphere tourné vers la terre de l'hémisphere opposé; *T* le point du globe solaire où répond la terre, c'est-à-dire, le point qui a la terre à son zénith, ou qui nous paroît répondre au centre même du disque solaire, *M* le point où est la tache, *TM* l'arc de distance déterminé par le calcul précédent (950); l'angle *MTP* formé par le cercle de latitude *PT* & par le cercle *TM* qui joint le lieu de la terre avec celui de la tache, est composé d'un angle droit *PTL*, & de l'angle sphérique *LTM* qui est le même que l'angle plan *LSM* de la figure 114, déterminé par observation (950). Dans le triangle sphérique *MTP* formé sur la convexité du globe solaire, l'on connoît *PT* qui est toujours de 90°, *TM* qui est l'arc de distance, & l'angle *PTM*: on cherchera l'angle *TPM* au pole de l'écliptique, c'est la différence de longitude entre le lieu de la terre & le lieu de la tache qui répond au point *L* de l'écliptique; l'on trouvera aussi *PM* qui est la distance de la tache au pole boréal de l'écliptique, & l'on aura la latitude héliocentrique *LM* de cette tache.

953. On ajoutera la différence de longitude trouvée avec la longitude de la terre (c'est-à-dire, celle du soleil augmentée de 6 signes); si le point *L* est réellement à la droite ou à l'occident du centre du soleil (*fig.* 114 & 117; on la retranchera si la tache est dans la partie orientale du soleil, c'est-à-dire, si elle n'a pas encore passé sa conjonction apparente, & l'on aura la longitude de la tache, vue du centre du soleil, c'est-à-dire, le point de l'écliptique, où

un observateur situé au centre du soleil verroit répondre cette tache.

954. Lorsque par cette méthode on a déterminé trois positions de la tache vue du soleil, on connoît par longitudes & latitudes 3 points *X*, *V*, *M*, (*fig.* 117) d'un petit cercle *RXVM*, qui est parallele à l'équateur solaire, on peut déterminer le pole de ce petit cercle; & c'est aussi le pole de l'équateur solaire *GHK*, auquel le cercle *MR* est parallele.

955. Si la longitude héliocentrique d'une tache étoit la même dans les trois observations; ce seroit une preuve que le soleil ne tourne point sur son axe; car le centre du soleil ne peut voir une tache répondre toujours au même point du ciel, si cette tache est entraînée par la circonférence du soleil; la longitude héliocentrique d'une tache que nous venons de déterminer (952) ne change donc que par le mouvement du soleil; mais elle ne change pas uniformément, parce que l'écliptique, sur laquelle nous comptons les longitudes, n'est pas l'équateur même du soleil, autour duquel se fait le mouvement du soleil, & sur lequel on a des progrès uniformes.

956. Si la latitude héliocentrique d'une tache dans les trois observations étoit constante, tandis que la longitude change, on seroit assuré que la tache tourne parallelement à l'écliptique, c'est à-dire, autour des poles mêmes de l'écliptique, qui dans ce cas seroit confondue avec l'équateur du soleil.

957. Mais si la longitude & la latitude de la tache changent tout à la fois; c'est une preuve que la tache décrit un parallele à quelqu'autre cercle de l'écliptique; d'où il suit que l'équateur du soleil est incliné sur l'écliptique.

958. Si nous avons une suite d'observations d'une tache pendant une demi-révolution autour du soleil dans le temps où le soleil est dans les nœuds de son équateur, nous verrons cette tache à sa plus grande & à sa plus petite latitude; la différence de ces deux latitudes donnera le double de l'inclinaison de l'équateur solaire; car soit *AB* (*fig.* 114) le

diametre de l'équateur solaire, *KE* l'écliptique, *RO* le parallele de la tache, les latitudes *OE* & *KR* de cette tache (quand elle est sur le cercle *AROE* de ses plus grandes latitudes) different entr'elles du double de *EB*, c'est-à-dire, du double de l'inclinaison de l'équateur solaire, puisque dans l'une des observations, la latitude *EO* de la tache est plus grande que *BO* de la quantité *BE*, & que dans l'autre observation la latitude *KR* est au contraire plus petite que *AR* ou *BO* de la même quantité *AK*=*EB*.

C'est ainsi que nous trouverons l'inclinaison de l'équateur lunaire, parce que les taches de la lune peuvent s'observer pendant toute la durée d'une rotation lunaire. Mais comme nous voyons rarement les taches du soleil pendant une moitié de leur révolution, nous ne pouvons pas avoir immédiatement l'inclinaison de l'équateur solaire par les deux latitudes extrêmes; on la déduit de l'inégalité des trois latitudes observées.

959. Il y a plusieurs méthodes directes pour y parvenir, mais il est évident qu'on peut très-bien se passer de ces méthodes, en faisant quelques fausses suppositions sur le lieu du nœud & sur l'inclinaison de l'équateur, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à une supposition qui donne exactement les trois longitudes héliocentriques & deux des latitudes déduites des observations. On trouve par ce moyen que le nœud de l'équateur solaire est à $2^s\ 10^\circ$ de longitude, que l'inclinaison de cet équateur sur l'écliptique est d'environ 7°, & que sa rotation véritable est de $25^j\ 4^h\ 8'$; ce qui fait que les taches du soleil reviennent, par rapport à nous, au même point du disque solaire en $27^j\ 12^h\ 20'$.

L'équateur solaire paroît accompagné d'un athmosphere très-vaste qu'on observe sous le nom de lumiere zodiacale (297).

De la Rotation lunaire, & de la Libration.

960. La lune présente toujours à la terre à peu près la même face; mais nous sommes au dedans de son orbite; si nous étions placés à une très-grande distance au delà de

l'orbite lunaire, nous verrions successivement tous les points de sa circonférence ; d'où il suit que la lune tourne sur son axe, & qu'elle a un mouvement de rotation.

961. Il paroît que ce mouvement de rotation est uniforme : & comme le mouvement de révolution ne l'est pas, il en résulte une *libration* ou un petit changement de 7 à 8 degrés dans la partie visible du disque lunaire, & cette différence va quelquefois à un huitieme de la largeur du disque de la lune.

Galilée qui le premier observa les taches de la lune après la découverte des lunettes, (*Nuncius Sydereus* 1610), fut aussi le premier qui remarqua la libration de la lune. Il comprit dès-lors qu'il y avoit une libration en latitude qui vient de l'inclinaison de l'orbite lunaire & du parallélisme constant de son axe : je commence donc par l'explication de celle-ci, comme la premiere dont l'inventeur ait parlé. Il observa que des deux taches de la lune appellées *Grimaldi* & *mer des Crises* dans les figures du disque lunaire, l'une se rapprochoit du bord de la lune quand l'autre s'éloignoit du bord opposé vers lequel elle est située.

962. Supposons, pour l'expliquer, que la lune présente toujours la même face au même point du ciel, & qu'un de ses diametres, que nous appellerons l'*axe de la lune*, soit toujours incliné de 2° sur l'écliptique. Soit *T* la terre (*fig.* 118), *TE* le plan de l'écliptique, *TC* une ligne inclinée de 2° sur l'écliptique, *L* le centre de la lune dont l'axe *ILK* soit perpendiculaire à *TC*; lorsque la latitude de la lune ou l'angle *LTE* est de 5°, l'angle *LTC* est de 3° aussi-bien que l'angle *GLD*, & une tache située en *G*, sur l'équateur lunaire paroît éloignée du centre apparent *D* de la lune, de 3° ou de $\frac{1}{19}$ du rayon de la lune ; mais 14 jours après quand la lune *M* a 5° de latitude australe, l'angle *ETM* étant de 5° & l'angle *CTM* de 7°, la tache qui étoit en *G* se trouve en *Q*, & sa distance *FQ* au centre apparent *F* de la lune est l'arc *FQ* égal à l'angle *CTM*, = 7° ; ainsi la tache située dans l'équateur paroît à 7° au midi du centre apparent *F* de la lune, tandis qu'au-

paravant

paravant elle paroissoit 3° plus au nord ; donc la tache de la lune paroît de 10° plus au midi, ou plus près du bord méridional de la lune, que lorsque la latitude étoit septentrionale en *L*. Cela suppose que la ligne *TC*, à laquelle l'axe est perpendiculaire soit immobile, ou que l'axe *IK* soit toujours paralelle à lui-même : nous verrons bientôt qu'il a un mouvement (967) ; mais il n'est pas sensible en 14 jours.

963. La cause de la libration en latitude se trouvant ainsi expliquée, il ne me reste qu'à expliquer aussi la libration en longitude par l'inégalité du mouvement de la lune dans son orbite. Ce fut Riccioli qui parla le premier en 1651 de cette hypothese. « La troisieme hypothese, dit-il, seroit » fondée sur l'excentricité de la lune, si nous imaginions que „ la lune présente toujours la même face, non à la terre, „ mais au centre de l'excentrique, en sorte que la ligne me- „ née du centre du globe lunaire au centre de l'excentrique „ qu'elle parcourt, passeroit toujours par le même point du „ globe lunaire „. Cette hypothese fut employée par Hévélius qui l'avoit imaginée, dit-il, en 1648 ; Newton & Cassini l'adopterent également, & je vais l'expliquer en peu de mots.

964. Suivant la théorie du mouvement elliptique, le foyer supérieur *F* de l'orbite lunaire *ALP* (*fig.* 119), est celui autour duquel la lune a un mouvement presque uniforme (495) : si donc la rotation de la lune est aussi uniforme, comme le prouve l'observation, la lune après le quart de la durée de sa révolution, présentera au foyer *F* le point *B* de sa surface, qui dans l'apogée *A*, étoit dirigé suivant *AFT*, & par conséquent vers la terre ; mais dans cette position du rayon *LBF*, l'angle *FLT* étant de 6 ou 7°, le point *C* de la lune qui est dirigé vers la terre & qui forme le centre apparent de la lune, est différent du point *B*, de 7° de la circonférence de la lune ; ainsi la tache qui est en *B* (& qui paroissoit au centre apparent du disque lunaire quand la lune étoit apogée), en paroîtra loignée de 7°, ou d'environ une huitieme partie du rayon

de la lune du côté de l'occident ; c'est ce que l'on observe réellement ; on en conclut que la durée de la rotation de la lune est uniforme, & égale à celle de sa révolution, sans participer aux inégalités de celle-ci.

965. Il n'est pas aisé de comprendre la raison de cette parfaite égalité entre les durées de la rotation & de la révolution de la lune. Newton ayant trouvé par l'attraction de la terre sur la lune, que le diametre de la lune dirigé vers la terre doit surpasser de 280 pieds, les diametres perpendiculaires à notre rayon visuel, en conclut que le plus grand diametre doit être toujours à peu près dirigé vers la terre ; & il est vrai que l'équateur lunaire doit être en effet alongé dans le sens du diametre qui va de la lune à la terre, parce que l'attraction de la terre est plus grande sur les parties qui en sont les plus voisines.

D'un autre côté, la rotation de la lune autour de son axe, doit en faire un sphéroïde applati par les poles, & rendre les méridiens elliptiques ; ainsi dans la lune, les méridiens, l'équateur & les paralleles doivent être des ellipses ; & le corps de la lune doit être, pour ainsi dire, comme un œuf qu'on auroit applati par les côtés, indépendamment de son alongement naturel.

966. M. de la Grange, dans la piece qui a remporté le prix de l'Académie en 1764, suppose avec Newton que la lune est un sphéroïde alongé vers la terre, & il trouve que cette planete doit faire autour de son axe une espece de balancement ou d'oscillation, par lequel sa vîtesse de rotation est tantôt accélérée, tantôt retardée ; qu'alors la lune doit nous montrer toujours à peu-près la même face, quoiqu'elle ait pu recevoir dans le principe une rotation dont la durée ne seroit point, par elle seule, égale à celle de la révolution. Il fait voir aussi que la figure de la lune peut être telle que la précession de ses points équinoxiaux, ou la rétrogradation des nœuds de l'équateur lunaire, soit à peu près égale au mouvement rétrograde des nœuds de l'orbite lunaire, ainsi que les observations le prouvent.

967. On détermine les nœuds & l'inclinaison de l'équa-

teur lunaire par trois observations d'une tache, de la même maniere que nous l'avons expliquée pour l'équateur solaire (959). C'est au centre de la lune qu'il faut réduire les longitudes des taches, & choisir pour déterminer l'inclinaison de l'équateur lunaire les temps où les taches sont le plus au nord ou au midi. On a trouvé par ce moyen l'inclinaison de deux degrés, & l'on a reconnu que le nœud de l'équateur lunaire est toujours sensiblement d'accord avec le nœud de l'orbite lunaire sur l'écliptique.

968. Je terminerai ce qui concerne la sélénographie, en disant un mot de la hauteur des montagnes de la lune. Hévélius observa des sommets de montagnes dans la lune, qui étoient quelquefois éclairés, quoiqu'éloignés de la ligne de lumiere de la treizieme partie du rayon de la lune; de là on peut conclure que ces montagnes ont de hauteur la 338e partie du rayon lunaire, ou une lieue de France. En effet, soit *BM* (*fig.* 120), le rayon solaire qui éclaire la lune en quadrature, *BE* le côté éclairé, *BH* le côté obscur, *HM* une montagne lunaire; quand le rayon *BM* commencera à éclairer le sommet *M*, si l'on connoît le côté *TB* & le côté $BM = \frac{1}{13}$ du rayon *TB*, il est aisé de résoudre le triangle *TBM* & de trouver *TM*, dont l'excès sur le rayon est *HM*. Le rayon de la lune est $\frac{3}{11}$ de celui de la terre, qui lui-même est de 3281000 toises; avec ces données on trouve *HM* de 2643 toises, c'est-à-dire, plus d'une lieue commune.

969. Galilée supposoit cette hauteur encore plus grande, car il disoit avoir observé la distance *BM* des points lumineux de $\frac{1}{10}$ du rayon de la lune; mais on doit préférer à cet égard les observations d'Hévélius qui ont été plus répétées, plus détaillées & plus exactes.

De la Rotation & de la figure des autres Planetes.

970. La rotation du soleil & celle de la lune sont les plus faciles à observer, mais les autres planetes ont aussi donné matiere à de semblables observations. M. Cassini

ayant remarqué des taches dans Vénus, jugea que cette planete tournoit sur son axe, dans l'espace de 13 heures; mais la durée de cette rotation n'est point aussi facile à observer que celle de Jupiter, que l'on voit distinctement tourner sur son axe en 9 heures 56′. Il paroît que l'équateur de Jupiter n'est incliné que de 2 ou 3° sur l'orbite de cette planete, à peu près comme celle des satellites. L'applatissement de Jupiter est très-sensible, son axe est plus petit que le diametre de son équateur de $\frac{1}{14}$, & c'est une suite naturelle de la force centrifuge qui naît d'une rotation aussi rapide.

La rotation de Mars observée par M. Cassini en 1666 lui parut être de 24 heures 40′.

La rotation de Mercure & de Saturne ne peut s'observer, l'un est trop près du soleil pour que l'on puisse en distinguer les taches; l'autre est trop éloigné de nous.

971. Les phases de Saturne sont une des choses les plus singulieres que l'on ait observées dans le ciel; quelquefois il paroît tout rond, & quelquefois on y distingue deux anses; les Astronomes disputerent long-temps sur ces singulieres apparences, jusqu'à ce que M. Huygens en 1659 en donna l'explication.

Saturne est environné d'un anneau fort mince, presque plan concentrique à Saturne, également éloigné dans tous ses points; il est soutenu par la pesanteur naturelle & simultanée de toutes ses parties, tout ainsi qu'un pont qui seroit assez vaste pour environner toute la terre, se soutiendroit sans piliers.

972. Le diametre *AB* de l'anneau de Saturne (*fig.* 121) est à celui du globe de Saturne *CD*, comme 7 est à 3, suivant les mesures de M. Pound; l'espace *E* qu'il y a entre le globe & l'anneau est égal à peu près à la largeur de l'anneau; ou tant soit peu plus grand, suivant M. Huygens, ainsi la largeur de l'anneau est à peu près $\frac{1}{3}$ du diametre de Saturne, aussi bien que les espaces vuides & obscurs *E*, que l'on voit entre le globe & les anses. Il est incliné sur l'écliptique de 31° 23′, & il la coupe à 5ˢ 17° de longitude,

973. L'anneau de Saturne disparoît quelquefois, & il y a trois causes qui peuvent occasionner cette phase ronde. Lorsque Saturne est vers le 20e degré de la Vierge & des Poissons, le plan de son anneau se trouve dirigé vers le centre du soleil; & ne reçoit de lumiere que sur son épaisseur, qui n'est pas assez considérable pour être apperçue de si loin; Saturne alors paroît rond & sans anneau, cela doit arriver vers le 22 du mois d'octobre de cette année 1773; dans ce cas là, on distingue une bande obscure qui traverse Saturne par le milieu, & qui est formée par l'ombre de l'anneau sur son disque. Cette disparition dure environ un mois.

974. L'anneau de Saturne disparoît encore lorsque le plan de l'anneau passe par notre œil, étant dirigé vers la terre; nous ne voyons alors que son épaisseur qui est trop petite, ou qui réfléchit trop peu de lumiere pour que nous puissions l'appercevoir; enfin cet anneau peut disparoître lorsque son plan passe entre le soleil & nous; car alors la surface éclairée n'est point tournée vers nous; tant que Saturne est entre $11^s 20^\circ$ & $5^s 20^\circ$ de longitude, le soleil éclaire la surface méridionale de l'anneau: si la terre est alors élevée sur la surface septentrionale, elle ne peut voir la lumiere de l'anneau, & ce sera un des temps de la phase ronde; ainsi l'on peut voir disparoître les anses deux fois dans la même année & les voir reparoître deux fois, comme on l'a véritablement observé. (*Mém. Acad.* 1715).

975. Par exemple, en 1773 la terre doit se trouver le 10 octobre dans le plan de l'anneau, & nous cesserons de l'appercevoir, même 8 jours auparavant. Nous ne le reverrons ensuite que le 23 janvier 1774, le soleil ayant passé à son tour au nord de l'anneau dès le 8; car il lui faut à peu près 15 jours pour que le soleil étant assez élevé sur le plan de l'anneau y répande une lumiere suffisante, & que nous puissions l'appercevoir; mais comme Saturne sera en conjonction avec le soleil le 8 septembre; il sera difficile de bien observer la premiere

disparition le 24 mars, la terre revenant vers le plan de l'anneau il disparoîtra pour la seconde fois jusqu'au 11 juillet que la terre dépassera de nouveau le même plan, après quoi cet anneau ne disparoîtra plus pendant 15 ans. J'en ai donné les preuves & les calculs, qui ont paru dans les *Mém. de l'Acad.* pour 1773.

De la pluralité des Mondes.

976. La ressemblance que l'on a vue entre les planetes & la terre dans le cours de ce livre, a fait croire aux plus grands Philosophes que les planetes étoient destinées à recevoir des êtres vivants comme nous, & qu'elles étoient habitées. La pluralité des mondes se trouvoit déja dans les Orphiques, ces anciennes poésies Grecques attribuées à Orphée (Plut. *de Plac. phil.* L. 2, *c.* 13), les Pythagoriciens, tels que Philolaüs, Nicétas, Héraclides, enseignoient que les astres étoient autant de mondes (Plut. L. 2, *c.*13 & 30), Achilles Tatius, *Isag. ad Arati phœn. c.* 10. Diog. Laërt. *in Emped.*). Plusieurs anciens Philosophes admettoient même une infinité de mondes hors de la portée de nos yeux. Epicure, Lucrece (*L.* 2, *v.* 1069), tous les Epicuriens étoient du même sentiment; & Métrodore trouvoit qu'il étoit aussi absurde de ne mettre qu'un seul monde dans le vide infini, que de dire qu'il ne pouvoit croître qu'un seul épi de bled dans une vaste campagne (Plut. *L.* 1, *c.* 5): Xénophanes, Zénon d'Elée, Anaximenes, Anaximandre, Leucippe, Démocrite, le soutenoient de même. Enfin il y avoit aussi des Philosophes qui en admettant que notre monde étoit unique, donnoient des habitants à la lune; tels étoit Anaxagore (Macrob. *Somn. Scip. L.* 1, *c.* 11), Xénophanes (Cic. *Ac. qu. L.* 4); Lucien (Plutarque *de Oracul. defectu*; *de facie in orbe lunæ*). On peut voir une liste beaucoup plus ample de ces opinions des Anciens sur la pluralité des mondes, dans Fabricius (*Bibliot. Gr. tom.* 1, *c.* 20), & dans le Mémoire de M. Bonamy, (*Acad. des inscr. tom.* IX). Hévélius

appelle les habitants de la lune *Selenitæ*, & il examine tous les phénomenes qui s'obſervent dans leur planete (*Selenogr.* p. 294), à l'exemple de Képler (*Aſtron. lunaris*).

977. La pluralité des mondes fut enſuite ornée par M. de Fontenelle de toutes les graces & de tout l'eſprit qu'on peut mettre dans des conjectures phyſiques ; M. Huygens (mort en 1695 ; dans ſon livre intitulé : *Coſmotheoros*, diſſerta auſſi fort au long ſur cette matiere. En effet, la reſſemblance y eſt ſi parfaite entre la terre & les autres planetes, que ſi nous ſuppoſons la terre faite pour être habitée, nous ne pouvons douter que les planetes ne le ſoient également ; & ſi nous concevons quelque rapport néceſſaire entre l'exiſtence du globe terreſtre & celle des hommes, nous ſommes forcés de l'étendre aux planetes ; celui qui voudroit s'y refuſer ſeroit auſſi inconſéquent que celui qui dans un troupeau de moutons auroit vu les uns avoir des entrailles d'animaux, & croiroit que les autres peuvent ne contenir que des pierres.

978. Nous voyons ſix planetes autour du ſoleil, la terre eſt la troiſieme ; elles tournent toutes les ſix dans des orbites elliptiques ; elles ont un mouvement de rotation comme la terre ; elles ont comme elle, des taches, des inégalités, des montagnes ; il y en a trois qui ont des ſatellites, & la terre en eſt une ; Jupiter eſt applati comme la terre ; enfin, il n'y a pas un ſeul caractere viſible de reſſemblance qui ne s'obſerve réellement entre les planetes & la terre : eſt-il poſſible de ſuppoſer que l'exiſtence des êtres vivants & penſants ſoit reſtrainte à la terre ; ſur quoi ſeroit fondé ce privilege, ſi ce n'eſt peut être ſur l'imagination étroite & timide de ceux qui ne peuvent s'élever au delà des objets de leurs ſenſations immédiates ? Ce que je dis des ſix planetes qui tournent autour du ſoleil, s'étendra naturellement à tous les ſyſtêmes planétaires qui environnent les étoiles ; chaque étoile paroît être, comme le ſoleil, un corps lumineux & immobile : ſi le ſoleil eſt fait pour retenir & éclairer les planetes qui l'environnent, on doit préſumer la même choſe des étoiles ; & ſi l'on ſup-

poſé que l'exiſtence des habitants de la terre ait quelque rapport néceſſaire avec celle du globe terreſtre, on doit ſuppoſer des habitants dans les autres planetes.

979. Il y a eu des écrivains auſſi timides que religieux, qui ont réprouvé ce ſyſtême comme contraire à la Religion ; c'étoit mal ſoutenir la gloire du Créateur : ſi l'étendue de ſes ouvrages annonce ſa puiſſance, peut-on en donner une idée plus magnifique & plus ſublime? Nous voyons à la vue ſimple, pluſieurs milliers d'étoiles ; il n'y a aucune région du ciel où une lunette ordinaire n'en faſſe voir preſque autant que l'œil en diſtingue dans tout un hémiſphere ; quand nous paſſons à de grands téleſcopes, nous découvrons un nouvel ordre de choſes, & une autre multitude d'étoiles qu'on ne ſoupçonnoit pas avec les lunettes ; & plus les inſtruments ſont parfaits, plus cette infinité de nouveaux mondes ſe multiplie & s'étend : l'idée perce au-delà du téleſcope, & découvre une nouvelle multitude de mondes, infiniment plus grande que celle dont nos foibles yeux appercevoient la trace ; l'imagination va plus loin, elle cherche inutilement des bornes ; quel étonnant ſpectacle!



LIVRE XII.

De la Pesanteur, ou de l'Attraction des Planetes.

LA pesanteur est cette force que nous éprouvons à chaque instant, par laquelle tous les corps tiennent au globe de la terre, & y retombent d'eux-mêmes aussi-tôt qu'on les en éloigne & qu'ils sont libres.

980. Cette pesanteur est l'effet d'une force universelle répandue dans toute la Nature, & qui réside dans tous les corps aussi-bien que dans le globe de la terre, comme nous le démontrerons bientôt (989); mais il faut commencer par examiner ses effets sur la terre, avant de la considérer dans le reste de l'univers.

981. Le premier phénomene qu'on observe dans la pesanteur des corps terrestres, c'est la vîtesse avec laquelle ils tombent vers la terre; tous les corps, grands ou petits, quels que soient leur étendue, leur volume, leur densité & leur masse, commencent à tomber avec une vîtesse de 15 pieds par seconde (ou plus exactement 15,0515 sous l'équateur): mais après avoir parcouru 15 pieds dans la premiere seconde de temps, ils en parcourent trois fois autant dans la suivante, cinq fois autant dans la troisieme; les espaces parcourus sont comme les nombres impairs, 1, 3, 5, 7, 9, &c. Galilée reconnut le premier cette loi, confirmée ensuite par toutes les expériences.

982. De là il résulte évidemment que les espaces parcourus sont comme les carrés des temps; car le corps qui n'avoit parcouru qu'une perche à la fin de la premiere seconde, se trouve en avoir parcouru quatre au bout de deux secondes, neuf après trois secondes, seize, &c. donc les espaces parcourus dans la chûte des corps sont comme

les carrés 1, 4, 9, 16 des temps 1, 2, 3, 4, que la chûte a duré.

983. Ce fait qui eſt prouvé par expérience eſt indiqué par la nature même de la choſe; la gravité étant une force continue, agit ſans interruption ſur le corps qui y eſt ſoumis pendant la durée de ſa chûte; dès-lors les eſpaces qu'elle lui fait parcourir doivent être comme les carrés des temps. En effet, exprimons les inſtants que dure la chûte par les portions d'une ligne *BK* (*fig.* 122), croiſſante également, & diviſée en parties égales *BG*, *GM*; les vîteſſes du corps qui tombe croiſſent dans la même proportion, puiſque à chaque inſtant il ſurvient un nouveau degré de vîteſſe égal au précédent, qui ne le détruit point; mais qui ſe joint avec lui; ces vîteſſes peuvent donc s'exprimer légitimement par les ordonnées *GH*, *KL*, du triangle, puiſque ces ordonnées croiſſent uniformément, ou comme les temps *BG*, *BK*. Les eſpaces parcourus à chaque inſtant doivent être d'autant plus grands que l'inſtant eſt plus long & la vîteſſe plus grande; mais puiſque les inſtants ſont exprimés par *BG* ou *BK*, & les vîteſſes par *GH* ou par *KL*, la valeur abſolue des eſpaces parcourus pourra être exprimée par le produit des lignes *BG* & *GH*, ou par celui des lignes *BK* & *KL*, c'eſt-à-dire, dans chaque cas par la ſurface du triangle; mais la ſurface du petit triangle eſt à celle du grand, comme le carré de *BG* eſt à celui de *BK*; donc les eſpaces parcourus ſont comme les carrés des temps.

984. Les eſpaces étant comme les carrés des temps, & les vîteſſes comme les temps pendant leſquels elles ont été acquiſes, les eſpaces ſont comme les carrés des vîteſſes; donc les vîteſſes ſont comme les racines des eſpaces parcourus, c'eſt-à-dire, des hauteurs d'où les graves doivent tomber pour acquérir ces vîteſſes. On peut dire également que les vîteſſes ſont comme les racines des hauteurs doubles, c'eſt-à-dire, des eſpaces qui ſeroient parcourus uniformément avec les mêmes vîteſſes acquiſes.

985. On doit étendre cette proposition à toute force attractive constante, c'est-à-dire, à toute force qui agit uniformément, constamment, & sans interruption; les espaces parcourus sont nécessairement alors comme les carrés des temps; on fait souvent usage de cette remarque, on suppose toujours que si f est la force, dt le petit intervalle de temps, & de le petit espace, on doit avoir $fdt^2 = de$; ainsi pour comparer la force d'une planete quelconque avec la force que la terre exerce sur les corps graves, f étant supposée la force accélératrice d'une autre planete, comme la lune, en sorte que f soit $\frac{1}{70}$ de la force de la terre, à pareille distance, & dt un nombre de secondes comme 4″, on aura l'espace que cette force f feroit parcourir en 4″ égal à $fdt^2 = \frac{1}{70}.16$, ou $\frac{16}{70}$ des 15 pieds que la terre fait parcourir aux corps terrestres (981). Si la force n'est pas constante & uniforme, l'augmentation de la vîtesse est à chaque moment en raison composée de la force, & du temps pendant lequel cette force s'exerce.

986. De ce que toutes les forces accélératrices constantes font parcourir des espaces qui sont comme les carrés des temps, j'ai aussi conclu que les équations séculaires doivent être comme les carrés des temps (455), & cela suit des mêmes raisonnements; car si la cause agit toujours également, & que son effet ne soit jamais détruit, cet effet croîtra comme les carrés des temps.

987. La même loi s'observe dans les mouvements célestes: une planete ne se meut dans une orbite, que parce qu'elle est sans cesse retenue par une force centrale, (479 & suiv.); aussi l'écart de la tangente, ou la petite ligne AB (*fig.* 123) qui marque l'effet de la force centrale, & la quantité dont cette force retire la planete du mouvement rectiligne PA est comme le carré des temps, qui sont exprimés par les petits arcs décrits, tels que PB; c'est ce que nous allons démontrer dans le lemme suivant.

988. Le sinus verse AE (*fig.* 124), d'un arc infiniment petit AP est égal à $\frac{AP^2}{AD}$; car par la propriété connue du cercle, $EP^2 = AE.ED$; donc $AR = \frac{EP^2}{ED}$, mais ED ou $ED + EA$, c'est-à-dire, AD sont absolument la même chose, puisque AE est infiniment petit; donc $AE = \frac{EP^2}{ED}$. A la place de EP nous pouvons mettre l'arc AP

qui n'en differe que d'un infiniment petit du troisieme ordre;
donc nous aurons $AE = \frac{AP^2}{DA}$; c'est-à-dire, que les sinus verses ou les écarts des tangentes sont comme les carrés des petits arcs correspondants. Nous avons déjà fait usage plusieurs fois de cette propriété des arcs infiniment petits; & il en résulte sur-tout que l'effet d'une force centrale en vertu de laquelle une planete décrit un cercle, est comme le carré de l'arc décrit, ou comme le carré du temps.

989. Après avoir vu l'effet de la pesanteur sur la terre, examinons si cette force a lieu dans les autres corps célestes. Leur figure ronde suffit d'abord pour démontrer qu'il y a dans chaque planete une pesanteur semblable à celle qu'on éprouve sur notre globe. La terre s'est arrondie dès l'instant de sa formation, & la mer qui l'environne s'arrondit également, parce que toutes les parties tendent vers un centre commun, autour duquel elles se disposent & s'arrangent pour trouver l'équilibre : nous faisons abstraction du petit applatissement produit par la force centrifuge (1009). Cet équilibre ne pourroit avoir lieu si une partie de l'océan étoit plus éloignée du centre que l'autre (809); voilà pourquoi la pesanteur mutuelle des parties d'un corps, doit nécessairement y produire la rondeur.

990. Il y a donc dans toutes les planetes une pesanteur semblable à celle qu'on éprouve sur la terre; ainsi la matiere de la terre n'est pas la seule qui soit douée de cette faculté de retenir & d'attirer les corps environnants; de là il étoit naturel de conclure qu'il y avoit dans la matiere en général une force attractive, & que par-tout où il y avoit de la matiere, il y avoit une attraction. Suivons donc le progrès de nos connoissances, & voyons comment a dû se découvrir cette fameuse loi de l'attraction universelle, source de tant d'autres découvertes, & d'où l'on tire encore chaque jour les conséquences les plus singulieres & en même temps les plus conformes à l'observation.

991. Anaxagore, Démocrite, Epicure admettoient déja cette tendance générale de la matiere vers des centres communs, soit sur la terre, soit ailleurs ; Plutarque en parle d'une maniere bien claire, dans l'ouvrage sur la cessation des oracles, où il explique comment chaque monde a son centre particulier, ses terres, ses mers, & la force nécessaire pour les assembler & les retenir autour du centre.

Copernic avec la même idée de l'attraction générale, car il attribuoit la rondeur des corps célestes à la tendance qu'ont leurs différentes parties à se réunir (*de Révol. I.* 9), d'où il suivoit que cette tendance avoit lieu dans chaque planete, aussi-bien que sur la terre. Tycho lui-même admettoit une force centrale dans le soleil (407), pour retenir les planetes dans leurs orbites autour de lui, quoique cette attraction fût difficile à concilier avec son systême. Képler, génie plus vaste & plus hardi que tous ceux qui l'avoient précédé, porta ses idées plus loin, il sentit que l'attraction étoit générale & réciproque, & que l'attraction du soleil devoit s'étendre jusqu'à la terre (*De Stella Martis*, 1609. *Epit. Astron. Cop.* 1618, *pag.* 555. *Hist. des Math.* par M. Montucla, 1758, *tom. II. pag.* 213, 527, 558). Dans la préface de ce livre fameux, où Képler démontra le premier que les orbites des planetes n'étoient point circulaires (468) ; il dit précisément que si la lune & la terre n'étoient pas en mouvement, elles s'approcheroient l'une de l'autre, & se réuniroient à leur centre de gravité commun. Il dit ailleurs que l'action du soleil produit les inégalités de la lune ; que l'action de la lune produit le flux & le reflux de la mer ; que le soleil attire les planetes, & en est attiré.

992. Et comment ne pas tirer cette conséquence des phénomenes que l'on observoit ; la pesanteur des corps terrestres s'étend sur le sommet des montagnes, elle s'étend jusqu'au plus haut des airs, d'où la grêle tombe avec violence aussi-tôt que le froid l'a formée ; il étoit donc évident que cette pesanteur devoit s'étendre plus loin que la terre, & au delà des nuages qui l'environnent ; la lune

n'eſt pas fort éloignée de la terre, dut dire Képler, elle tourne autour de la terre, elle y préſente toujours le même côté ; n'y auroit-il point vers la lune un reſte de cette peſanteur qui ramene tout à la terre ? Les corps qui tournent en rond s'échappent bientôt par la tangente, s'ils ne ſont retenus (479) ; la lune devroit s'échapper de ſon cercle (comme une goutte d'eau s'échappe de deſſus une meule), ſi la terre n'avoit aſſez de force pour l'en empêcher. Ce même raiſonnement fit trouver enſuite à Newton quelle étoit la loi de cette peſanteur (997).

995. Képler ayant une fois conçu que la lune étoit attirée par la terre, & conſidérant que chaque planete a ſa peſanteur (989), devoit en conclure que la lune attiroit auſſi la terre ; mais en conſidérant les eaux de la mer qui ſe ſoulevent tous les jours quand la lune paſſe au méridien, il ne douta plus que ce ne fût-là un effet de l'attraction lunaire.

C'eſt ſur-tout dans ſa nouvelle phyſique céleſte (468) que Képler s'exprime ſur la gravité, d'une façon bien remarquable pour ce temps-là. Il voyoit d'une maniere frappante & lumineuſe pour lui, toutes les planetes aſſujetties au ſoleil, & la lune à la terre, comme les corps terreſtres que nous avons continuellement ſous les yeux ; il ſentoit que l'attraction étoit générale entre tous les corps de l'univers ; que deux pierres ſe réuniroient par leur attraction mutuelle ſi elles étoient hors de la ſphere d'activité de la terre ; que les eaux de la mer s'éléveroient vers la lune ſi la terre ne les attiroit, & que la lune retomberoit vers la terre ſans la force avec laquelle elle décrit ſon orbite.

La comparaiſon entre les attractions céleſtes & celle de l'aimant paroiſſoit d'autant plus naturelle à Képler, que Gilbert Phyſicien Anglois, venoit de faire voir en 1600 que le globe de la terre étoit comme une eſpece de grand aimant. *Perbellum equidem attigi exemplum magnetis, & omnino rei conveniens, ac parum abeſt quin res ipſa dici poſſit. Nam quid ego de magnete tanquam de exemplo ? Cùm ipſa tellus*

Gulielmo, Gilberto, Anglo, demonstrante, magnus quidam sit magnes (*cap.* 34, *p.* 176).

994. La lecture des ouvrages de Képler suffisoit pour persuader aux savants, que cette attraction de la matiere étoit universelle; aussi voyons-nous qu'en Angleterre & en France, même avant Newton, plusieurs auteurs en parlerent disertement.

On trouve dans Fermat le passage suivant; (*Var. op. Matth. pag.* 24). "La commune opinion est que la pesan-
„ teur est une qualité qui réside dans le corps même qui
„ tombe; d'autres sont d'avis que la descente des corps
„ procede de l'attraction d'un autre corps qui attire celui
„ qui descend, comme la terre. Il y a une troisieme opi-
„ nion *qui n'est pas hors de vraisemblance*, que c'est une
„ attraction mutuelle entre les corps, causée par un desir
„ naturel qne les corps ont de s'unir ensemble, comme
„ il est évident au fer & à l'aimant, lesquels sont tels que
„ si l'aimant est arrêté, le fer ne l'étant pas l'ira trouver,
„ & si le fer est arrêté, l'aimant ira vers lui; & si tous
„ deux sont libres ils s'approcheront réciproquement l'un
„ de l'autre, en sorte toutefois que le plus fort des deux
„ fera le moins de chemin „.

995. Bacon, dans ce livre fameux qui a pour titre *Instauratio magna* ou *Novum organum* (*Liv. II. art.* 36, 45 & 48), parle souvent de l'attraction magnétique de la terre sur les corps graves, de la lune sur les eaux de la mer, du soleil sur Mercure & Vénus; il propose des expériences propres à vérifier ces attractions; & quoiqu'il m'ait paru à la lecture de cet ouvrage que l'auteur n'étoit point au fait de l'astronomie, on voit cependant que ce qu'il dit des attractions célestes étoit propre à fournir des idées très lumineuses & très-physiques sur la gravité universelle.

Galilée reconnoissoit aussi cette sympathie de la lune avec la terre: Hévélius attribuoit au soleil une force semblable à l'occasion des cometes.

L'attraction générale étoit sur-tout le principe fonda-

mental du livre que Roberval publia en 1644, intitulé *Aristarchi Samii de mundi systemate liber*; il attribue à toutes les parties de matiere dont l'univers est composé, la propriété de tendre les unes vers les autres; c'est pour cela, dit-il, qu'elles se disposent sphériquement, non par la vertu d'un centre, mais par leur attraction mutuelle, & pour se mettre en équilibre les unes avec les autres.

996. On voit encore l'attraction mutuelle de tous les corps célestes indiquée d'une maniere positive dans un livre du Docteur Hook que j'ai cité (765). " J'expliquerai, dit il, *p.* 27, un systême du monde qui differe à „ plusieurs égards de tous les autres, mais qui s'accorde „ parfaitement avec les regles ordinaires de la méchani- „ que; il est fondé sur ces trois suppositions : 1°. Que „ tous les corps célestes, sans en excepter aucun, ont une „ attraction ou gravitation vers leur propre centre, par „ laquelle, non-seulement ils attirent leurs propres parties „ & les empêchent de s'écarter, comme nous le voyons „ sur la terre; mais attirent encore les autres corps cé- „ lestes qui sont dans la sphere de leur activité.... 2°. „ Que tous les corps qui ont reçu un mouvement simple „ & direct, continuent à se mouvoir en ligne droite jus- „ qu'à ce que par quelqu'autre force effective ils en soient „ détournés & forcés à décrire un cercle, une ellipse ou „ quelqu'autre courbe composée; 3°. Que les forces attrac- „ tives sont d'autant plus puissantes dans leurs opérations, „ que le corps sur lequel elles agissent est plus près de „ leur centre. Pour ce qui est de la *proportion*, suivant „ laquelle ces forces diminuent à mesure que la distance „ augmente, j'avoue que je ne l'ai pas encore vérifiée.... „ Je donne cette ouverture à ceux qui ont assez de loi- „ sir & de connoissances pour cette recherche „. Cette loi qu'il proposoit de trouver, fut précisément celle que chercha Newton; aussi voyons-nous qu'il cite le Docteur Hook, au commencement de son livre *de Mundi Systemate*, (*Newtoni Opuscula*, 1744, *II*, 6). *Voyez* la traduction de Newton par Madame du Châtelet, & l'*Histoire des*

Math. de M. Montucla, 1758, tom. II, page 527.

Il ne manquoit donc plus à l'attraction qu'un Géometre qui découvrît la loi suivant laquelle elle décroît; Pythagore l'avoit connue, comme l'observe Gregori dans la préface de ses éléments d'astronomie; mais elle étoit oubliée; elle n'étoit point démontrée, il falloit la découvrir de nouveau & sur-tout la démontrer, & Nevvton étoit plus que personne en état de le faire; s'il n'eût pas trouvé cette loi, je crois qu'avant la fin du dernier siecle d'autres Géometres l'auroient apperçue; les choses étoient trop avancées pour qu'on pût l'ignorer plus long-temps; mais Nevvton en eut la gloire. Je vais tracer l'histoire de cette découverte, en traduisant un passage d'Henri Pemberton, contemporain & ami de Nevvton.

997. " Les premieres idées qui donnerent naissance au » livre des principes de Nevvton, lui vinrent en 1666, » lorsqu'il eut quitté Cambridge à l'occasion de la peste. » Il se promenoit seul dans un jardin, méditant sur la pe- » santeur, & sur ses propriétés : cette force ne diminue » pas sensiblement quoiqu'on s'éleve au sommet des plus » hautes montagnes; il étoit donc naturel d'en conclure » que cette puissance devoit s'étendre beaucoup plus loin. » Pourquoi, disoit il, ne s'étendroit-elle pas jusqu'à la lune? » Mais si cela est, il faut que cette pesanteur influe sur le » mouvement de la lune; peut-être sert-elle à retenir la » lune dans son orbite. Et quoique la force de la gravité » ne soit pas sensiblement affoiblie par un petit changement » de distance, tel que nous pouvons l'éprouver ici-bas, » il est très possible que dans l'éloignement où se trouve » la lune, cette force soit fort diminuée. Pour parvenir à » estimer quelle pouvoit être la quantité de cette dimi- » nution, Nevvton songea que si la lune étoit retenue dans » son orbite par la force de la gravité, il n'y avoit pas » de doute que les planetes principales ne tournassent au- » tour du soleil en vertu de la même puissance. En com- » parant les périodes des différentes planetes avec leurs » distances au soleil, il trouva que si une puissance sem-

» blable à la gravité les retenoit dans leurs orbites, sa
» force devroit diminuer en raiſon inverſe du carré de la
» diſtance (1012). Il ſuppoſa donc que le pouvoir de la
» gravité s'étendoit jusqu'à la lune & diminuoit dans le même
» rapport, & il calcula ſi cette force ſeroit ſuffiſante pour
» retenir la lune dans ſon orbite. Il faiſoit ces calculs dans
» un temps où il n'avoit point ſous ſa main les livres qui
» lui auroient été néceſſaires; & il ſuppoſoit, ſuivant l'eſ-
» time commune employée par les Géographes & par nos
» Marins, avant la meſure de la terre faite par Norvvood
» (800), que 60 milles d'Angleterre faiſoient un degré
» de latitude ſur la terre; mais comme cette ſuppoſition
» étoit très-défectueuſe (puiſque chaque degré doit con-
» tenir $69\frac{1}{2}$ milles), le calcul ne répondit point à ſon at-
» tente; il crut alors qu'il y avoit au moins quelqu'autre
» cauſe jointe à la peſanteur qui agit ſur la lune, & il
» abandonna ſes recherches ſur cette matiere. Quelques
» années après, une lettre du Docteur Hook lui fit recher-
» cher quelle eſt la vraie courbe décrite par un corps
» grave qui tombe, & qui eſt entraîné par le mouvement
» de la terre ſur ſon axe. Ce fut une occaſion pour Nevvton
» de reprendre ſes premieres idées ſur la peſanteur de la
» lune. Picard venoit de meſurer en France le degré de
» la terre (802), & en ſe ſervant de ſes meſures, il vit
» que la lune étoit retenue dans ſon orbite par le ſeul pou-
» voir de la gravité (1014), d'où il ſuivoit que cette
» gravité diminuoit en s'éloignant du centre de la terre,
» de la même maniere que notre auteur l'avoit autrefois con-
» jecturé. D'après ce principe, Nevvton trouva que la ligne
» décrite par la chûte d'un corps étoit une ellipſe dont le
» centre de la terre occupoit un foyer; or les planetes prin-
» cipales décrivent auſſi des ellipſes autour du ſoleil (468);
» il eut donc la ſatisfaction de voir que cette ſolution, qu'il
» avoit entrepriſe par pure curioſité, pourroit s'appliquer
» aux plus grandes recherches. En conſéquence, il compoſa
» une douzaine de propoſitions relatives au mouvement des
» planetes principales autour du ſoleil. Pluſieurs années après,



„ le Docteur Halley étant allé voir Newton à Cambridge,
„ l'engagea dans la conversation à reprendre ses méditations
„ à ce sujet, & fut l'occasion du grand Ouvrage des *Prin-*
„ *cipes*, qui parut en 1687, (*a Wiew of Sir Isaac Newton's*
„ *Philosophy*, London, 1728, *in*-4°. *Préface*)„.

998. J'ajouterai que Newton avoit dès-lors sous les yeux plusieurs indications de cette attraction ; la diminution du pendule observé à Cayenne (805) ; l'applatissement de Jupiter ; la libration ou le balancement de l'apogée de la lune indiquée par l'observation des diametres de la lune que Picard & Auzout avoient mesurés avec leurs nouveaux micrometres ; tout cela formoit des indices de l'attraction. Depuis ce temps là les effets de cette force ont été si bien reconnus, que cette attraction universelle des planetes, la tendance réciproque de l'une à l'autre, a été prouvée par les faits de tant de façons différentes, elle se retrouve dans des circonstances si éloignées ; enfin toutes les conséquences qu'on en tire sont si bien d'accord avec les phénomenes, qu'il n'est plus possible de la révoquer en doute.

999. Voici une énumération succinte des phénomenes observés, qui chacun séparément suffiroit pour prouver l'attraction, quand on ignoreroit tous les autres, & qui fournissent au moins quinze especes de preuves différentes de cette attraction universelle. I. Le flux & le reflux de la mer, qui fournit deux fois le jour la preuve la plus palpable & la plus frappante, pour tous les yeux, de l'attraction lunaire, & dont tous les phénomenes s'accordent réellement avec le calcul des attractions du soleil & de la lune, comme nous l'expliquerons bientôt (1082). II. Les inégalités de la lune qui dépendent visiblement du soleil (363). III. Le mouvement des planetes autour du soleil (479) avec cette loi que les cubes des distances sont comme les carrés des temps (1012). IV. La figure elliptique des orbites de la lune autour de la terre, de toutes les planetes, & même des cometes autour du soleil. V. La précession des équinoxes (1064). VI. La nutation de l'axe de la terre, produite par l'action de la lune (1069). VII. Les

inégalités que Jupiter, Saturne & toutes les planetes éprouvent dans leurs différentes positions. VIII. Les inégalités prodigieuses de la comete de 1759, dont la derniere révolution s'est trouvée de 585 jours plus longue que la précédente, suivant le calcul des attractions de Jupiter & de Saturne (921). IX. L'applatissement de Jupiter & de la terre (1074). X. L'attraction des montagnes sur le pendule (822). XI. Le changement de latitude & de longitude des étoiles fixes (757). XII. La diminution de l'obliquité de l'écliptique (758). XIII. Les mouvements des apsides des planetes (514), sur-tout de l'apogée de la lune (559), qui s'observe incontestablement dans le ciel. XIV. Le mouvement des nœuds de toutes les planetes (518), sur-tout des nœuds de la lune, qui est si considérable & si sensible que dans neuf ans l'orbite de la lune se renverse, & qu'elle passe à 10° des étoiles qu'elle couvroit auparavant (568). XV. Les inégalités des satellites de Jupiter. (845).

De ces quinze especes de phénomenes, la plupart sont inexpliquables dans le systême des tourbillons & du plein; & c'est avoir démontré d'une maniere complete l'impossibilité du systême des Cartésiens, que d'avoir prouvé l'existence de ces phénomenes & la maniere dont ils résultent de l'attraction. Il ne peut y avoir actuellement un Géometre ou un seul Astronome passablement instruit des phénomenes & des nouvelles théories, qui croie encore au systême des tourbillons & du plein, ou qui rejette l'attraction Newtonienne.

1000. Plusieurs Physiciens célebres se sont efforcés d'expliquer la loi universelle de l'attraction, par une cause impulsive, par un fluide, par le mouvement des atômes, &c. (a). Mais en seroit-on plus avancé? il resteroit à expliquer la cause de ce mouvement primitif; or les causes premieres sont au dessus de notre entendement.

Pour moi je pense avec M. de Maupertuis & la plupart

(a) Voyez sur-tout l'*Essai de Chymie Méchanique*, par M. le Sage, Citoyen de Geneve, qui a remporté le prix de l'Académie de Rouen, & la lettre du même auteur, dans le Mercure de mai 1756.

des Métaphysiciens Anglois, que l'attraction dépend d'une propriété intrinseque de la matiere. Si cette propriété étoit métaphysiquement impossible, dit M. de Maupertuis (*a*), „ les phénomenes les plus pressants de la nature ne pour„ roient pas la faire recevoir ; mais si elle ne renferme ni „ impossibilité, ni contradiction, on peut librement exa„ miner si les phénomenes la prouvent ou non ; car dès„ lors l'attraction n'est plus qu'une question de fait, & c'est „ dans le systême de l'univers qu'il faut aller chercher si „ elle est un principe qui ait effectivement lieu dans la na„ ture. Or certainement il n'y a point d'impossibilité méta„ physique ni de contradiction dans la loi de l'attraction ; „ c'est à-dire, que rien ne démontre la proposition con„ tradictoire : *Les corps célestes ne s'attirent point*. Je me flatte „ qu'on ne m'objectera pas que cette propriété dans les „ corps, de peser les uns vers les autres, est moins con„ cevable que celles que tout le monde y reconnoît. La „ maniere dont les propriétés résident dans un sujet est tou„ jours inconcevable pour nous ; on ne s'étonne point de „ voir un mouvement communiquer ce mouvement à d'au„ tres corps, l'habitude qu'on a de voir ce phénomene em„ pêche qu'on en voie le merveilleux ; mais au fond la force „ impulsive est aussi peu concevable que l'attractive. Qu'est„ ce que cette force impulsive ? comment résile t-elle dans „ les corps ? Qui eût pu deviner qu'elle y réside, avant „ que d'avoir vu les corps se choquer ?

„ L'existence des autres propriétés dans les corps n'est „ pas plus aisée à concevoir, & nous sommes par tout obli„ gés de supposer des loix primitives, dont nous ne con„ noissons ni la cause, ni l'origine ; leur existence est la „ seule chose qui soit du ressort de l'esprit humain, mais „ sur-tout de la géométrie „.

1001. Supposons donc l'existence de l'attraction universelle, & cherchons les effets qui doivent en résulter ; leur accord avec les phénomenes observés & connus, nous fera voir par-tout la certitude & l'évidence de cette loi.

(*a*) Discours sur les différentes figures des Astres, par M. de *Maupertuis*, 1732, *in*-8°.

Nous supposerons, comme on a coutume de le faire, que l'attraction est proportionnelle à la masse ou à la quantité de matiere qui attire ; on ne peut pas le démontrer par les faits, car nous ne pouvons juger de la quantité de matiere que par le poids ou l'attraction : mais à moins qu'on ne pût démontrer le contraire, il est très-naturel de supposer que chaque particule est douée de la même propriété ; c'est-à-dire, que l'attraction de deux particules sera double de l'effet d'une seule, & qu'en général l'attraction est proportionnelle à la matiere qui attire.

La force avec laquelle une planete est attirée ne dépend point de la masse de cette planete attirée ; car si une seule particule de matiere est attirée avec une force f, toutes les particules que vous placerez près d'elle seront attirées chacune avec la même force f ; il n'y a aucune raison pour que la seconde soit attirée moins que la premiere ; & la présence de la seconde ne change rien à la force qui agissoit sur la premiere ; donc la force attractive ne dépend que de la masse qui attire, & non pas de celle qui est attirée.

1002. Il y a dans la géométrie nouvelle des expressions abrégées, qu'un usage fréquent dispense les Géometres d'expliquer, mais qui embarrassent néanmoins ceux qui entrent dans la carriere ; telle est l'expression qu'on emploie en disant que $\frac{S}{r^2}$ est la force que le soleil, dont la masse est supposée S, exerce à la distance r sur une planete quelconque ; il s'agit d'une force attractive, & on la suppose égale à une masse S divisée par le carré d'une distance r : or les forces, les masses & les distances sont des choses fort hétérogenes & de natures fort différentes ; on ne voit pas d'abord comment il peut y avoir égalité entre des choses si disparates.

Pour le concevoir, il faut considérer que quand on est convenu du choix des unités, toutes les autres quantités de même espece peuvent être prises pour des fractions de ces mêmes unités, & que des fractions égales n'expriment qu'une proportion réduite en équation. On ne calcule l'effet d'une

force qu'en la comparant avec une autre force, ainsi en prenant la terre pour terme de comparaison, la masse S du soleil étant supposée 365412 fois plus considérable que celle de la terre, & son rayon r 113 fois plus grand que le rayon de la terre, $\frac{S}{r^2}$ sera $\left(\frac{365412}{(113)^2}\right) = 29$ à peu près; cela veut dire que l'attraction du soleil sur les corps solaires placés à sa surface, est 29 fois plus grande que celle de la terre sur les corps terrestres, & qu'au lieu de parcourir 15 pieds en une seconde (981. 1009), ils en parcourent 434; car la masse seule à distance égale feroit parcourir 5500000 pieds, mais à une distance 113 fois plus grande; l'attraction agit 12720 fois moins (1012); donc le soleil fera parcourir vers sa surface 434 pieds par seconde, au lieu de 15, & la force $\frac{S}{r^2}$ vaut 29, en supposant que celle de la terre est l'unité.

1003. Si l'on cherche les dérangements que la force du soleil cause à la lune, c'est en examinant le rapport qu'il y a entre la force du soleil pour tirer la lune de son orbite, & la force de la terre pour l'y retenir, ou la quantité dont la force du soleil peut balancer ou contrarier celle-ci. En faisant cette comparaison des forces, on prend pour unité la masse d'une planete & l'on exprime les autres masses en parties de cette unité; on prend aussi une distance pour unité & l'on exprime toutes les autres distances en unité ou en fractions de cette premiere distance, c'est-à-dire, qu'on compare une fraction avec une autre. Par exemple, on peut faire cette proportion: la force du soleil sur la lune, que nous appellerons S, est à la force de la terre sur la lune dans sa moyenne distance, en raison composée de la masse du soleil à la masse de la terre, & du carré de la distance moyenne de la lune à la terre, au carré de la distance moyenne du soleil à la lune, c'est-à-dire, comme la masse du soleil divisée par le carré de sa distance à la lune, ou par r^2, est à la masse de la terre divisée par le carré de sa distance moyenne à la lune. Prenons

pour l'unité des masses, la masse de la terre; pour unité des distances, celle de la lune à la terre, & pour unité des forces celle que la terre exerce sur la lune dans ses moyennes distances. Alors la proportion précédente donnera pour la force du soleil sur la lune l'expression $\frac{S}{r^3}$.

1004. Lorsqu'il s'agit des troubles qu'une planete éprouve par l'attraction d'une autre, on emploie les mêmes expressions; par exemple, la masse du soleil qui est 1, retient la terre dans son orbite à une distance qui est 1, Jupiter trouble cette action avec une masse environ 1000 fois plus petite que celle du soleil (020); ainsi sa masse ou sa force peut s'appeller $\frac{1}{1000}$; & comme il agit encore à une distance environ 5 fois plus grande que le soleil (450); son action est 25 fois plus petite que celle du soleil, ainsi il faut encore rendre 25 fois plus petite la force $\frac{1}{1000}$, c'est-à-dire, qu'il faut écrire $F = \frac{1}{25000}$, pour avoir la force de Jupiter sur la terre: cette force n'est autre chose qu'une vingt cinq millieme partie de la force du soleil sur la terre; c'est la force dont on cherche l'effet par le calcul intégral en résolvant le problême des trois corps, c'est-à-dire, que l'on cherche combien le mouvement de la terre doit être altéré par une force qui est à chaque instant $\frac{1}{25000}$ de celle qui retient la terre dans son orbite, mais dont la direction varie continuellement.

DE LA FORCE CENTRALE
DANS LES ORBITES CIRCULAIRES.

1005. Les orbites des planetes sont des ellipses (468), mais les loix de l'attraction auroient lieu de la même maniere dans les mouvements circulaires, car les cercles sont aussi des ellipses dont l'excentricité est infiniment petite; & comme la considération des orbites circulaires est beaucoup plus facile, je m'en tiendrai à celle-ci. Soit une planete *P* (*fig.* 123), qui décrit autour du soleil *S* l'orbite circulaire *PLB*, à raison de la force ou de l'attraction du soleil & se courbe en *B*, au lieu de suivre la ligne droite *PA* (479). C'est un

principe reconnu qu'un corps en mouvement continue de se mouvoir sur une même ligne droite, s'il ne rencontre aucun obstacle, & qu'un corps mû circulairement s'échappe par la tangente aussi-tôt qu'il cesse d'être contraint & assujetti à tourner dans le cercle (479); ainsi la planete décriroit *PA* si elle n'étoit forcée par l'attraction du centre *S* à descendre de *A* en *B*; donc *AB* est l'effet ou la mesure de la force centripete, pendant le temps que mesure l'arc *PEB*; cela est également vrai quelle que soit la nature de cet arc *PB*, circulaire, parabolique, &c. puisque c'est la quantité dont la planete est détournée de sa ligne droite, ou approchée du centre, & qu'elle seroit également rapprochée si la planete destituée de toute force de projection eût descendu directement vers le soleil : la force de projection perpendiculaire au rayon solaire ne peut empêcher que l'attraction du soleil n'ait tout son effet, ne lui étant pas opposée.

1006. En effet, si la planete *P* n'avoit reçu aucun mouvement de projection de *P* en *A*, ou que ce mouvement qui tend à lui faire parcourir *PA* vînt à être détruit, la planete *P* livrée à la seule force centrale qui agit de *P* en *S* descendroit avec la même vîtesse *PC* égale à *BG* ou à *BA* : car si l'on conçoit le côté *PB* de la courbe comme infiniment petit, il sera la diagonale du parallélogramme *CA*; *BA* est l'espace que feroit décrire la force centrale si elle agissoit seule; donc le sinus verse *PC* de l'arc *PEB* décrit en une seconde de temps, exprime la force centrale dont il est l'effet. Le sinus verse est comme le carré de l'arc *PB* (988); donc la force centrale est comme le carré de la vîtesse, c'est-à-dire, que pour retenir une planete dans la même orbite, si la vîtesse doubloit, il faudroit une force quadruple.

1007. La quantité *BA* est aussi l'effet de la force centrifuge, c'est-à-dire, de la force par laquelle les corps qui tournent autour d'un centre tendent à s'en écarter (479); puisque c'est l'espace que le corps parcourroit en s'éloignant du centre *S* s'il étoit libre; or $BA = PC$, =

$\frac{CB^2}{2CS}=\frac{BP^2}{2PS}$ (988) ; donc le mouvement circulaire produit une force centrifuge qui eſt égale au carré de la vîteſſe, diviſé par le diametre du cercle, la force de projection étant priſe pour unité ; ainſi la force centrifuge, auſſi bien que la force centripete, eſt comme le carré de la vîteſſe.

On emploie pour exprimer la vîteſſe d'une planete un arc infiniment petit, parce que c'eſt le ſeul qui ſoit parcouru uniformément, & que l'uniformité eſt néceſſaire pour la meſure du mouvement. Or un arc infiniment petit ne ſe courbe que d'un infiniment petit du ſecond ordre *AB* ou *BG* ; ainſi la force centrale ne peut être exprimée que par un infiniment petit du ſecond ordre, ce qui prouve la néceſſité des ſecondes différences & du calcul infiniteſimal pour ces ſortes de recherches.

1008. Si l'on examine les forces centrifuges des différentes parties d'une ſphere qui tourne ſur ſon axe, on verra qu'elles ſont proportionnelles aux rayons de chaque parallele ; car la vîteſſe de chaque partie eſt alors comme le rayon du cercle qu'elle décrit ; c'eſt-à dire, que *PB* eſt proportionnel à *PS* ; donc la force centrifuge eſt proportionnelle à $\frac{PS^2}{2PS}$ c'eſt-à dire, à *PS*, qui devient l'ordonnée parallele au grand axe de l'ellipſe du méridien, quand on ſuppoſe la terre applatie.

1009. La force centrifuge ſous l'équateur de la terre eſt $\frac{1}{289}$ de la peſanteur qu'on y éprouve ; car cette peſanteur fait parcourir en une ſeconde de temps moyen 15,051 pieds (981) ; la force centrifuge eſt meſurée par le petit écart de la tangente qui pour un arc de 15", eſt ſuivant les tables des ſinus = 0,000000002644249 ; il faut les augmenter dans le rapport du carré des heures ſolaires moyennes & des heures du premier mobile, ou de la rotation de la terre, qui ſont plus courtes que les heures ſolaires (349) & multiplier par le rayon de la terre (802) réduit en lignes ; on aura 7 lignes 5581 qui ſont contenus

286,77 fois dans les 15 pieds que les corps parcourent en tombant, & environ 288 fois dans l'espace total que les corps graves décriroient sous l'équateur, sans la force centrifuge.

Ainsi un corps qui se trouveroit dégagé de la force de pesanteur, s'échapperoit à l'instant par la tangente, & s'éloigneroit de 7 lignes de la surface de la terre dans la premiere seconde; & cette tendance à s'échapper, qui vient de la rotation de la terre diminue de $\frac{1}{288}$ la pesanteur qui auroit lieu sous l'équateur. De là il suit que si les corps graves parcourent en une seconde 15,0515 pieds par seconde, ils en parcourroient sans le mouvement de rotation 15,104.

1010. Quand on s'éloigne de l'équateur, cette force centrifuge diminue dans le même rapport que la grandeur des paralleles diminue, c'est-à-dire, comme le cosinus de la latitude, quand on la considere dans le plan de chaque parallele (1008); mais elle diminue comme le carré du cosinus de la latitude, quand on la considere dans la direction du centre de la terre; soit *TA* (*fig.* 124) l'axe de la terre, *PG* l'effet de la force centrifuge sous le parallele *PE*, & qui est proportionnel à *PE*; cette force suivant *PG* décomposée dans la direction *GT* devient plus petite encore dans le rapport du sinus de *AP* au sinus total, ou de *PE* à *PT*, à cause des triangles semblables *GPD*, *PET*; donc cette force centrifuge *GD* est à la force qui a lieu sous l'équateur, comme $PE^2 : PT^2$.

1011. Cette force centrifuge diminue celle de la pesanteur, & par conséquent rend la longueur du pendule à secondes plus petite qu'elle ne seroit si la terre étoit immobile; par exemple, il faut ajouter une ligne $\frac{53}{100}$ à la longueur du pendule à secondes, observée sous l'équateur, pour avoir celle qui s'observeroit si la terre étoit immobile. Sous une latitude de 60° où le parallele n'est que la moitié de l'équateur, la quantité qu'il faut ajouter au pendule observé n'est que le quart de 1$^{lig.}$53 ou 0$^{lig.}$, 38, & si l'on multiplie 1$^{lig.}$ 53 par le carré du cosinus de la latitude, on aura la correction pour toute autre latitude. (M.

Bouguer, *fig. de la Terre, pag.* 346); & de là vient une partie de la différence qu'on a vue ci-dessus dans la longueur du pendule.

1012. *La force centrale qui retient les planetes dans leurs orbites, est en raison inverse du carré de la distance.*

DÉMONSTRATION. La premiere preuve que Newton apperçut de cette fameuse loi (997, est celle qui se tire de la loi de Képler (469); le docteur Hook avoit compris que la pesanteur devoit diminuer à mesure qu'on s'éloignoit du centre des graves; il avoit proposé aux Géometres de trouver suivant quelle proportion cette force devoit diminuer (996). Newton avoit eu la même idée, au rapport de Pemberton. Voici la maniere dont je crois qu'il dut s'y prendre pour chercher cette proportion, par le moyen de la loi de Képler, & reconnoître, par exemple, que la force du soleil pour retenir Saturne dans son orbite, est cent fois plus petite que la force avec laquelle le soleil retient la terre dans la sienne, la distance de Saturne étant dix fois plus grande que la distance de la terre. J'ai fait voir comment Képler découvrit cette loi, d'où nous allons partir (469); ainsi je crois qu'il ne manquera rien à l'Histoire de cette grande & importante découverte de l'attraction.

Je vais d'abord faire voir en nombres comment cette proportion s'apperçoit & se vérifie dès qu'on a la loi de Képler. Soient deux orbites circulaires & concentriques *PB*, *TV*, (*fig.* 123), dans lesquelles tournent deux planetes, par exemple, Saturne & la terre; supposons les arcs *PB* & *TV* infiniment petits & semblables, c'est-à-dire, compris entre les rayons *STP*, *SVB*; ces arcs *PB* & *TV* seroient parcourus en temps égaux, si les révolutions des deux planetes étoient égales; mais la planete supérieure *P* ayant une révolution 30 fois plus lente que la terre *T*, ne décrira qu'un arc *PE*, tandis que la terre décrira l'arc *TV*; alors *PD* sera l'effet de la force centrale que le soleil exerce sur cette planete, tandis que *TR* est l'effet de la force centrale qu'il exerce sur la terre *T* (1006); & nous n'avons à chercher que le rapport de *PD* à *TR*. On

voit que *PE* évalué en degrés est 30 fois moindre que *PB* ; donc *PD* est 900 fois moindre que *PC* (988) ; mais si la distance *SP* est 9 ou 10 fois plus grande que *ST*, comme nous l'apprenons par la loi de Képler, *PC* est aussi plus grand que *RT* 9 ou 10 fois, donc *PD* est seulement 100 fois plus petit que *RT* : or 100 est le carré de 10 qui est la distance de Saturne ; donc la force centrale diminue comme le carré de la distance.

Pour prouver cette proposition plus généralement, j'observe que suivant la proposition démontrée (988), $PD : PC :: PE^2 : PB^2$; mais la planete supérieure auroit parcouru *PB*, si la durée de sa révolution que j'appelle t, étoit égale à la durée 1 de la révolution de la terre ; donc $PE : PB :: 1 : t$: ainsi $PD : PC :: 1 : t^2$; donc $PD = \frac{PC}{t^2}$. Or $PC : TR :: PS : TS :: r : 1$, puisque les arcs *PB* & *TV* sont semblables ; donc $PC = r . TR$, & puisque $PD = \frac{PC}{t^2}$, il est aussi $= \frac{rTR}{t^2}$, donc $\frac{PD}{TR} = \frac{r}{t^2}$. Mais suivant la loi de Képler (469) $t : 1 :: r^3 : 1$; ou $r^3 = t^2$; donc $\frac{PD}{TR} \left(= \frac{r}{t^2} \right)$ sera aussi égal à $\frac{r}{r^3}$ ou $\frac{1}{r^2}$. Donc $PD : TR :: 1 : r^2$; c'est-à-dire, que l'effet de la force centrale est en raison inverse du carré de la distance.

1013. Il étoit donc facile à Nevvton de reconnoître ce progrès de l'attraction, par le moyen de la loi de Képler. Quand il eut trouvé ce rapport dans l'attraction du soleil sur les planetes, il le vérifia bientôt sur la lune (997), & il reconnut que la force centrale nécessaire pour retenir la lune dans son orbite, n'est autre chose que la gravité naturelle des corps terrestres, diminuée en raison inverse du carré de la distance de la lune à la terre. En effet, les corps graves parcourent 15 pieds en une seconde de temps (981), la lune décrit un arc de son orbite qui est de 0″ 549, ou environ 33‴, & dont le sinus verse est à peu près $\frac{1}{240}$ de pied ; donc la lune est retenue vers la terre, ou rapprochée de la terre 3600 fois moins que les corps terrestres ; or elle est environ 60 fois plus loin du centre de la terre ; donc la force qui agit sur la lune diminue comme le carré de la distance.

1014. On s'est ensuite servi de ce principe reconnu vrai d'ailleurs pour trouver la distance de la lune, & sa parallaxe, avant qu'elle eût été observée avec exactitude. Soit e le demi-diametre de l'équateur terrestre réduit en pieds, x le rapport entre ce rayon & la distance moyenne de la lune, égal environ à 60, en sorte que la distance de la lune soit ex; f la force de la terre exprimée par les 15 pieds qu'elle fait parcourir en une seconde, à sa surface; u le sinus verse de l'arc décrit par la ☾ en une seconde de temps, ou la quantité dont la lune est détournée & ramenée vers nous en une seconde; cet espace est donc exprimé en pieds par uex. Mais par le principe des forces centrales, le même espace est aussi égal à $\frac{f}{x^2}$ (1013); donc égalant ces deux quantités on a $\frac{1}{x^2} = \sqrt[3]{\frac{ue}{f}}$, c'est le sinus de la parallaxe horizontale de la lune sous l'équateur, ou le rayon de la terre divisé par celui de la lune. Pour réduire en nombres cette quantité, l'on prend le logar. du sinus verse de l'arc décrit par la lune en une seconde de temps : on y ajoute celui du rayon de l'équateur (823) réduit en pieds, on a le log. de $eu = 5,8434490$; on en ôte celui de 15 pi. le tiers du reste est le logarithme du sinus de 57′ 18″; c'est la parallaxe sous l'équateur, qui ne surpasse que de 6 ou 7″; celle qui résulte des meilleures observations (589), & qui est de 57′, 12″.

1015. Ainsi la loi de l'attraction, ou ses changements en raison inverse du carré de la distance furent prouvés de deux manieres très-différentes & très-bien d'accord entre elles. Une autre considération différente dut encore apprendre à Nevvton qu'il falloit que l'attraction fût en raison inverse du carré de la distance : toutes les qualités sensibles, comme les émanations, la lumiere, diminuent de densité & de force en raison inverse du carré de la distance. Enfin la suite de ses calculs lui en donna de nouvelles preuves dans toutes les parties du systême solaire.

1016. Il est vrai qu'on a soupçonné dans les corps terrestres une attraction en raison inverse du cube des distances, mais cela n'est point de mon sujet ; on peut voir ce qu'ont dit là-dessus M. de Maupertuis (*Mém. acad.* 1732, *pag.* 362). M. Keill dans un petit traité composé de 30 propositions, qui se trouve à la fin de ses ouvrages ; M. d'Alembert dans l'Encyclopédie, au mot attraction, *tom.* 1, *pag.* 850. le P. Boscovich dans l'ouvrage qui a pour titre, *Philosophiæ naturalis theoria redacta ad unicam legem*

virium in natura existentium. Viennæ, 1758, *in*-4°; & *Venetiæ*, 1764.

1017. L'élévation des fluides dans les tubes capillaires est encore une suite nécessaire de l'attraction des corps terrestres, comme je l'ai fait voir dans un Mémoire sur les tubes capillaires (*chez Desaint*, 1770). *Voyez* Mussenbroëk, Cours de Physique, tom. II. *pag.* 1, édition de 1769; le Dictionnaire de Chymie de M. Macquer, au mot *Pesanteur*.

1018. La masse des planetes, c'est-à-dire, leur quantité de matiere, ou leur force attractive, se déduit du principe de l'attraction, & l'on en conclut aisément leur densité intérieure, ou leur pesanteur spécifique. Cette découverte qui paroît d'abord bien singuliere, est cependant une suite naturelle de la loi d'attraction, puisque la force attractive est un indice certain de la quantité de matiere. Prenons pour terme de comparaison la masse ou la force attractive de la terre dont les effets nous sont connus & familiers, & cherchons quelle est la masse de Jupiter par rapport à celle de la terre. Le premier satellite de Jupiter fait sa révolution à une distance de Jupiter qui est la même que celle de la lune à la terre (du moins elle n'est que d'un douzieme plus petite). Si ce satellite tournoit aussi autour de Jupiter dans le même espace de temps que la lune tourne autour de la terre, il s'ensuivroit évidemment que la force de Jupiter pour retenir ce satellite dans son orbite, seroit égale à celle de la terre pour retenir la lune, & que la quantité de matiere dans Jupiter, ou sa masse, seroit la même que celle de la terre; dans ce cas-là il faudroit que la densité de la terre fût 1479 fois plus grande que celle de Jupiter; car la grosseur (ou le volume) de Jupiter contient 1479 fois la grosseur de la terre (539); or si le poids est le même, la densité est d'autant plus grande que le volume est plus petit. Mais si le satellite tourne 16 fois plus vîte que la lune, il faut pour le retenir 256 fois plus de force (16 fois 16 = 256), car la force centrale est comme le carré de la vîtesse (1006); une vîtesse double exige & suppose une force

centrale quadruple à distances égales ; & la vîtesse du satellite 16 fois plus grande que celle de la lune, quoique dans une orbite égale, suppose dans Jupiter une énergie ou une masse 256 fois plus grande que celle de la terre ; dans ce cas l'on trouve un volume 1479 fois plus grand & une pesanteur seulement 256 plus grande que celle la terre ; donc le volume de Jupiter considéré par rapport à celui de la terre est cinq fois plus grand que la quantité de matiere réelle & effective, par rapport à celle de la terre ; donc la densité de la terre est cinq fois plus grande que celle de Jupiter.

1019. Tel est l'esprit de la méthode par laquelle Newton a calculé les masses & les densités des planetes qui seront à la fin de ce Livre : plus un satellite est éloigné de sa planete, & plus il tourne rapidement, plus aussi il indique de force & de matiere dans la planete principale qui le retient ; je vais y appliquer le calcul rigoureux, & je prendrai le soleil pour terme de comparaison, parce que les Astronomes s'en servent pour le calcul des attractions célestes.

1020. Soit la distance de Jupiter au soleil, prise pour unité, $= 1$.

La durée de la révolution de Jupiter, $= 1$.

La force du soleil sur Jupiter, $= 1$.

La distance d'un de ses satellites, $= r$.

La durée de la révolution du même satellite, $= t$.

La force actuelle de Jupiter sur son satellite sera $\frac{r}{t^2}$, comparée à celle du soleil sur Jupiter (1012). Si ce satellite étoit aussi éloigné de Jupiter que Jupiter l'est du soleil, il faudroit que la force dans ce cas là fût à la force actuelle qui est $= \frac{r}{t^2}$, comme $r^2 : 1$, c'est-à-dire, en raison inverse du carré de la distance ; donc alors à pareille distance, la force seroit $\frac{r^3}{t^2}$; telle est donc en effet la force absolue de Jupiter (par rapport à celle du soleil, considérée à égale distance), c'est-à-dire, sa masse totale ou la quantité de

matiere

matiere qu'il contient ; donc en général pour connoître la masse d'une planete, en prenant celle du soleil pour unité, il suffit de diviser le cube de la distance d'un satellite de cette planete par le carré du temps qu'il emploie à tourner, pourvu que l'on ait pris l'unité des distances & des temps ; dans l'une des planetes qui tournent autour du soleil.

1021. Exemple. La révolution de Vénus autour du soleil, qui est de 5393^h, est 13 fois plus longue que celle du 4e satellite de Jupiter qui est $400^h\ \frac{1}{2}$; donc $t = 0{,}0742716$; la distance du 4e satellite à Jupiter vue du soleil, est de 8′ 16″, d'où il est aisé de conclure la distance du satellite à Jupiter, celle de Vénus au soleil étant prise pour unité, où la valeur de $r = 0{,}017290$. Si l'on prend le cube de r & le carré de t, qu'on divise r^3 par t^2, on trouve 0,0009570, ou $\frac{1}{1067}$, qui est la masse de Jupiter, celle du soleil étant $= 1$. On trouveroit de même celle de la terre $\frac{1}{365412}$ que Newton supposoit $\frac{1}{169282}$, parce que les éléments qu'il employoit n'étoient pas assez exacts.

1022. Cette force ou cette masse d'une planete étant divisée par le volume, exprimé de même en prenant pour unité le volume du soleil, donne la densité de la planete cherchée par rapport à la densité du soleil ; c'est ainsi que Nevvton trouva que la terre étoit environ quatre fois plus dense que le soleil, quatre fois & un quart plus dense que Jupiter, & six fois plus dense que Saturne. (Nevvton, *L. III. prop.* 8. ou Mac-laurin, *Expos. des déc.* de Nevvton, *pag.* 309). Ces densités sont calculées plus exactement dans la table qui est à la fin de ce volume. Nous pouvons les comparer avec des objets familiers : on sait que l'antimoine est quatre fois plus dense que l'eau, & six fois plus dense que le bois de prunier ; ainsi en supposant que les substances du soleil & de Jupiter aient la densité de l'eau, la terre aura celle de l'antimoine, & Saturne aura la légéreté du bois ; il me paroît même que ces substances répondent assez bien à ce que j'ai voulu exprimer par leur moyen. On trouveroit à peu près le même rapport entre l'acier, l'ivoire & le bois le plus pesant, comme l'ébene ; il suffira de

consulter la table des pesanteurs spécifiques, donnée par M. l'Abbé Nollet dans ses Leçons de Physique, ou la Physique de Mussenbroëk.

1023. Les densités de Vénus, de Mercure & de Mars ne peuvent se trouver par la méthode précédente, puisque ces planetes n'ont point de satellites, qui puissent nous indiquer l'intensité de leur attraction; mais voyant dans les trois planetes dont les densités sont connues, une augmentation de densité quand on approche du soleil, il est très-probable que cet accroissement a lieu également pour les trois autres planetes: en essayant de reconnoître une loi dans ces augmentations, on voit que les densités sont presque proportionnelles aux racines des moyens mouvements; par exemple, le mouvement de la terre est environ 11, 86, celui de Jupiter étant 1; la racine de ce nombre est $3\frac{1}{2}$, & la densité de la terre est en effet 3 fois $\frac{1}{2}$ celle de Jupiter ou environ: on peut donc supposer la même proportion dans les autres planetes; & c'est ainsi que j'ai calculé les densités rapportées dans ma Table.

1024. Connoissant la masse & le diametre d'une planete, il est aisé de trouver l'effet de la pesanteur à sa surface, c'est-à-dire, la force accélératrice des graves dans la planete: car cette force est en raison de la masse & en raison inverse du carré du rayon C'est ainsi que j'ai calculé dans la Table qui est à la fin de ce Livre la vîtesse des graves pour chaque planete pour la premiere seconde en pieds & centieme de pieds; ce n'est autre chose que la vîtesse des corps terrestres sous l'équateur 15^{pi}, 104 (art. 1009) multipliée par la masse de chaque planete, & divisée par le carré du rayon, en prenant pour unités la masse & le rayon de la terre (1002).

1025. La masse de la lune, & par conséquent sa densité sont difficiles à déterminer exactement, parce qu'elles se manifestent par des phénomenes que nous ne pouvons mesurer avec assez d'exactitude; les hauteurs des marées nous apprennent que la force de la lune est $2\frac{1}{2}$ fois celle du soleil (1090); pour en conclure la masse de la lune il

suffit de savoir quelle est sa force, à la distance du soleil.

1026. La force centrale en général diminue en raison inverse du cube de la distance, quand on la décompose sur une direction différente de sa direction primitive (1050); il faut donc multiplier la force actuelle de la lune par le cube du rapport des distances ou du rapport des parallaxes $\frac{8''5}{57'3'}$, & l'on aura la masse de la lune, celle du soleil étant prise pour unité; mais la masse de la terre est seulement $\frac{1}{365412}$ de celle du soleil (1021; il faut donc encore diviser la masse trouvée par cette fraction, & l'on aura $\frac{1}{71}$ qui est la masse de la lune, celle de la terre étant prise pour unité.

1027. On peut encore considérer ainsi la chose: la masse de la terre $\frac{r^3}{t^2}$ (1020) est $\left(\frac{9'}{57'}\right)^3 . \left(\frac{3652}{27}\right)^2$, celle du soleil étant l'unité; la masse de la lune est $\left(\frac{9''}{57}\right)^3 . 2\frac{1}{2}$, elles sont donc comme $\frac{2}{5}\left(\frac{365}{27}\right)^2 : 1$; donc le quarré de la durée de l'année 365j, divisé par celui de la durée du mois 27j, & multiplié par $\frac{2}{5}$ qui est la force de la lune, donnera le nombre 71,49 qui exprime combien de fois la terre contient la lune; ainsi la masse de la lune sera 0,013991, de celle de la terre.

1028. La masse de la lune étant divisée par son volume qui est $\frac{1}{49}$, ou 0,0204 (584) donne sa densité 0,68706; c'est-à-dire, que la densité de la lune est seulement $\frac{7}{10}$ de celle de la terre, comme on le verra marqué dans la table des densités.

1029. *La vîtesse de projection, telle que* PA, *nécessaire pour décrire un cercle* PB, *est en raison inverse de la racine du rayon* SP.

Démonstration. Supposons que deux planetes *P* & *T* (*fig.* 123) décrivent autour du soleil *S* les cercles *PB*, *TV*, & que *SP* soit quadruple de *ST*, je dis que la vîtesse *PE* sera la moitié de la vîtesse *TV*. En effet *PC* sera quadruple de *TR*, parce que les figures *PBC*, *TVR* sont comme les rayons; mais la gravité en *P* étant 16 fois moindre qu'en *T*, il faut prendre *PD* 16 fois moindre que *TR*, ou 64 fois

moindre que *PC*, pour avoir l'espace *PE* que la planete *P* pourra décrire, étant retenue par la force centrale du soleil; alors *PE* sera une huitieme de *PB*, puisque les sinus verses sont comme les carrés des arcs (988); donc *PE* sera la moitié de *TV*, dans un même espace de temps; c'est-à-dire, que la vîtesse d'une planete doit être en raison inverse de la racine de sa distance, pour que la force centrale, qui est en raison inverse du carré de la distance, puisse la retenir. Voilà pourquoi Jupiter qui a une orbite cinq fois plus grande que celle de la terre, emploie 12 fois plus de temps à la parcourir, sa vîtesse absolue n'étant pas la moitié de celle de la terre.

1030. Si la vîtesse de projection qu'une planete a reçue primitivement en partant de son aphélie, s'est trouvée plus petite que celle qui étoit nécessaire pour décrire un cercle *PB*, la force centrale étant trop grande, a dû prendre le dessus, & la planete se rapprocher du soleil: voilà pourquoi les planetes en partant de leur aphélie se rapprochent du soleil; mais nous démontrerons bientôt qu'après avoir parcouru 180°, la même planete doit s'éloigner du soleil autant qu'elle s'en étoit rapprochée, parce que la force centrifuge devient plus grande que la force centripete, à mesure que la planete se rapproche du soleil. On a vu que la vîtesse périhélie est à la vîtesse aphélie en raison inverse des distances (473); il s'ensuit que la force centrifuge augmente plus que la force centripete; c'est ce que je vais démontrer.

1031. *La force centrifuge augmente en raison inverse du cube de la distance, lorsque la vîtesse est en raison inverse des distances.*

DÉMONSTRATION. Supposons que *SP* soit double de *ST*; l'arc *PB* sera double de l'arc *TV*, la ligne *PC* double de *TR*, & la force centrifuge en *P* double de la force centrifuge en *T* (*a*); mais si la vîtesse en *P*, au lieu d'être double de la vîtesse en *T*, n'en est que la

(*a*) C'est le premier des Théorêmes de la force centrifuge, que M. Huygens donna en 1673, dans son Livre *de Horolog. oscillatoria.*

moitié, c'est-à-dire, si PE est 4 fois moindre que PB, le sinus verse PD sera 16 fois moiudre que PC, puisqu'il est comme le carré de l'arc (988); donc PD sera 8 fois moindre que TR, c'est-à-dire que la force centrifuge est en raison inverse des cubes des distances SP & ST, que nous avons supposées être comme 1 à 2.

En général, on voit que $PB : TV :: SP : ST$, à cause des arcs semblables; donc si $TV : PE :: SP : ST$ (473), l'on aura en multipliant terme à terme, $PB : PE :: SP^2 : ST^2$; or $PC : PD :: PB^2 : PE^2$; donc $PC : PD :: SP^4 : ST^4$; mais $PC : TR :: SP : ST$; donc divisant terme à terme, $TR : PD :: SP^3 : ST^3$; ce qui fait voir en général que l'effet de la force centrifuge est en raison inverse du cube de la distance, quand la vîtesse est en raison inverse des distances. C'est le cas d'une planete, quand on la considere dans son aphélie & dans son périhélie; & cette proportion nous servira bientôt (1035) à faire voir pourquoi les planetes s'éloignent du soleil après s'en être approchées quoiqu'elles soient toujours attirées vers le soleil.

1032. Si la force de projection qui anime les planetes & leur fait décrire des orbites, étoit détruite lorsqu'elles sont dans leurs moyennes distances au soleil, la force centrale les précipiteroit vers le soleil; Mercure y arriveroit en 15 jours & 13 heures; Vénus en 39 jours 17^h; la terre en 64^j 10^h; mars en 121j; Jupiter en 290j; Saturne en 767^j: une pierre tomberoit au centre de la terre, si le passage étoit libre, en 21′ 9″ (Whiston, *Astronomical principe of religion*, p. 66). La regle qui sert à faire ces calculs, consiste à dire, la racine carrée du cube de 2 est à 1, comme la demi-durée de la révolution d'une planete, est au temps de sa chûte jusqu'au centre de l'attraction (*Frisi de gravitate*, pag. 100).

Du mouvement elliptique des Planetes.

1033. La force centrale en raison inverse du carré de la distance, ne peut avoir lieu dans des orbites plané-

taires, à moins qu'elles ne ſoient des ſections coniques. Nevvton, dans le premier Livre de ſes *Principes*, démontra que ſi les planetes décrivoient des ſections coniques, la force centrale dont elles étoient animées, devoit être en raiſon inverſe du carré de la diſtance ; mais M. J. Bernouilli démontra le premier que la propoſition inverſe eſt également vraie, & que la force centrale étant ſuppoſée en raiſon inverſe du carré de diſtance, l'orbite eſt néceſſairement une ſection conique (*Mém. Acad.* 1710 & 1711. (*Œuvres de* J. Bernouilli, *Tom. I, pag.* 469). Ces deux ſortes de démonſtrations pour les forces centrales dans les ſections coniques en général, ſont trop compliquées pour pouvoir trouver place ici.

1034. Mais il eſt néceſſaire de faire voir d'une maniere plus palpable la cauſe du mouvement alternatif, qu'on a ſouvent peine à bien concevoir. Il ſemble, dit-on, qu'une planete ſans ceſſe attirée vers le ſoleil, & qui s'en eſt approchée à un certain point, devroit s'en approcher toujours, puiſque le ſoleil ne ceſſe point de l'attirer ; cependant les planetes deſcendues à leur périhélie, s'éloignent du ſoleil & retournent à leur aphélie : voici donc la cauſe de ce mouvement alternatif. Une planete qui a été projetée de ſon aphélie, avec une vîteſſe trop petite pour décrire un cercle à une ſi grande diſtance (1030), ou avec une force de projection trop petite par rapport à la force centrale, ſe rapproche du ſoleil ; mais en ſe rapprochant elle augmente en vîteſſe, ſans quoi les aires ne ſeroient plus proportionnelles au temps ; ſuppoſons qu'elle eſt arrivée à 180° du point du départ ; c'eſt-à-dire, à ſon périhélie, & que ſa diſtance au ſoleil eſt le quart de la diſtance aphélie ; ſa vîteſſe eſt quadruple de la vîteſſe aphélie, car la vîteſſe augmente en raiſon inverſe des diſtances (473) ; mais la vîteſſe qui ſeroit néceſſaire dans le périhélie pour décrire un cercle, eſt ſeulement deux fois plus grande que la vîteſſe qui étoit néceſſaire pour décrire un cercle dans l'aphélie, parce qu'elle augmente ſeulement en raiſon inverſe de la racine de la diſtance (1029) ; donc la planete

a acquis, en descendant de l'aphélie au périhélie, une vîtesse double de celle qui lui seroit nécessaire pour décrire un cercle du rayon *SP* égal à la distance périhélie. Elle sortira donc de ce cercle pour s'écarter du soleil, & remonter vers l'aphélie : cette premiere raison fait voir qu'il est nécessaire que la planete, après s'être approchée du soleil, s'en éloigne ensuite : voici une seconde maniere de démontrer la même chose.

1035. Supposons toujours une planete projetée en *A* (*fig* 128) avec une vîtesse trop petite pour décrire un cercle du rayon *SA*, en sorte qu'elle soit obligée, dès le premier moment, de descendre dans une orbite plus courbée, en se rapprochant du soleil. Lorsqu'elle sera arrivée en un point *P*, à une distance quatre fois moindre, la force centrale ou l'attraction du soleil sera seize fois plus grande (1012), parce qu'elle est en raison inverse du carré de la distance; mais la force centrifuge sera soixante-quatre fois plus grande (1031), parce qu'elle augmente, soit par le carré de la vîtesse, soit par la diminution de la distance; donc la force centrifuge est alors beaucoup plus grande que la force centrale; il n'est donc pas étonnant que la planete commence à s'écarter du soleil.

1036. On croira peut-être que la planete devroit cesser de s'approcher du soleil aussi-tôt que la force centrifuge se trouve égale à la force centripete; mais il faut considérer que dans cet instant, qui arrive lorsque la planete est vers sa moyenne distance *M* au soleil, la direction *MN* de son mouvement est trop oblique au rayon vecteur *MS*, & fait un angle *NMS*, trop petit pour que cet angle puisse devenir tout de suite un angle droit; il faut que la planete descende de plus en plus, & que la courbure de sa route se soit arrondie assez pour que le rayon vecteur *SP* soit perpendiculaire au mouvement de la planete; c'est alors que l'excès de la force centrifuge, sur la force centrale sera employé tout entier à écarter la planete du soleil, & cela n'arrive que dans le point *P* qui est diamétralement opposé au point *A*. En partant du point *P* la planete emploiera,

pour perdre ſon excès de force centrifuge, autant de temps qu'il lui en a fallu pour l'acquérir; voilà pourquoi la ſeconde partie de l'ellipſe ſera égale à la partie deſcendante *ALMNP*, & décrite dans le même intervalle de temps.

Des Inégalités produites par l'Attraction.

1037. Si chaque planete, en tournant autour d'un centre, n'éprouvoit d'autre force que celle qui la porte vers ce centre, elle décriroit un cercle, ou une ellipſe dont les aires ſeroient proportionnelles aux temps (480); mais chaque Planete étant attirée par toutes les autres, dans des directions différentes & avec des forces qui varient ſans ceſſe, il en réſulte des inégalités & des perturbations continuelles. C'eſt le calcul de ces perturbations qui occupe depuis quelques années les Géometres & les Aſtronomes; Nevvton commença par celles de la lune; M. Euler, M. d'Alembert, M. Clairaut, ont perfectionné cette théorie. M. Euler a calculé les inégalités de Saturne dans une piece qui a remporté le prix de l'Académie en 1748; M. Clairaut & M. d'Alembert ont donné des recherches ſur les inégalités de la terre; j'ai examiné moi-même celles de Mars & de Vénus (*Mém. Acad.* 1758, 1760 *&* 1761), qui ſe ſont trouvées aſſez conſidérables pour mériter d'être employées dans les calculs aſtronomiques. Les inégalités de Jupiter ont été calculées par M. Euler dans la piece qui a remporté le prix en 1752 : (*Recueil des pieces qui ont remporté les prix*, *T.* VII), & enſuite par M. Mayer; M. Wargentin en a fait uſage dans les tables de Jupiter, qui par-là ſe ſont trouvées beaucoup plus exactes, de même que celles des ſatellites; mais je ne puis donner ici que les premiers principes & la plus légere idée de ces immenſes calculs.

1038. Si deux planetes, dont l'une tourne autour de l'autre, étoient attirées également, & ſuivant des directions paralleles, par une troiſieme, cette nouvelle attraction ne changeroit rien à leur ſyſtême, à leur mouvement, à leur

situation relative ; ce seroit la même chose que si l'espace même, ou le plan dans lequel se fait le mouvement avoit changé de position ; mais ce qui avoit lieu dans l'espace ou dans le plan que l'on transporte, continue d'avoir lieu comme auparavant, & la planete vue du centre de son mouvement paroît toujours décrire une ellipse.

1039. Ainsi deux attractions égales & paralleles ne changent jamais rien dans un systême de corps ; ce n'est que la différence des attractions qui produit une inégalité ou une différence de mouvement ; la lune n'est troublée dans son mouvement autour de la terre, que parce qu'elle est attirée par le soleil, un peu plus ou un peu moins que la terre ; la mer n'est agitée deux fois le jour par la lune, que parce que la lune attire les eaux plus qu'elle n'attire la terre, quand elle domine sur les eaux, & qu'ensuite elle attire ces mêmes eaux moins que la terre, 12^h après.

1040. Quand on veut calculer les troubles qu'une attraction étrangere apporte au mouvement d'une planete, dans son orbite autour du soleil, il faut savoir combien elle agit sur le soleil & sur la planete ; c'est la différence des deux actions qui est la force perturbatrice ; c'est cette différence dont on calcule les effets ; car si le soleil & la planete qui tourne autour de lui, étoient attirés également, & suivant des directions paralleles, la planete ne cesseroit pas de décrire autour du soleil la même ellipse qu'auparavant ; ses longitudes héliocentriques & ses rayons vecteurs seroient les mêmes, & dans l'usage de l'Astronomie nous n'aurions à tenir compte d'aucune différence, l'observation ne nous indiqueroit aucun dérangement.

1041. Cette considération étant bien méditée fera sentir pourquoi la pesanteur de lune sur la terre, c'est-à-dire, la force centrale qui retient la lune dans son orbite est diminuée dans les deux syzygies, soit quand la lune est en conjonction, soit quand elle est en opposition ; c'est une chose que les adversaires de l'attraction n'ont jamais comprise, & qui cependant influe beaucoup dans l'explication des phénomenes. Il en est de la lune comme des eaux de la mer, qui s'élevent deux fois le jour vers notre zénith, une

fois quand la lune domine ſur les eaux, ou qu'elle eſt au zénith, & une fois quand elle eſt au nadir; les obſervations prouvent que la lune tend à s'éloigner de la terre également (ou à très-peu près) dans les deux ſizygies, & à s'en rapprocher dans les deux quadratures; mais on le démontre auſſi par le raiſonnement qui ſuit. Quand la lune eſt en conjonction, elle eſt plus près du ſoleil que n'eſt la terre, de $\frac{1}{180}$; elle eſt donc plus attirée que la terre de $\frac{1}{90}$ de la force du ſoleil ſur la terre, (car la différence des carrés eſt double de celle des racines); ſa peſanteur vers la terre eſt donc affoiblie de $\frac{1}{90}$. Quand la lune eſt pleine, ou en opposition, elle eſt attirée, il eſt vrai, du même côté, ſoit par le ſoleil, ſoit par la terre; mais il ne s'enſuit pas que ſa peſanteur ſoit augmentée; en effet, ſi dans ce cas la lune & la terre étoient attirées par le ſoleil, préciſément avec la même force, il n'en réſulteroit aucun changement dans la peſanteur de la lune vers la terre, ni dans ſon mouvement autour de la terre, quoique la lune fût toujours attirée du même côté par cette ſomme de deux forces; mais la terre eſt plus attirée que la lune de $\frac{1}{90}$; donc la terre tend à fuir la lune, autant que lune tendoit à s'éloigner de la terre quand elle étoit nouvelle; leur liaiſon, leur union mutuelle, leur tendance réciproque, leur ſympathie, leur attraction, ſont autant diminuées quand le ſoleil éloigne la terre de la lune, que quand il éloigne la lune de la terre; donc en conjonction, comme en oppoſition, la peſanteur eſt diminuée, & la lune tend à s'éloigner de la terre; c'eſt par la même raiſon que nous voyons les eaux de la mer tendre vers le zénith, quoique la lune ſoit au nadir (1075).

1042. La force du ſoleil ſur une planete, que nous appellons $\frac{S}{r^2}$ (1002), n'eſt pas la ſeule qu'il faille conſidérer lorſqu'on veut avoir le mouvement d'une planete autour du ſoleil, ou le mouvement tel qu'il ſeroit vu par un Obſervateur ſitué au centre du ſoleil. La planete *T*, (*fig.* 125),

tire aussi le soleil en sens contraire, avec une force $\frac{T}{r^2}$, & si l'on veut supposer le soleil fixe, il faut attribuer à la planete un nouveau mouvement vers le soleil, égal à celui que le soleil a vers la planete, ou, ce qui revient au même, il faut supposer que le soleil attire la planete avec une force $\frac{S+T}{r^2}$, c'est-à-dire, avec la somme des deux masses du soleil & de la planete.

1043. L'effet de cette attraction de la planete T sur le soleil S, est de faire décrire au soleil une petite ellipse autour du centre de gravité commun du soleil & de la planete, (Newton, *L.* I. *prop.* 67, *L.* III. *propr.* 113); du moins en supposant que le soleil ait reçu lui-même une impulsion autour du centre (*Frisi, pag.* 113) Cette attraction produit une partie des petites inégalités du mouvement apparent du soleil, qui se calculent en prenant la différence des attractions que chaque planete exerce sur le soleil & sur la terre. Suivant Newton le soleil doit être déplacé d'une petite quantité par les attractions planétaires; mais la forme de calcul usitée dans l'Astronomie fait qu'on suppose toujours le soleil fixe, & qu'on transporte à chaque planete le mouvement qu'elle produit sur le soleil, de sorte que la situation respective de la planete au soleil soit toujours la même.

1044. L'expression $\frac{S}{r^2}$ de la force attractive, est celle qui a lieu quand l'action se fait directement & toujours dans le sens du rayon vecteur; mais les planetes sont attirées les unes par les autres obliquement & en tout sens, selon des directions qui changent perpétuellement, tandis qu'elles sont toujours attirées directement vers le centre autour duquel elles tournent; ainsi, pour connoître l'effet des perturbations & des attractions célestes, il faut décomposer leur force absolue, (qui est la masse divisée par le carré de la distance), pour trouver son effet sur la direction même de la force centrale. J'ai dit, par exemple, que l'action de

Jupiter sur la terre étoit $\frac{1}{25000}$ de celle du soleil sur la terre, par une attraction directe (1004) ; mais ces deux forces qui agissent sur la terre se contrarient, & ont souvent des directions différentes ; la force de Jupiter, qui dans l'attraction directe est $\frac{1}{25000}$ de celle du soleil, fera beaucoup moins d'effet quand elle agira de côté ; par exemple, elle sera moindre quand elle agira sous un angle de 60°.

1045. UN CORPS sollicité suivant des directions *AB*, *AC* (*fig.* 126), qui font entr'elles un angle *BAC*, par deux puissances qui soient entr'elles comme les lignes *AB*, *AC*, décrira la diagonale *AD* du parallélogramme *BACD*, dans le même temps qu'il auroit employé à parcourir *AB* ou *AC*, étant mû séparément par une des deux puissances (479). Ainsi la force exprimée par la direction & par la longueur de la diagonale *AD*, équivaut à deux forces *AB*, *AC* qui auroient agi à la fois ; & lors même qu'elle est unique dans le principe, elle peut du moins être prise pour la réunion des deux autres, auxquelles elle est tout à fait équivalente ; c'est-à-dire, que la force *AD* peut se décomposer suivant *AC* & *AB*.

La même ligne *AD* est aussi la diagonale du parallélogramme *AbDc*, & la force *AD* résulteroit également de l'assemblage de deux forces *Ab*, *Ac* ; donc sur une ligne donnée *AD*, l'on peut faire des triangles quelconques *ABD*, *AbD*, de grandeur ou de forme arbitraire, & il sera toujours permis de substituer à la force *AD* deux forces qui aient pour expressions les côtés d'un de ces triangles quelconques.

Ainsi la force *AD*, que nous nommerons *F*, décomposée suivant *AB* & *AC*, donnera deux forces proportionnelles à ces deux lignes, & parce que *AC* est égale à *BD*, ces deux forces seront, l'une égale à $F\frac{AB}{AD}$, qui agira suivant *AB*, l'autre sera $F\frac{BD}{AD}$, & agira suivant *AC*, ou parallélement à *BD*. Je dis que la force suivant *AB* sera $F\frac{AB}{AD}$; car, puisque les lignes *AB*, *AC*, *AD*, sont propor-

tionnelles aux forces qu'elles expriment, la force suivant AB est à la force suivant AD, qui est F, comme la ligne AB est à la ligne AD ; donc la force suivant $AB = F.\frac{AB}{AD}$.

1046. Si le parallélogramme donné est rectangle en B (*fig.* 127), BD est le sinus de l'angle BAD, en prenant AD pour rayon, ou pour unité ; AB en est le cosinus ; ainsi dans ce cas la force suivant $AB = F.$ cos. BAD, & la force suivant AC ou $BD = F.$ sin. BAD ; ces deux forces AC, AB, sont équivalentes à la force donnée AD, qu'il s'agissoit de décomposer ; nous ferons bientôt usage de cette derniere décomposition (1048).

Par le moyen de cette décomposition des forces attractives, on peut rapporter les forces perturbatrices, qui agissent sur une planete, à la direction même de son mouvement. Je prendrai pour exemple la terre qui est attirée par l'action de Jupiter comme si je cherchois l'inégalité qui en résulte dans le mouvement de la terre.

1047. Soit AT (*fig.* 125) l'orbite de la terre, qui est la planete troublée, BR celle de Jupiter ou de la planete troublante, & supposons-les dans un même plan pour simplifier nos calculs. Soit M la masse de la planete troublante, t l'angle RST ou l'angle de commutation (442) ; Jupiter situé en R attire la terre T avec une force $\frac{M}{RT^2}$ (1002) ; nous ne mettons point ici la somme des masses de Jupiter & de la terre, parce que nous négligerons totalement les troubles de Jupiter.

La force $\frac{M}{RT^2}$ doit se décomposer en deux autres, dont l'une agisse de T en G, ou de S en R, afin qu'on puisse en retrancher la force de Jupiter sur le soleil (1041) ; & l'autre tre de T en S ; la premiere est $M\frac{RS}{RT^3}$, elle tend à éloigner la planete du soleil dans la direction de TG ou de SR qui lui est parallele ; & pour cela nous lui donnons le signe né-

gatif; la 2e force est $\frac{M.TS}{RT^3}$ (1045) ; elle tend à rapprocher la terre du soleil, & nous la mettrons pour cette raison en +. De ces deux nouvelles forces la seconde est dans la direction du rayon vecteur TS, auquel nous avons intention de rapporter le mouvement de la terre, ainsi elle n'a besoin d'aucune décomposition nouvelle.

1048. La force $\frac{M.RS}{RT^3}$ ou $\frac{M.TG}{RT^3}$ n'étant point dans la direction du rayon vecteur, ni dans la direction du mouvement de la terre, il faut la rapporter à cette direction ; mais il faut auparavant en soustraire la force du soleil ; parce que la force TG n'agit, pour troubler le mouvement de la terre, qu'à raison de ce qu'elle est plus ou moins grande que celle qui agit en même temps sur le soleil de S en R; mais cette force sur le soleil est $\frac{M}{SR^2}$ (1042), il faut donc la retrancher de la force TG, qui est $\frac{M.SR}{RT^3}$, & nous aurons $\frac{M.SR}{RT^3} - \frac{M}{SR^2}$ pour la force perturbatrice, suivant SR ou TG; il faut la décomposer suivant TE & TB, en la multipliant par le cosinus & par le sinus de l'angle GTE ou RST (1046), c'est-à-dire, de l'angle t. La force suivant TE agira dans la direction STE du rayon vecteur de la terre, mais en sens contraire de la force centrale du soleil ; c'est pourquoi elle sera négative ; la force centrale du soleil étant supposée positive, parce qu'elle est toujours la plus grande. L'autre force agira de T en B, & tendra à diminuer la vîtesse de la terre, qui est supposée aller de A en T, c'est pourquoi elle sera aussi négative. La premiere est donc $-\left(\frac{M.SR}{RT^3} - \frac{M}{SR^2}\right)$ cos. t. (1046), force dirigée vers le soleil, & l'autre $-\left(\frac{M.SR}{RT^3} - \frac{M}{SR^2}\right)$ sin. t; celle-ci est la force qui agit perpendiculairement au rayon vecteur.

1049. Quant à la force dirigée vers le soleil, il faut se

rappeller que nous en avons trouvé une partie $+\frac{M.TS}{RT^3}$ (1047), à laquelle il faut ajouter celle qu'on vient de trouver, puisqu'elle est dans la même direction, & l'on aura enfin la force perturbatrice dirigée vers le centre du soleil $= + \frac{M.TS}{RT^3} - \left(\frac{M.SR}{RT^3} - \frac{M}{SR^2}\right)$ cos. t. La premiere partie de cette expression est proportionnelle à TS, & augmente par conséquent à mesure que la planete troublée s'éloigne du centre de son mouvement.

1050. La valeur $\frac{M.TS}{RT^2}$ nous fait voir que la force perturbatrice qui agit dans la direction TS du rayon vecteur, & qui modifie la force centrale de la planete, diminue en raison inverse du cube des distances, comme je l'ai supposé (1026). Voilà pourquoi l'on verra (1091) que la force de la lune pour élever les eaux de la mer, seroit plus petite si elle étoit à la distance du soleil, & cela autant que le cube de la distance du soleil est plus grand que le cube de la distance de la lune, parce que la force qui souleve les eaux de la mer est une force décomposée dans la direction TS du rayon de la terre.

1051. La force d'une planete sur une autre étant ainsi décomposée & exprimée d'une maniere générale, il est question de savoir quel effet il en résulte sur le mouvement de la planete troublée ; c'est peu de savoir pour un certain moment que la force de Jupiter pour déranger le mouvement de la terre est $\frac{1}{25000}$ de celle du soleil qui retient la terre dans son orbite ; il faut savoir combien cette force après avoir agi pendant une infinité de moments, c'est-à-dire, après un temps fini, aura produit d'effet sur le mouvement de la terre ; de combien elle aura augmenté ou diminué la vîtesse de la terre dans son orbite, de combien elle aura changé le plan de cette orbite, tout cela exprimé en minutes & en secondes, suivant la forme de nos tables astronomiques ; on connoît aisément la force perturbatrice à chaque instant, mais il faut chercher 1°. son effet au

même instant pour altérer l'orbite, 2°. la somme de ces effets répétés une multitude de fois ; c'est ce qui rend ici le calcul des infiniment petits absolument nécessaire ; on connoît l'effet d'un moment & il s'agit de connoître l'effet de trois mois, d'un an, d'une révolution entiere, ou d'un espace quelconque de temps, pendant lequel cet effet n'est point uniforme ni proportionnel au temps. C'est en quoi consiste la solution du problême des trois corps, donnée principalement par MM. Euler, Clairaut, d'Alembert, mais dans laquelle il entre trop de calcul infinitésimal pour pouvoir en donner ici même une légere idée ; on en trouvera les principes dans le XXII[e] Livre de mon Astronomie.

1052. Ainsi nous ne pouvons suivre ici l'explication des inégalités que produisent ces forces perturbatrices, mais comme la plupart des lecteurs aiment à entrevoir à peu près les raisons générales des résultats que le calcul démontre, je vais tâcher d'expliquer la maniere dont la perturbation du soleil produit les trois principales inégalités de la lune, l'évection, la variation & l'équation annuelle.

L'ÉVECTION est la principale inégalité que le soleil produise dans la lune (560) ; elle équivaut à un changement d'excentricité dans l'orbite lunaire. Lorsque le soleil répond à l'apogée ou au périgée de la lune, ou lorsque la ligne des apsides de la lune concourt avec la ligne des syzygies, la force centrale de la terre sur la lune qui est la plus foible dans la syzygie apogée, reçoit la plus grande diminution (1049), & la force centrale qui est la plus forte dans la syzygie périgée, y reçoit la moindre diminution ; donc la différence entre la force centrale périgée, & la force centrale apogée sera alors la plus grande ; donc la différence des distances augmentera, c'est-à-dire, que l'excentricité sera plus grande ; aussi l'observation prouve qu'alors la plus grande équation de la lune est 7° $\frac{2}{3}$, tandis qu'elle n'étoit pas de 5°, lorsque la ligne des quadratures concouroit avec celle des syzygies (560).

1053. Le mouvement alternatif de l'apogée qu'on observe

ferve en même temps vient de ce que la force centrale est diminuée (1056); il doit donc être le plus grand quand la ligne des syzygies concourt avec la ligne des apsides, ou lorsque le soleil répond à l'apogée ou au périgée de la lune, parce qu'il produit alors la plus grande diminution de la pesanteur de la lune. Quand l'apogée est dans les quadratures son mouvement est au contraire le plus lent, parce que la diminution totale de la force centrale est la plus petite; quand le soleil est à 45° des apsides le mouvement vrai de l'apogée est égal au mouvement moyen, parce que le soleil est placé dans le terme moyen des deux actions extrêmes, mais le vrai lieu de l'apogée est alors le plus différent du lieu moyen, & l'équation est la plus forte, parce qu'elle est le résultat de tous les degrés de vîtesses que l'apogée a reçus jusques-là (*a*), c'est-à-dire, depuis le temps où le soleil étoit dans l'apogée.

1054. LA VARIATION (561) est l'inégalité de la lune, qui sur une orbite supposée circulaire, a lieu dans les octans, à cause de la force tangentielle qui tend à accélérer ou à retarder son mouvement; soit *C* (*fig.* 116), le centre de la terre, *T* le centre du soleil, *AGF* l'orbite de la lune; lorsque avant la conjonction la lune est en *G*, elle est plus attirée que la terre, & elle attirée dans la direction *GT*; alors sa vîtesse s'accélere jusqu'à ce qu'elle soit en *A* dans sa conjonction, où la vîtesse de la lune sur son orbite est la plus grande; lorsqu'elle est vers *P*, 45 degrés après la conjonction, sa longitude vraie est la plus avancée, d'une quantité appellée *variation*, qui est de 37′ additive (561); il est vrai que la vîtesse de la lune cesse d'accélérer, & commence à retarder dès que la lune a passé le point *A*, parce que le soleil ayant attiré la lune plus qu'il n'attiroit la

(*a*) Il faut bien observer que l'effet de ces sortes d'accélérations ne commence à avoir lieu réellement & dans l'observation, que quand la cause est la plus forte, & il est le plus grand quand la cause cesse d'agir; c'est ainsi que dans le mouvement elliptique des planetes le vrai lieu est le plus avancé au temps où l'accélération finit, & où commence le retardement (497) c'est-à-dire, à 9 signes d'anomalie; j'ai vu quelques auteurs donner des idées fausses des inégalités de la lune, pour avoir perdu de vue cette considération.

terre pendant qu'elle alloit de *H* en *A*, a augmenté sa vîtesse de plus en plus, jusqu'en *A* où il cesse de l'augmenter; mais c'est en *A* que cette vîtesse s'est trouvée la plus grande, puisqu'elle n'a pas cessé d'être accélérée jusques-là, Depuis ce point *A* le soleil retirant vers *O* tend à diminuer la vîtesse, mais l'excès de la vîtesse acquise sur la vîtesse moyenne, dure jusques dans l'octant *P*, 45° après la conjonction, où la vîtesse vraie est égale à la moyenne; c'est pourquoi l'équation de la variation est additive, & la plus grande qu'elle puisse être, à 45° de la conjonction où la vîtesse est la plus forte (*voy. la note précédente*).

1055. L'ÉQUATION ANNUELLE de la lune qui va jusqu'à 11'¼ (562), vient de ce que le soleil quand il est périgée agit plus sur la lune que quand il est apogée; & comme son effet le plus considérable pendant une révolution entiere de la lune, est de diminuer la force centrale de la lune vers la terre, cette force est la plus diminuée quand le soleil est périgée; alors le diametre de l'orbite lunaire devient plus grand, car la lune étant moins attirée vers la terre s'en éloigne nécessairement; son orbite devenue plus grande rend la durée de la révolution plus longue; car les carrés des temps des révolutions sont toujours comme les cubes des diametres des orbites; le mouvement de la lune est donc ralenti dans le périgée du soleil, & l'équation annuelle commence alors à être soustractive, par la raison expliquée dans la notre précédente.

Du Mouvement des Apsides.

1056. L'observation prouve que les aphélies de toutes les planetes ont un petit mouvement selon l'ordre des signes (14); l'apogée de la lune a un mouvement très-rapide (559); ces mouvements sont une suite de l'attraction. Chaque planete décriroit naturellement une ellipse si elle n'étoit attirée que par le corps autour duquel elle tourne; mais elle est continuellement détournée de cette orbite par les attractions des autres planetes, en sorte que sa trace n'est jamais véritablement une ellipse; cependant les Astronomes

supposent pour simplifier les calculs, qu'une planete reste toujours sur une ellipse, mais que cette ellipse est mobile.

1057. Soit *S* le foyer (*fig.* 128), & *A* l'aphélie d'une planete, dont l'orbite est *AMPO*, & supposons que la planete ait été de *A* en *B* dans une ellipse immobile *ABP*, avec la force centrale du soleil *S*. Si l'attraction d'une autre planete *P*, qui tend à l'éloigner du soleil la fait parvenir en un point *C*, & à une distance *SC* du soleil, on pourra supposer que ce point est placé dans une autre ellipse *COE* égale à l'orbite *ABP*, dont l'apside au lieu d'être encore en *A* soit parvenue en *C*; l'on ajuste, pour ainsi dire, sur le point *C* où est arrivée la planete, l'ellipse *ABP* dont la planete est véritablement sortie, & en faisant mouvoir cette ellipse on réduit le calcul du vrai mouvement de la planete à la simplicité du calcul elliptique. Toutes les fois que la planete s'éloigne du foyer *S*, ou que sa force centrale est diminuée, on est obligé de concevoir un mouvement progressif dans son apside pour satisfaire à cette diminution, c'est ce qui a lieu dans le systême planétaire.

1058. Il y a deux autres causes qui peuvent produire un mouvement dans les apsides: la premiere a lieu pour la lune & pour les satellites, c'est la figure applatie de la planete principale. La seconde est la petite résistance qu'on peut imaginer dans la matiere éthérée où les planetes se meuvent; cette résistance, si elle avoit lieu, pourroit changer la grandeur, la figure & la situation des orbites après un certain nombre de révolutions. *Voyez* M. d'Alembert (*Recherches sur le systême du Monde*, *T* 11.); on peut consulter aussi les *Recherches* de M. l'abbé Bossut, qui remporta le prix de l'Académie en 1762 sur cette matiere, & celles de M. Albert Euler, qui eut l'*accessit*, elles sont dans le VIIIe Volume des Pieces des prix. Mais je dois avertir que l'examen des plus anciennes observations ne nous fait appercevoir dans les orbites aucun changement qui puisse indiquer la résistance de la matiere éthérée; le mouvement des apsides qu'on y remarque est produit par l'attraction mutuelle des planetes; car on trouve que la résistance du

fluide produiroit un mouvement de l'aphélie beaucoup moins sensible que le changement de durée dans la révolution : or celui-ci n'a pas lieu, du moins sensiblement ; donc le mouvement observé dans les apsides ne vient pas de la résistance.

1059. Je dis qu'on ne voit pas de changement dans la durée des révolutions, je l'ai prouvé pour la terre & pour Mars, (*Mém. Acad.* 1757, *pag.* 418 & 445). Saturne paroît au contraire avoir retardé (455) ; donc si l'on observe une accélération dans Jupiter, elle vient de l'action de Saturne, & de la position de ses apsides, (M. Cassini, *Mém. Acad.* 1746, *pag.* 465. Si cela est, les choses reviendront par la suite au même état où elles sont actuellement, & l'accélération se convertira en un retardement. Quant à l'accélération de la lune (564), elle n'est pas constatée d'une maniere absolument évidente, & je ne doute pas qu'on ne trouve dans l'attraction de quoi satisfaire à l'équation séculaire qu'on croit y remarquer. Ainsi rien ne prouve jusqu'ici la résistance de la matiere éthérée ; tous les Astronomes doivent donc convenir que si les corps célestes ne sont pas dans un vuide absolu, ils sont au moins dans une matiere dont l'effet est insensible, & qui est pour nous comme le vuide ; cela seul suffiroit pour dissiper le systême des tourbillons & du plein, que nous avons déja réfuté par les preuves de l'attraction (999).

Du Mouvement des nœuds des Planetes.

1060. Si toutes les planetes tournoient autour du soleil dans un même plan, ce plan ne changeroit point par leur attraction réciproque, une planete ne pouvant faire sortir l'autre d'un plan où elles sont toutes deux ; mais toutes ces orbites sont inclinées les unes sur les autres, & dans des situations fort différentes ; chaque planete est tirée sans cesse hors du plan de son orbite par toutes les autres planetes, & change à tout instant d'orbite. Les Astronomes, pour représenter méthodiquement ces inégalités, sup-

posent que la planete est toujours dans le même plan ou sur la même orbite, mais que cette orbite change de situation; on peut en effet représenter tous les mouvements d'une planete hors du plan de son orbite primitive, en donnant à ce plan un changement d'inclinaison, avec un mouvement dans ses nœuds, qui soit tel que le plan qu'on adopte, suive la planete dans toutes ses inégalités.

1061. On sentira même sans aucune démonstration qu'il est impossible qu'une planete attirée, dont l'orbite est dans un autre plan que celle de la planete perturbatrice vienne jamais traverser le plan de celle-ci, au même point où elle l'avoit traversé dans la révolution précédente : elle doit à chaque fois le traverser plutôt qu'elle n'eût fait, si la planete perturbatrice ne l'eût point attirée vers ce plan; elle a sans cesse une détermination ou une force vers le plan où se trouve la planete qui l'attire, & elle ne peut obéir à cette force qu'en arrivant à ce plan un peu avant la fin de sa révolution.

1062. Soit *DN* (*fig.* 129) l'écliptique; *LABN* l'orbite de la lune, c'est à-dire, l'orbite dans laquelle la lune étoit d'abord, en parcourant l'arc *LA*; le soleil étant placé dans le plan de l'écliptique *DN*, il est clair qu'en tout temps la force attractive du soleil tend à rapprocher la lune du plan de l'écliptique ou de la ligne *DN*, dans laquelle se trouve le soleil; ainsi lorsque la lune tend à parcourir dans son orbite un second espace *AB* égal à l'espace *LA* qu'elle venoit de parcourir, la force du soleil tend à la rapprocher de l'écliptique *ND* d'une quantité *AE*; il faut nécessairement que la lune par un mouvement composé décrive la diagonale *AC*, du parallélogramme *AECB*, en sorte que son orbite devienne *ACM*: au lieu de *LABN*; c'est pourquoi le nœud *N* de cette orbite change continuellement de position & va de *N* en *M* dans un sens contraire au mouvement de la lune, que je suppose dirigé de *A* vers *N*; donc le mouvement du nœud d'une planete est toujours rétrograde par rapport à l'orbite *DN* de la planete qui produit ce mouvement.

1063. La même figure fait voir pourquoi l'attraction du soleil change l'inclinaison de l'orbite lunaire (566) : la lune obligée de changer sa direction primitive *LABN* en une direction nouvelle, *ACM*, rencontrera l'écliptique *NMD* au point *M* sous un nouvel angle *AMD* différent de l'inclinaison *AND* que la lune affectoit auparavant; mais ce changement d'inclinaison étant insensible dans les autres planetes, je ne m'en occuperai point ici. D'ailleurs ce changement est périodique, & il ne s'accumule point; car si l'orbite troublée *ACM* fait en *M* un plus grand angle d'inclinaison que l'orbite primitive en *N*, il arrivera le contraire quand la planete aura passé le nœud *N*, en sorte que l'inclinaison se rétablira par les mêmes degrés; il n'y a que les nœuds dont le mouvement est toujours du même sens, & qui rétrogradent de plus en plus, soit que la lune tende à son nœud, soit qu'elle s'en éloigne. Ce mouvement des nœuds produit des changements dans les inclinaisons des orbites planétaires lorsqu'on les rapporte à l'écliptique (527).

1064. La précession des équinoxes ou l'effet des attractions qu'exercent le soleil & la lune sur le sphéroïde terrestre (756), est un effet de même espece que le mouvement des nœuds, mais c'est une des parties les plus difficiles du calcul des attractions célestes; Newton s'y étoit mépris : M. d'Alembert a le premier résolu complétement ce problême, M. Euler, M. Simpson, M. le Chevalier d'Arcy, M. de Silvabelle, le P. Walmesley & plusieurs autres, se sont exercés sur cette matiere, & je l'ai traitée avec la plus grande clarté possible dans le XXII[e] Livre de mon Astronomie.

1065. La théorie du mouvement des nœuds fait voir qu'une planete qui tourne dans le plan de son orbite, en est sans cesse retirée par les autres planetes (1062); il en est de même des parties du sphéroïde terrestre qui étant relevées vers l'équateur; & tournant chaque jour avec lui, sont détournées de leur mouvement naturel par les attractions latérales du soleil & de la lune, comme si la portion de matiere (ou cette espece de menisque) dont on

peut concevoir que le globe de la terre est surmonté, étoit composée d'un grand nombre de planetes qui tournassent en 24 heures autour de la terre.

1066. Ainsi pour calculer cette précession, l'on commence à chercher la force avec laquelle le soleil attire chaque particule de la terre; ensuite la force totale qui en résulte pour faire tourner un méridien, & de là le sphéroïde tout entier. Quand on connoît la force pour un instant donné, on en conclut le mouvement par le moyen du calcul intégral. C'est ainsi que l'on trouve environ 20″ dont l'équateur terrestre doit rétrograder chaque année, par l'action seule du soleil, en supposant la terre homogène.

1067. La lune, en agissant sur le sphéroïde, tout ainsi que le soleil, y produit un mouvement semblable : la précession produite par le moyen de la lune se déduit facilement de celle du soleil ; mais comme la lune par le mouvement de ses nœuds en 18 ans change beaucoup sa distance à l'équateur, & par conséquent la direction & l'obliquité de son attraction sur les parties relevées de l'équateur terrestre, elle produit non-seulement une rétrogradation continue, mais encore une inégalité périodique dont le retour est de 18 ans, & une nutation (795) qui fut observée par M. Bradley.

1068. Si nous supposons avec M. Bradley que la nutation observée est de 18″, la plus grande équation de la précession doit être de 16″ 8, la précession causée par le soleil de 16″ 3 & celle de la lune 33″ 7; dans ce cas la force de la lune seroit 2,09, c'est-à-dire, un peu plus que le double de celle du soleil. Mais si la nutation observée étoit seulement de 19″ on auroit, 17″ 8 pour l'équation, 14″ 5 pour la précession solaire, 35″ 5 pour celle que cause la lune, & $2\frac{1}{2}$ pour la force de la lune. Par ce moyen l'on concilieroit les observations des marées (1090) avec celles de la nutation. J'ai supposé, dans le cours de cet ouvrage, que la force de la lune étoit deux fois & demie celle du soleil; on peut, par une espece de milieu, ne la supposer que $2\frac{1}{4}$; il en résultera toujours que la précession

causée par le soleil n'est pas de 21″ comme le donne la théorie, mais de 15″½; cela sembleroit indiquer que la terre n'est pas homogène; mais nous ne sommes pas encore en état de prononcer avec certitude sur la disposition intérieure des couches de la terre.

1069. Les 35″ de précession moyenne, qui sont l'effet de la lune, seroient produites d'une maniere aussi uniforme que celles dont le soleil est la cause, si la lune étoit toujours à la même déclinaison quand elle répond au même point de l'équateur; mais à cause du mouvement de ses nœuds (368), il arrive que dans ses différentes révolutions elle s'éloigne plus ou moins de l'équateur, & agit sur lui avec plus ou moins de force. Quand le nœud ascendant est dans le Bélier, le plus grand éloignement de la lune par rapport à l'équateur, va jusqu'à 28° ¾; mais quand la nœud ascendant est dans la Balance, neuf ans après, la lune ne s'éloigne jamais de l'équateur que de 18° ¼ à chaque révolution; alors son attraction totale sur le sphéroïde, dans le cours d'une révolution, est beaucoup moindre, puisqu'on sent bien qu'elle dépend de la déclinaison; c'est pourquoi la précession annuelle est si inégale dans l'espace de 18 ans, & la nutation si considérable.

1070. On observe par un effet de cette nutation que l'obliquité de l'écliptique augmente de 9″ quand la longitude du nœud de la lune est zéro, c'est alors que la lune s'éloigne le plus de l'équateur, & qu'elle a le plus d'action pour changer le plan de l'équateur, & par conséquent l'obliquité de l'écliptique : soit ♈ *G* ♎ l'écliptique (*fig.* 130), ♈ *M* ♎ l'équateur; *EG* l'orbite de la lune; cette planete s'écarte beaucoup au nord de l'équateur quand son nœud ascendant *G* est dans le Bélier; alors la lune attire l'équateur terrestre de ce côté là avec plus de force. Il semble qu'alors l'équateur *EM* devroit se rapprocher de l'écliptique *EG*; c'est cependant alors même que l'angle est le plus grand, & que l'obliquité de l'écliptique, au lieu d'être de 23° 28′ 0″, se trouve de 23° 28′ 9″.

1071. Pour avoir le dénouement de cette difficulté, il faut considérer que ce n'est pas au point où agit la lune sur l'équa-

teur terrestre que se fait le plus fort déplacement de l'équateur mais à 90° plus loin. Ainsi quand la lune, en parcourant *LA* (*fig.* 131), agit le plus sur l'équateur ♈ *Q* vers les points solsticiaux, c'est cependant vers les équinoxes ♈ & ♎ que cet effet devient sensible, parce que le changement de direction des parties de la terre leur fait prendre une diagonale dont l'écartement est le plus sensible à 90° plus loin. Cet effet produit vers les équinoxes ne changera pas l'obliquité de l'écliptique ou la distance du point *E* de l'écliptique au point *Q* de l'équateur : voyons dans quel temps se fait le plus grand changement.

1072. Quand le nœud de la lune est en *G* (*fig.* 130) dans le solstice, la lune traversant l'équateur en *E*, n'agit point pour incliner l'équateur ; car pour agir il faut qu'elle en soit à une certaine distance, & plus elle en est éloignée, plus elle agit. La lune étant en *G*, la plus éloignée de l'équateur qu'il est possible, c'est-là où elle attire le plus ; si *MO* est le mouvement diurne de l'équateur terrestre en 1″ de temps, & *OF* la quantité de force que la lune exerce perpendiculairement à son plan, l'équateur prendra la direction *MF* ; donc sur le colure des solstices *NS* où se mesure l'obliquité de l'écliptique, l'équateur *MS* paroîtra plus éloigné de l'écliptique *N* ; donc l'obliquité de l'écliptique paroîtra augmentée par l'action de la lune.

1073. Pendant tout le temps que le nœud ascendant *G* sera dans la partie boréale de l'écliptique ou dans les signes ascendants, cet effet aura lieu ; voilà pourquoi il s'accumule de plus en plus, & enfin quand le nœud *G* de la lune par son mouvement rétrograde arrive en ♈, l'action est nulle, mais l'équation résultante de l'effet qui a été produit jusqu'à ce moment là, est la plus grande, tout ainsi que dans le mouvement elliptique des planetes, l'équation est la plus grande quand la vîtesse cesse d'augmenter (497) ; voilà pourquoi l'obliquité de l'écliptique est la plus grande dans le temps où véritablement l'action de la lune sur l'équateur est située le moins avantageusement pour produire cette augmentation, & qu'elle sembleroit devoir faire tout le contraire.

Du Flux & du Reflux de la Mer.

1074. Il y a dans les marées trois phénomenes principaux, très-remarquables; le premier revient deux fois le jour, le second deux fois le mois, le troisieme deux fois l'année. Tous les jours au passage de la lune par le méridien, ou quelque temps après, on voit les eaux de l'Océan s'élever sur nos rivages; on assure qu'à S. Malo cette hauteur va jusqu'à plus de 45 pieds. Parvenues à cette hauteur les eaux se retirent peu à peu; environ six heures après leur plus grande élévation elles sont à leur grand abaissement; après quoi elles remontent de nouveau lorsque la lune passe à la partie inférieure du méridien, en sorte que la haute mer & la basse mer, le *Flot* & le *Jusam* s'observent deux fois le jour, & retardent chaque jour de 48′, plus ou moins, comme le passage de la lune au méridien.

1075. Le second phénomene consiste en ce que les marées augmentent sensiblement au temps des nouvelles lunes & des pleines lunes, ou un jour & demi après, & l'augmentation est sur-tout très-sensible quand la lune est périgée. Enfin le troisieme phénomene des marées est l'augmentation qui arrive vers les deux équinoxes; en sorte que le cas où les marées sont les plus fortes de toutes est celui d'une syzygie périgée qui arrive dans le temps de l'équinoxe : nous expliquerons encore mieux les phénomenes en expliquant leur cause.

1076. Le plus ancien Auteur qui ait parlé des marées, comme l'observe Strabon (vers les deux tiers de son premier Livre), est Homère (Odyss. XII. 105), à l'occasion de Charibde; Homère dit qu'elle s'éleve & se retire trois fois le jour; Strabon pense que le mot τρὶς a été mis à cause de la figure poëtique, pour le mot δὶς, deux fois; on pourroit croire aussi qu'Homère étoit mal informé ou qu'il y a eu corruption dans le texte. (*Costard, Hist. of Astron. pag.* 256, 268).

1077. Hérodote en parlant de la mer Rouge, & Dio-

dore de Sicile font mention d'un flux grand & rapide ; mais sans rien dire de la cause ῥεῖν δὲ πολὺν καὶ σφοδρόν. Le premier des Grecs qui fit attention à la cause des marées, fut Pytheas de Marseille; il avoit été en Angleterre, comme le dit Strabon, & il avoit dû y observer les marées de l'Océan ; Plutarque nous apprend qu'il les regardoit, en effet, comme étant réglées en quelque sorte par la lune ; il est vrai qu'il ne parle que d'une marée par mois, mais c'est sans doute une faute de Plutarque. Les marées du Golfe Arabique ou de la mer Rouge étant très-fortes pourroient servir, dit M. Costard, à expliquer le passage des Israélites, dont il est parlé dans l'Exode ch. XIV, sur-tout si l'on suppose qu'un vent de *N. E.* pouvoit augmenter encore la chûte ou l'abaissement des eaux.

1078. Aristote, dans la multitude de ses ouvrages de Physique, faits 300 ans avant J. C. ne parle presque pas des marées, on n'y trouve que trois passages fort courts à ce sujet ; le premier, où il dit qu'il y a un grand flux des eaux qui sont vers le Nord ou du côté de l'Ourse, [Météorol. L. II.] ; le second, où il dit qu'on parle d'élévations de la mer réglées sur la lune [*De Mundo*, c. 4. *in fine*] ; le troisieme, où il observe que la marée d'une grande mer est plus forte que celle d'une mer plus petite [*Probl. sect.* 23]. Nous ne voyons rien qui annonce qu'Aristote se soit occupé de ces phénomenes au point d'être mort du désespoir que sa curiosité lui causa, comme l'ont écrit S. Justin & S. Grégoire de Nazianze. En général les Grecs furent très-peu au fait des marées, & l'on voit dans Quinte-Curce combien les soldats d'Alexandre en furent étonnés en arrivant aux Indes quand ils virent les vaisseaux à sec.

1879. C'est au temps de César, que les Romains instruits par leurs conquêtes commencent à montrer des connoissances dans cette partie de la Physique ; César en parle dans ses Commentaires (L. IV). Strabon explique d'après Posidonus, que le mouvement de l'Océan imite celui des cieux, qu'il y a un mouvement diurne, un menstruel, un annuel ; que la mer s'éleve quand la lune est dans le méridien, soit au dessus

ſoit au deſſous de l'horizon, & qu'elle eſt baſſe au lever & au coucher de la lune. Que les marées augmentent dans les nouvelles & dans les pleines lunes, & dans le ſolſtice d'été.

1080. Pline explique non-ſeulement les phénomenes, mais la cauſe, quand il dit : *Cauſa in ſole lunaque..... ut ancillantes ſyderi avido trahentique ſecum hauſtu maria*, *L. II, c.* 97, *&c.* Seneque en parle avec exactitude (*Quæſt. nat. III,* 28. *Quare bonis viris mala accidant*, *c.* 1). Macrobe, auteur du 4e ſiecle décrit très-bien les mouvements de l'Océan, à l'occaſion de la période de 7 jours (*Somn. Scip.* I. 6).

1081. Les différentes manieres dont on a cherché en différents temps à expliquer l'effet de la lune ſur les marées ſont ſi peu ſatisfaiſantes, que je ne crois pas devoir même les indiquer. V. Plutarque, *de Plac. phil.* L. III. c. 17. Galilée, *de Syſt. Mundi*, Dial. 4. Riccioli, *Almag.* II. *p.* 374. Gaſſendi, *Op. II. pag.* 27. *Wallis opera*, *&c.* Képler fut le premier qui apperçut l'effet de l'attraction univerſelle dans les marées ; il en parle d'une maniere éloquente dans ſon ouvrage : *De Stella martis.*

1082. Nevvton, après la découverte du principe & de la loi générale de l'attraction, apperçut facilement les effets que le ſoleil & la lune devoient produire ſur les marées, & il traita cette matiere dans ſon Livre des principes avec ſa ſupériorité ordinaire. Enfin, l'Académie des Sciences ayant réſolu vers 1738 de traiter tout de nouveau & d'approfondir les branches du ſyſtême du monde que Nevvton n'avoit pu épuiſer, propoſa pour le prix de 1740 la queſtion des marées ; les pieces de MM. Bernouilli, Euler & Mac-Laurin, qui partagerent le prix ſont d'excellents traités ſur cette matiere.

1083. La premiere choſe qui ſe préſente à démontrer, c'eſt que l'attraction de la lune ou du ſoleil conſidérée ſéparément, agiſſant ſur une couche de fluide très-mince qui environne un globe, doit faire prendre à ces eaux une figure elliptique ; M. Mac-Laurin le démontra d'une maniere ingénieuſe dans ſa piece de 1740 ; M. Clairaut le prouve dans

sa *Théorie de la figure de la Terre* ; & il est aisé d'appliquer aux marées la même démonstration, parce que la force du soleil & de la lune sur les différentes particules de la terre est de même espece que la force centrifuge, & produit aussi-bien qu'elle une figure elliptique dans ses eaux : je l'ai démontré fort au long dans le XXII[e] Livre de mon *Astronomie*.

Les eaux s'élevent non-seulement vers le côté où est l'astre qui les attire, mais encore du côté opposé, parce que si l'astre attire les eaux supérieures plus qu'il n'attire le centre de la terre, il attire aussi le centre de la terre plus qu'il n'attire les eaux inférieures, & celles-ci restent en arriere du centre autant que les eaux supérieures vont en avant du côté de l'astre qui les attire. Les Cartésiens n'ont jamais voulu comprendre cette double marée, quoique ce soit un effet incontestable de l'attraction. Tous les cercles de la terre qui ont leur commune section dirigée vers la lune prennent également la forme elliptique, ainsi le globe aqueux se change en un ellipsoïde alongé, dont le grand axe est dirigé vers l'astre qui attire les eaux.

1084. Le degré d'ellipticité d'un pareil sphéroïde est égal à $\frac{5}{4}$ de la force perturbatrice au point où elle est la plus grande, en sorte qu'ayant calculé la force attractive du soleil sur les eaux on trouve que l'applatissement de ce sphéroïde est de 25 pouces, c'est la quantité dont la force seule du soleil est capable d'élever les eaux de la mer sous l'équateur. Nous verrons bientôt que la lune peut en produire trois fois autant ; ce qui feroit en tout 8 pieds de marée dans une mer libre ; mais cette hauteur est souvent diminuée par la résistance du fond ; car elle n'est que de 3 pieds à l'Isle de Sainte-Hélene, au Cap de Bonne-Espérance, dans les Philippines & les Molucques ; & d'un pied dans le milieu de la mer du Sud ; au contraire elle est souvent augmentée par la situation & la figure des côtes, puisqu'à Saint-Malo, il y a jusqu'à 45 pieds de marée, & quelquefois davantage.

1085. Ce n'est pas précisément vers le soleil ou vers la lune qu'est dirigé le sommet de cet ellipsoïde aqueux,

car on observe que la marée n'arrive qu'environ $2^h\frac{1}{2}$ après leur passage au méridien dans les mers libres ; c'est ainsi que M. de la Caille l'a observé au Cap (*Mém. Acad.* 1751). M. Maskeline, à $2^h \frac{1}{4}$ à l'Isle de Sainte-Hélene, (*Phil. transf.* 1762). Ainsi quand nous parlerons dans les articles suivants de l'astre qui produit la marée, il faudra entendre un point qui est à 35° environ plus oriental que le vrai lieu de l'astre. Et à l'égard des côtes qui sont plus reculées, la marée est encore plus retardée, comme on le voit par la table de l'*Etablissement du Port*, qui est dans la *Connoissance des Temps*, dans l'Architecture hydraulique de Bélidor & dans tous les livres de Navigation, tels que ceux du P. Fournier, de Bouguer, de Robertson.

1086. Dans une ellipse peu applatie les excès des rayons sur le petit demi axe sont comme les carrés des sinus des distances au petit axe (821) ; ainsi le sphéroïde aqueux faisant successivement avec le soleil tout le tour de la terre, les pays situés sous le grand axe seront inondés, ceux qui seront sous le petit axe auront basse mer, & la différence entre la basse mer & la hauteur de l'eau pour un moment quelconque sera l'excès d'un des rayons sur le petit axe de l'ellipse.

La hauteur de la marée au dessus des basses eaux, en un lieu quelconque, est donc égale à la plus grande hauteur de l'eau multipliée par le carré du cosinus de la distance de l'observateur au sommet de l'ellipsoïde ; c'est à-dire de la distance entre le zénith du lieu & l'astre qui produit la marée, en supposant l'ellipsoïde dirigé à l'astre même ; ainsi la plus basse mer arrive quand l'astre est à l'horizon, & la plus haute mer quand l'astre est au méridien.

1087. De là il suit que si le lieu donné & l'astre qui produit la marée sont tous deux sous l'équateur, la hauteur de la marée est comme le carré du cosinus de l'angle horaire ; & l'élévation croît à peu près comme les carrés des temps aux environs du méridien ; c'est aussi ce que l'observation a fait voir (*Mém. Acad.* 1720, *pag.* 360).

Si le lieu donné est éloigné de l'équateur, la hauteur de

la marée eſt comme le carré du coſinus de la latitude; mais auſſi-tôt que la latitude eſt aſſez grande pour que la lune ne ſe couche point dans certains temps, il n'y a plus qu'une ſeule marée dans les 24 heures; parce que la lune n'approche qu'une fois de l'horizon. Sous le pole même il n'y a point de marée diurne, puiſque la lune reſte ſenſiblement pendant toute la journée à la même diſtance du zénith, & le ſphéroïde aqueux tourne, ſans s'élever à une heure plus qu'à une autre. Dans les autres cas, il y a deux marées, l'une répond à peu près au paſſage ſupérieur de la lune par le méridien, l'autre au paſſage inférieur; mais elles ſont fort inégales.

1088. Si l'aſtre n'eſt pas dans l'équateur, la marée pour un pays ſitué ſous l'équateur ſera comme le carré du coſinus de la déclinaiſon, parce que cette déclinaiſon ſera elle-même la diſtance de l'aſtre au zénith, ou la diſtance du point donné au ſommet de l'ellipſoïde. Si le lieu donné n'eſt pas dans l'équateur, la marée ſupérieure ſera la plus grande, ſuivant la théorie, quand l'aſtre paſſera le plus près du zénith; c'eſt-à-dire, quand la déclinaiſon de l'aſtre ſera du côté du pole élevé; mais la marée inférieure ſera plus petite que quand l'aſtre étoit dans l'équateur, parce que le point oppoſé à l'aſtre ſera plus éloigné du zénith que de l'équateur, quand l'aſtre ſera dans la partie inférieure du méridien.

1089. L'on obſerve cependant que les marées en Europe ſont plus grandes en général après les équinoxes que vers le ſolſtice d'été, cela vient problablement de quelques circonſtances particulieres; 1°. Les vents du Sud & de l'Oueſt ſont alors plus fréquents & plus forts; 2°. La marée du ſolſtice eſt plus gênée entre les continents de l'Afrique & de l'Amérique, eſt plus reſſerrée que celle des équinoxes; elle peut donc être moins ſenſible ſur nos côtes; 3°. Dans les ſolſtices il y a deux marées, dont une forte & l'autre foible, & qui ſe compenſent mutuellemeut, au lieu que dans le temps des équinoxes il y en a deux à peu près égales, dont l'effet total eſt plus ſenſible. Ajoutons cependant qu'il n'eſt point auſſi général qu'on le dit commu,

nément que les marées des équinoxes soient les plus grandes de l'année, & que les marées les plus grandes & les plus extraordinaires dont on ait connoissance ne sont point arrivées vers les équinoxes, comme on le verra dans un Mémoire que j'ai lu à l'Académie en 1772 sur les marées des équinoxes.

1090. Si la force du soleil est capable de changer la surface des eaux de l'Océan en un sphéroïde alongé dont le sommet est dirigé vers le soleil, la lune doit produire un effet semblable; aussi les marées qu'on observe participent-elles du mouvement du soleil & de la lune. Dans les syzygies, c'est-à-dire, les nouvelles lunes & les pleines lunes, le sphéroïde aqueux produit par la force du soleil, & celui qui est produit par la force de la lune, sont dirigés dans le même sens; ainsi l'alongement du sphéroïde est égal à la somme des allongements que le soleil & la lune sont capables de produire séparément; mais dans les quadratures les axes de ces deux sphéroïdes sont à angles droits; & le grand axe du sphéroïde solaire augmente le petit axe du sphéroïde lunaire. Ainsi les marées des syzygies sont la somme des effets du soleil & de la lune, tandis que les marées des quadratures en sont la différence. Les hauteurs des marées peuvent donc nous faire connoître le rapport des forces du soleil & de la lune. M. Daniel Bernouilli supposant qu'à Saint-Malo la mer varioit de 50 pieds dans les marées moyennes des syzygies, & de 15 pieds dans celles des quadratures, en conclut que le rapport des deux forces du soleil & de la lune est celui de 13 à 7; mais après avoir examiné diverses observations, sur-tout les intervalles des marées dont nous allons parler (1092): il en conclut que la force de la lune est $2\frac{1}{2}$ fois celle du soleil, dans les moyennes distances.

1091. Quand la lune est apogée sa force diminue comme le cube de sa distance augmente (1050), en sorte que si la force moyenne de la lune est $2\frac{1}{2}$, la plus grande force dans le périgée sera égale à 3, & la plus petite $=$ 2 seulement, dans l'apogée. En effet, les cubes des parallaxes extrêmes,

trêmes, ou de 53′ 51″, & de 61′ 29″ sont à peu près comme 2 est à 3. Cette augmentation des marées dans le périgée de la lune est parfaitement d'accord avec les observations.

Les cubes des distances du soleil à la terre en hiver & en été sont entre eux comme 1 est à 1,106. La force du soleil est donc plus grande en hiver d'un dixieme, & si sur 22 ou 23 pieds de marée qu'il y a à Brest quand la lune est périgée, il y en a 5 ¾ pour l'action du soleil, il doit y avoir en hiver 7 pouces d'élévation à Brest de plus qu'en été, par le seul effet des distances du soleil à la terre: cette quantité est trop peu sensible pour qu'on puisse en être bien assuré par les observations.

1092. Jusqu'ici nous n'avons parlé des marées que pour le cas des syzygies ou des quadratures; examinons ce qui se passe dans les temps intermédiaires. Quand la lune & le soleil sont à quelque distance l'un de l'autre, chacun produit une élévation différente dans un lieu donné, & la somme de ces deux élévations est la hauteur de la marée qu'il s'agit de déterminer. La force de la lune étant deux ou trois fois plus grande que celle du soleil, le point de la haute mer approche deux ou trois fois plus de la lune que du soleil, & n'est jamais éloigné de la lune de 15°. Ainsi le passage de la lune au méridien est ce qui influe le plus sur le temps de la haute mer; aussi la différence entre le passage de la lune & le moment de la haute mer n'est jamais de plus de 63′ de temps, lors même que la lune est périgée & qu'elle est à 60° du soleil. M Bernoulli a déterminé, par ses formules, le *maximum* de cette différence entre le passage de la lune & la haute mer; mais il est aisé de le déterminer par le calcul astronomique, à l'aide de quelques fausses positions, pour toutes les élongations de la lune. Soit *ABM* (*fig.* 128) le sphéroïde aqueux dont le sommet ou le point de la haute mer est en *A*, le soleil répondant au point *H*, la lune au point *L*; & la distance *LH* du soleil à la lune étant supposée de 60°, *LA* est la distance de la lune au point de la haute mer; *AH* la distance du soleil

au même point. La hauteur de la plus grande marée par l'action seule du soleil étant appellée 1, l'on aura cos. AH^2 pour la hauteur en A, produite par le soleil (1086), & 3 cos. LH^2 pour la hauteur produite en A par l'action de la lune périgée. Si l'on suppose LA de 9° & AH de 51°, l'on trouvera ces deux termes 0,3961, & 2,9266; ainsi la hauteur totale de la marée sera 3,3227. Si l'on suppose LA 9° $\frac{1}{2}$ on aura 2,9183 & 0,4046, ce qui fait 3,3229; si l'on suppose LA = 10° l'on aura 2,9095 & 0,4132, ce qui donne la marée 3,3227; il est facile de voir que le *maximum* de leur somme est à 9° $\frac{1}{2}$; c'est donc la plus grande hauteur de la marée quand le soleil & la lune sont à 60° l'un de l'autre, & que la lune est périgée.

1093. Pour savoir combien de temps le point A doit passer au méridien plutôt que la lune, on considérera que le retardement diurne de la lune périgée étant de 1^h 6′, ces 9° $\frac{1}{2}$ font 40′ de temps, ainsi la haute mer précédera de 40′ le passage de la lune au méridien. Quand la lune est apogée & que sa force est seulement double de celle du soleil, le *maximum* pour 60° de distance est de 2,3660, & ce point est à 15° de la lune; ces 15° font 62′ $\frac{3}{4}$ en temps lunaire; ainsi dans l'apogée de la lune il y a 1^h 3′ de différence entre le passage au méridien & l'heure de la haute mer; il y a une table de cette différence pour tous les degrés de distance de la lune au soleil, que j'ai mise plusieurs fois dans ma *Connoissance des Temps.*

1094. Cette différence entre le passage de la lune au méridien, & l'heure de la marée, a encore servi à M. Bernoulli à déterminer le rapport des forces de la lune & du soleil. Supposons que dans les moyennes distances HA réponde à 34′ de temps; & que AL soit de 14′, il est aisé de sentir que ces deux quantités sont en raison inverse des forces du soleil & de la lune, d'où il résultera que ces forces sont entre elles comme 14 est à 34 ou à peu près comme 1 est à 2 $\frac{1}{2}$.

1095. De tous les principes établis dans les articles précédents, il résulte une regle générale pour calculer la hau-

teur de la marée dans un lieu & un temps quelconque. Il faut trouver 1°. le lieu du soleil & de la lune, & leurs distances à la terre; 2°. calculer leurs déclinaisons, leurs hauteurs pour le lieu donné (368), supposant l'angle horaire plus grand de $3^h \frac{1}{4}$ si c'est à Brest, 6^h à Saint-Malo ou à Plymouth, &c. plus ou moins suivant *l'heure du Port*. Quand cette hauteur calculée sera zéro, l'on aura la basse mer dans le lieu donné, car le sommet du sphéroïde sera dans l'horizon. Hors de là le carré du sinus de cette hauteur du sommet du sphéroïde aqueux, multiplié par le plus grand effet de la lune à la distance donnée (1091), donnera la hauteur de la marée, ou la différence de la plus basse mer lunaire à celle qui a lieu au moment donné; on fera le même calcul pour le soleil, & l'on ajoutera ensemble les deux hauteurs pour avoir la marée totale.

1096. Il est bon de la rapporter au point fixe ou au niveau naturel pour la combiner avec celle du soleil rapportée au même niveau; pour avoir ce point de niveau, c'est-à-dire, avoir un point fixe pour y rapporter les hauteurs de l'eau, il faut le prendre au dessus des basses eaux, d'un tiers seulement de la différence entre la basse mer & la haute mer; parce qu'il est démontré que la montée est double de la descente dans les syzygies. A Brest il y a 23 pieds de marée dans les cas les plus favorables; le tiers est 7 pieds 8 pouces, c'est la hauteur du niveau naturel de la mer au dessus des basses eaux; plusieurs Observateurs se sont trompés en prenant le milieu pour terme moyen.

1097. On objecte souvent aux attractionnaires que si l'attraction étoit la cause des marées, elle devroit avoir lieu dans les petites mers comme dans les grandes; mais il est démontré que dans de petites mers la marée doit être insensible. Supposons que *RM* (*fig.* 132), soit une partie du globe terrestre, *SM* une portion du sphéroïde aqueux qui auroit lieu si la mer étoit libre & couvroit toute la terre; s'il y a un petit espace de mer qui n'ait que la largeur *ZX* d'orient en occident, les eaux ne peuvent pas prendre la courbure *VS*, car n'y ayant pas des eaux environnantes pour prendre la

place de celles qui s'éleveroient, elles ſont réduites à prendre une courbure ſemblable *OR*, en ſorte que *VO* ſoit égale à *SR*, la ſurface *COR* étant toujours égale à la ſurface *CZX*. Par-là on voit ſans aucun calcul que la marée y ſera d'autant moins ſenſible que la longueur de la mer en longitude ſera moindre, puiſque la ſurface du triangle *ZCX* diminue comme *ZX*, & que l'inclinaiſon des lignes *OR*, *ZX*, ne ſauroit jamais être plus grande que l'angle formé par le cercle & par l'ellipſe en *M*; auſſi M. Bernoulli démontre par ſes formules que la marée totale de cette mer eſt à celle qui auroit lieu dans la mer libre, comme la longueur *ZX* de cette mer d'orient en occident eſt au ſinus total.

M. Bernoulli prouve également que ſi la mer avoit 90° d'étendue, la marée y ſeroit plus petite d'un ſixieme ſeulement que dans la mer libre; & elle y arriveroit $1^h\,5'$ plus tard que ſi toute la terre étoit inondée.

On voit auſſi par ce qui précede que dans une mer étroite lorſque l'eau s'éleve vers un rivage *R*, elle s'abaiſſe vers le rivage oppoſé en *O*.

1098. Je ne parlerai pas ici des modifications particulieres que la loi générale des marées éprouve en différents pays par la ſituation des mers & des rivages; on peut voir ce que Newton dit de Batsham dans le Tunquin, où il n'y a qu'une marée par jour; ce qu'on a écrit ſur les marées extraordinaires de l'Euripe; dans le ſecond Tome des Voyages de Spon, dans le Dictionnaire de la Martiniere, dans les Lettres de M. Buc'hoz; ſur celles du Détroit de Gibraltar, on pourra voir les *Tranſ. Philoſ* de 1762.

1099. Quant au détail des obſervations qu'on a faites en France ſur les marées, on les trouvera ſur tout dans les Mémoires de l'Académie, années 1710, 1712, 1713, 1714, 1720, & dans un Traité particulier que je me propoſe de publier ſur cette matiere.

Je n'ai pu donner dans ce XIIe Livre qu'une idée générale de l'attraction; cette matiere étant hériſſée des calculs les plus abſtraits ne ſauroit être à la portée des Lecteurs à

qui cet ouvrage est destiné, mais ils y trouveront peut-être de quoi exciter leur curiosité & les disposer à une étude plus approfondie.

1100. Il manque à cette Introduction un traité de Calcul astronomique, mais ceux qui auront assez de curiosité dans ce genre pour vouloir se livrer aux détails & aux opérations de l'Astronomie, ne pourront se dispenser de recourir à mon ASTRONOMIE en 3 vol *in*-4°, édition de 1771, qui forme un Cours plus satisfaisant & plus complet de cette vaste science.

EXPLICATION

de la Table qui contient le Résultat de toute l'Astronomie.

LA Table suivante renferme tous les éléments qui n'ont pas été mis à leur place dans le cours de cet Ouvrage, afin que le rapprochement en fût plus commode pour le Lecteur. Par exemple, les révolutions tropiques auroient pu être placées à l'Article 454 où j'en ai donné l'explication, aussi la Table renvoie à cet Article dans le titre même de la colonne des révolutions.

Les diametres, les grosseurs & les distances des Planetes qui se trouvent dans la Table suivante, sont calculés sur les derniers résultats de la parallaxe du Soleil, que je trouve de 8 secondes & demie ; ainsi cette Table est meilleure que celle que j'ai donnée dans le sixieme Livre de mon *Astronomie*, & qui fut imprimée avant que nous eussions reçu les observations les plus concluantes du passage de Vénus observé en 1769.

Il pourroit arriver que la parallaxe moyenne du Soleil, que je suppose de $8'' \frac{1}{2}$ en nombres ronds, fût tant soit peu plus grande ; M. Lexell qui s'est occupé de ces recherches postérieurement aux miennes, & qui a mis tout le scrupule possible dans ses calculs, trouve $8'' 63$ au lieu de $8'' 55$ que j'avois fixées dans mon Mémoire ; & voilà, ce me semble, à quoi peut se réduire l'incertitude actuelle sur cet élément,

c'eſt-à-dire, à un douzieme de ſeconde, & je n'ai pas trouvé que cette différence valût la peine de recalculer ma Table, quand même elle ſeroit bien avérée.

Ces révolutions ſont comptées en années communes de 365 jours ſeulement, en jours, heures, minutes, ſecondes, & dixiemes de ſecondes de temps moyen.

Le diametre du Soleil eſt ici plus petit de quelques ſecondes que celui que j'ai déterminé par les plus exactes obſervations; mais il m'a paru par les durées des éclipſes que le véritable diametre du Soleil eſt amplifié par l'irradiation de ſa lumiere. Les chiffres qui ſont après les virgules indiquent des décimales; par exemple, le diametre de la Lune eſt de 4″ 642, c'eſt-à-dire, 4 ſecondes & ſix dixiemes, 4 centiemes, 2 milliemes, ou 642 milliemes de ſeconde.

De même la vîteſſe des graves à la ſurface de la terre eſt de 15 pieds & 1038 dix milliemes de pied; j'ai ajouté à la vîteſſe qui s'obſerve en effet ſous l'équateur à la ſurface de la terre, la quantité dont la force centrifuge la diminue, afin d'avoir la véritable vîteſſe qui auroit lieu ſi la terre étoit immobile; il en eſt de même des autres Planetes.

En calculant la denſité de Saturne, j'ai pris un milieu entre les maſſes qui réſultent des diſtances des cinq Satellites obſervées par M. Caſſini; d'autres Aſtronomes ſe contentent de la diſtance du quatrieme Satellite qui eſt la mieux connue. J'ai auſſi négligé la maſſe de l'Anneau, & je l'ai ſuppoſée réunie au globe de Saturne, parce que ſon épaiſſeur eſt fort petite; d'ailleurs ſa maſſe étant abſolument inconnue, cet élément ne pouvoit entrer dans le calcul.

Avec les diſtances moyennes qui ſont à la fin de cette Table, on peut avoir la plus grande & la plus petite diſtance de chaque planete à la terre, par exemple, pour Mercure qui eſt éloigné du Soleil de 13 millions de lieues, le Soleil étant éloigné de la Terre de 34, la ſomme 47 eſt la plus grande diſtance de Mercure; la différence 21 eſt la plus petite. Pour Saturne la ſomme de 34 & 331 millions nous apprend que ſa plus grande diſtance à la Terre eſt de 375 millions; la différence 297 eſt ſa plus petite diſtance.

TABLE qui contient le Résultat des observations les plus récentes sur les révolutions, les grandeurs & les distances des Planetes.

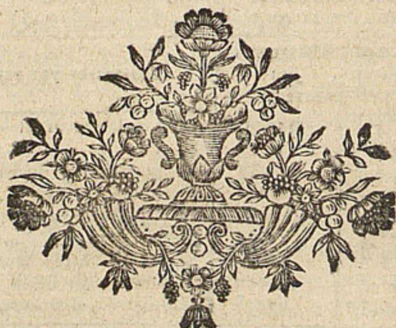
PLANETES.	Révol. tropique (454). ans J. H. M. S.D.	Révol. sidérale (321). ans J. H. M. S.D.	Révol. Synod 557). ans J. H. M. S.
Le Soleil,	1 0 5 48 45,5	1 0 6 9 11,2	. . . .
La Lune,	0 27 7 43 4,6	0 27 7 43 11,5	29 12 44 3
Mercure,	0 87 23 14 25,9	0 87 23 15 37,0	115 21 3 22
Vénus,	0 224 16 41 32,4	0 224 16 49 12,7	583 22 7 6
Mars,	1 321 22 18 27,3	1 321 23 30 43,3	779 22 28 26
Jupiter,	11 315 8 58 27,3	11 317 8 51 25,6	398 21 15 45
Saturne,	29 164 7 21 50,0	29 176 14 36 42,5	378 2 8 8

	Diametres en minutes & sec. (532).	Diametres en lieues (534).	Diametres par rapport à la terre.
Le Soleil,	31′ 57″ 5	323155	Cent & treize diam. de la terre ou 112,79
La Terre,	17,0	2865	 1,000
La Lune,	4,642	782	Un quart, ou $\frac{3}{11}$ du diam. de la terre 0,2730
Mercure,	7,0	1180	Deux cinquiemes 0,41176
Vénus,	16,52	2785	Plus petite d'un trente-troisieme... 0,97196
Mars,	11,4	1921	Deux tiers, ou 0,67059
Jupiter	3 13,7	32644	Onze diametres & un tiers . . 11,393
Saturne,	2 51,7	28936	Dix diametres de la terre . . . 10,100
Ann. de ♄.	6 40,6	67518	Vingt-trois diametres & demi. 23,567

	Grosseur ou volume par rapport à la terre, à peu près.	Plus exactement & en décimales.	Densité par rapport à la terre (1021).
Le Soleil,	Quatorze cent mille fois plus gros	1435025	0,25463 *
La Lune,	La quarante-neuvieme de la terre,	0,02036	0,68706 *
Mercure,	Sept centiemes,	0,06981	2,0377
Vénus,	Onze douziemes de la terre,	0,91822	1,2750
Mars,	Trois dixiemes,	0,30155	0,72917
Jupiter,	1479 fois aussi gros que la terre,	1479	0,22984 *
Saturne,	1030 fois aussi gros que la terre,	1030	0,10450 *

	Masse par rapport à la terre (1019).	Vîtesse des graves à leur surface (1024).		Distance à la terre en lieues de 2283 toises (585).	
				Moyenne.	
Le Soleil,	365412	433pi.	81	34761680	Les Distances moyennes de Mercure & de Vénus
Ta Terre,	1	15	1038	. . . . .	sont marquées ici par
La Lune.	0,01399	2	83	86324	rapport au Soleil; car,
Mercure,	0,14228	12	673	13456204	par rapport à la terre,
Vénus,	1,1707	18	717	25144250	elles sont les mêmes que
Mars,	0,21988	7	39	52966122	la distance du soleil à la
Jupiter,	340,00	39	55	180794791	terre, ou de 34761680
Saturne,	106,90	15	83	331604504	lieues.

L'incertitude qu'il peut y avoir sur la distance du Soleil & des autres planetes à la Terre, est environ d'une deux centieme partie du total, peut-être même deux cent mille lieues pour le Soleil. Mais la distance de la lune est beaucoup mieux connue, il n'y a pas 50 lieues d'incertitude sur 86 mille lieues de distance.



TABLE

DES MATIERES.

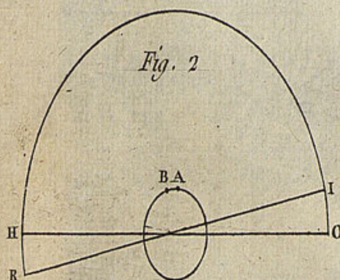
Les Chiffres marquent les numéros, & non les pages.

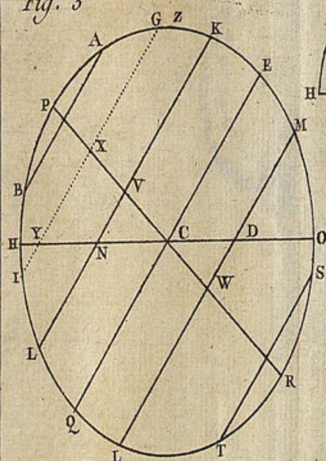
Fin de la Table des Matieres.

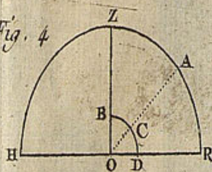
Le Privilege se trouve à la fin de l'ASTRONOMIE, *in*-4°.

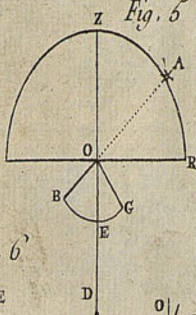

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
SEVILLA

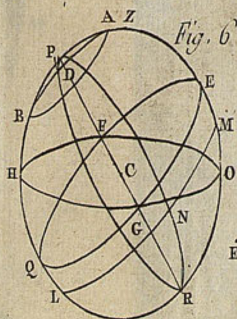

Fig. 1.
η
ξ
ε
δ
α
γ
β

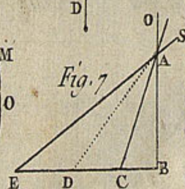

Fig. 2
B A
I
H
O
R

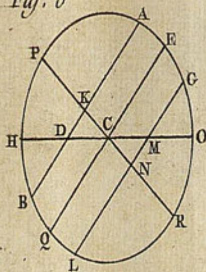

Fig. 3
G Z
A
K
E
P
M
X
V
B
H
Y
C
D
O
N
I
S
W
L
R
Q
L
T

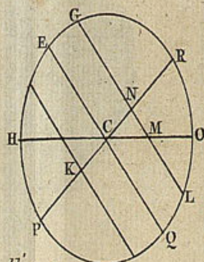

Fig. 4
Z
A
B
C
H
O D
R

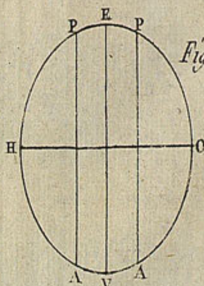

Fig. 5
Z
A
O
R
B
G
E
D


A Z
Fig. 6
P
D
E
B
F
M
H
C
O
N
G
Q
L
R

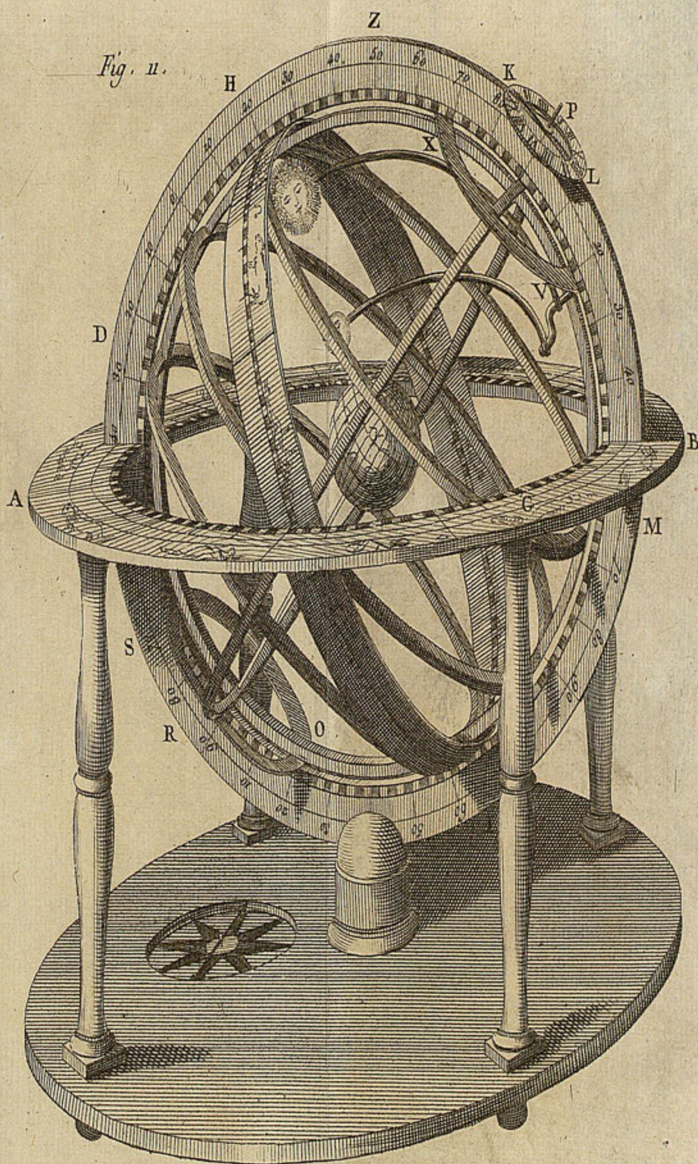

O
S
A
Fig. 7
E
D
C
B


Fig. 8
A
E
P
G
K
D
C
H
O
M
N
B
R
Q
L

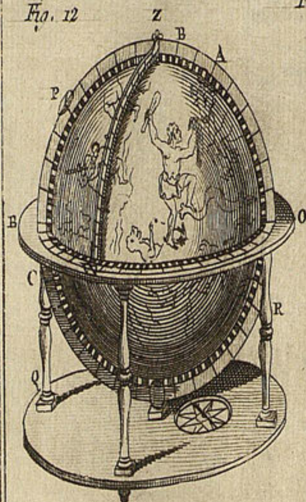

G
E
R
N
C
M
H
O
K
L
P
Q
Fig. 9

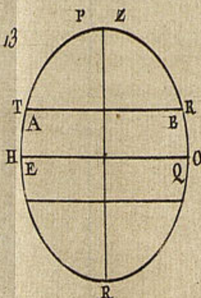

P E P
Fig. 10
H
O
A V A

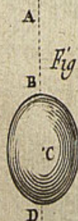
SPHERE ARMILLAIRE

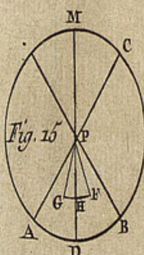


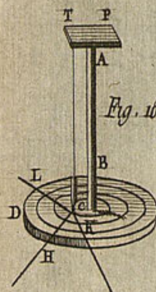

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
SEVILLA

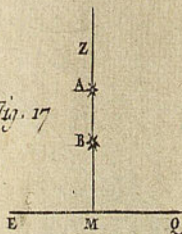

Fig. 12
Z
B
A
P
B
O
C
R
Q

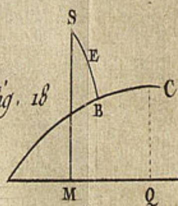

Fig. 13
P Z
T
R
A
B
H
O
E
Q
R


A
Fig. 14
B
C
D
E
F

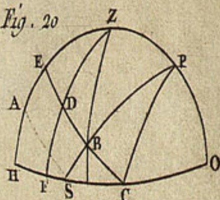

M
C
Fig. 15
P
G
H
F
A
B
D


T P
A
Fig. 16
B
L
D
C
K
H


Z
A
Fig. 17
B
E
M
Q


S
E
Fig. 18
B
C
M
Q


Orion
α
γ
Fig. 19
β
Rigel


Fig. 20
Z
E
P
A
D
B
H
F
S
C
O



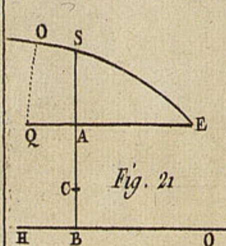


Fig. 21

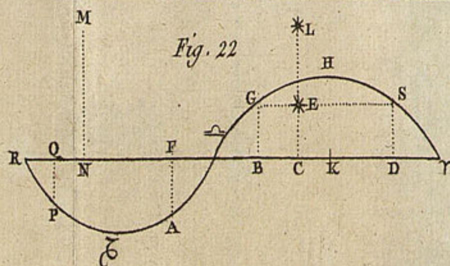


Fig. 22

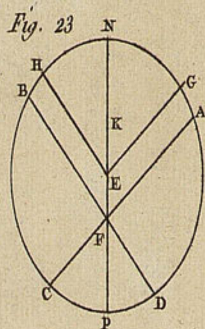


Fig. 23

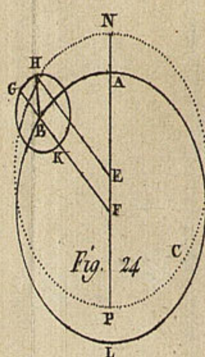


Fig. 24

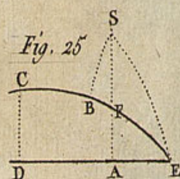


Fig. 25

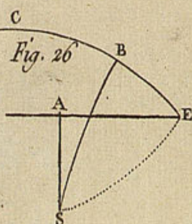


Fig. 26

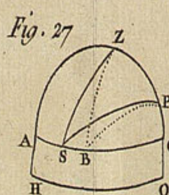


Fig. 27



Fig. 28

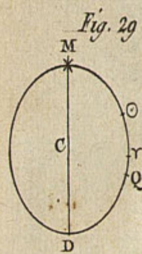


Fig. 29

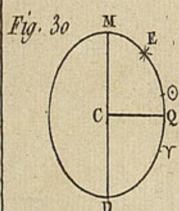


Fig. 30

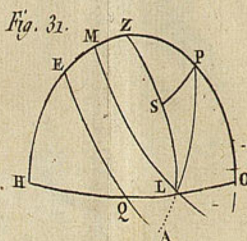


Fig. 31.

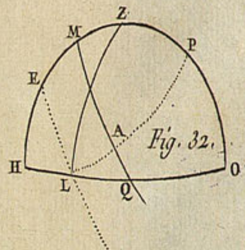
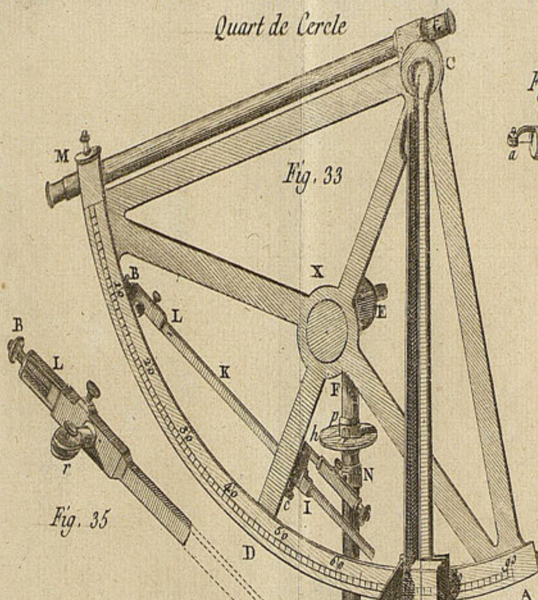


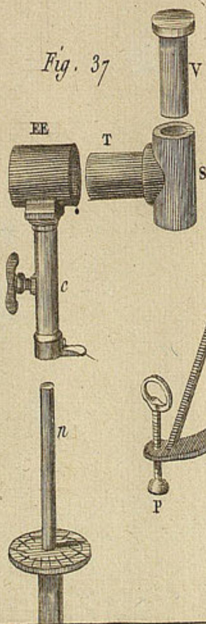
Fig. 32.

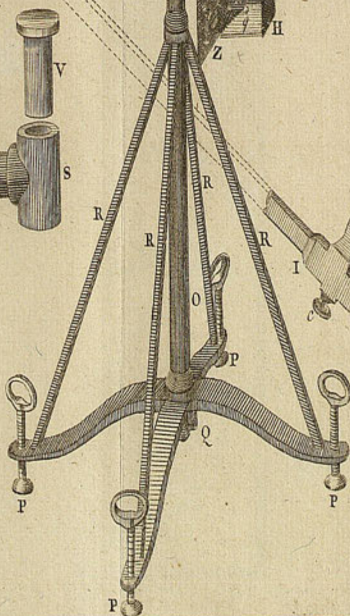

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
SEVILLA

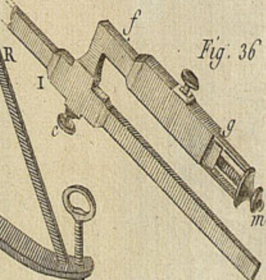
Quart de Cercle












CA UNIVERSITARIA
SEVILLA

Fig. 38

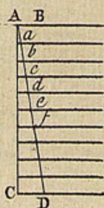


Fig. 40

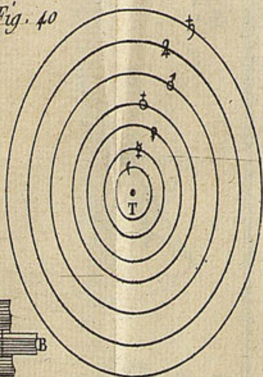


Fig. 41

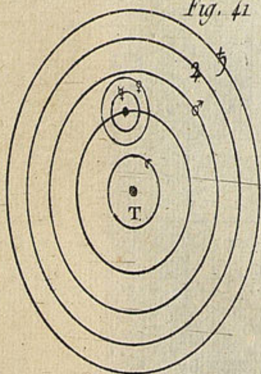


Fig. 39

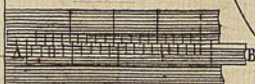


Fig. 42

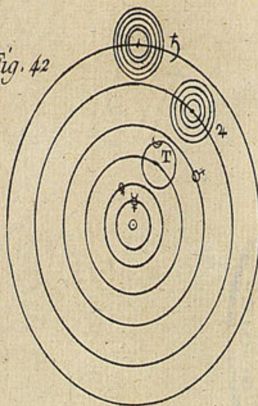


Fig. 43

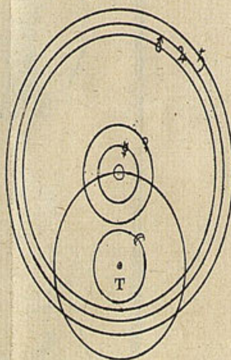


Fig. 44

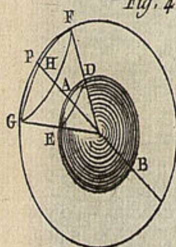




Fig. 45

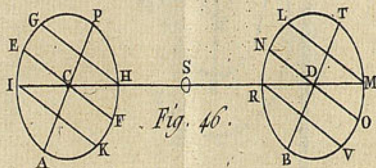
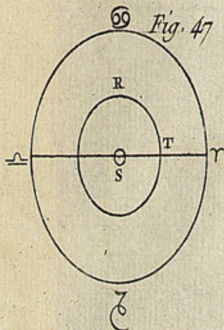
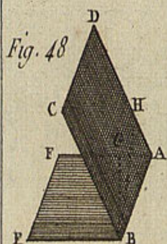


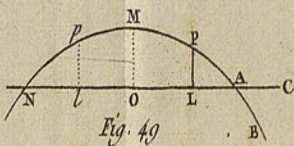
Fig. 46.

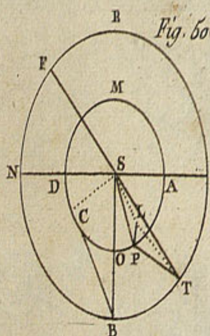
Fig. 47

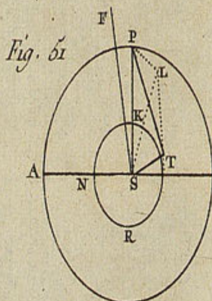


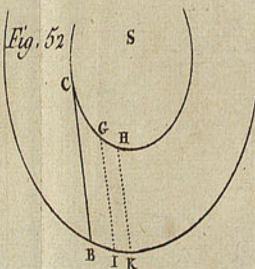

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
SEVILLA

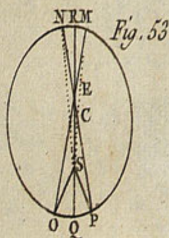

Fig. 48
D
C
H
A
F
B

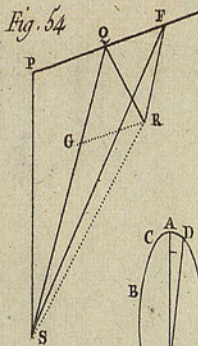

M
p
P
A
C
N
l
O
L
Fig. 49
B

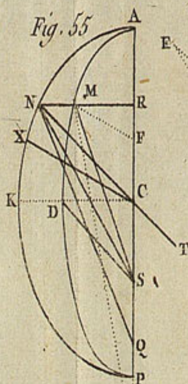

Fig. 60
F
M
N
S
D
A
C
L
O P
T
B

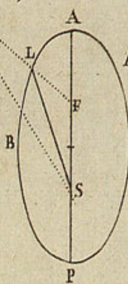

F
P
Fig. 51
L
K
T
A
N
S
R

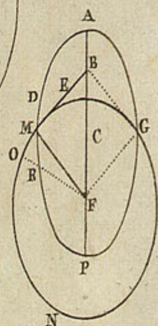

Fig. 52
S
C
G
H
B
I
K

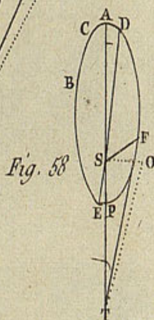

NRM
Fig. 53
E
C
S
O
Q
P

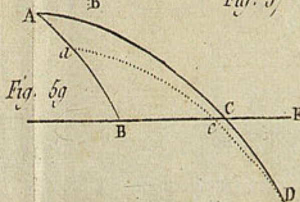

Fig. 54
Q
F
P
R
G
S

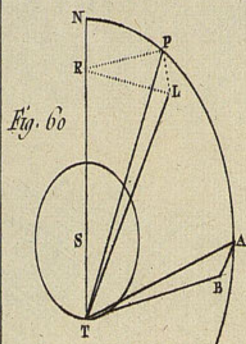

Fig. 55
A
N
M
R
F
X
C
K
D
T
S
Q
P
B

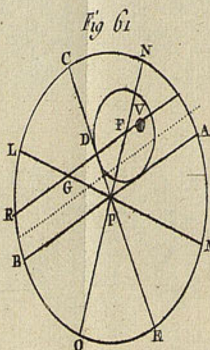

E
A
L
Fig. 56
F
B
S
P

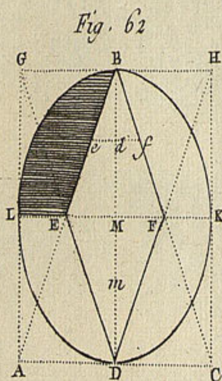

A
B
E
D
M
G
C
O
R
F
Fig. 57
P
N

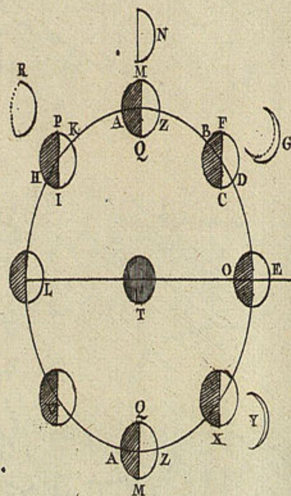

C
A
D
B
F
S
O
Fig. 58
E
P
T


A
d
Fig. 59
C
E
B
c
D


Fig. 60
N
P
R
L
S
A
B
T


Fig 61
C
N
V
F
D
A
L
G
R
P
M
B
O
E


Fig. 62
G
B
H
e d f
L
E
M
F
K
m
A
D
C


N
R
M
P K
A
Z
B F
G
Q
H
I
D
C
L
T
O
E
V
Q
Y
X
A
Z
M

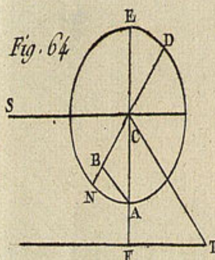
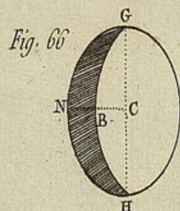
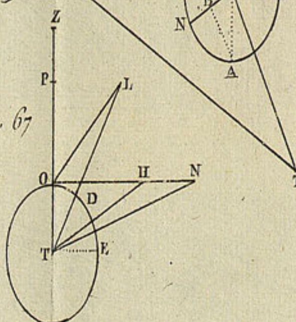
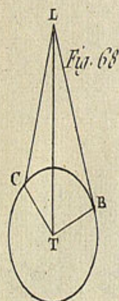

Fig. 64
E
D
S
C
B
N
A
F
T

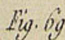
Fig. 63

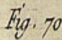

Fig. 66
G
N
B
C
H

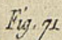

Fig. 65
S
V
O
B
N
A
T
Z
P
L
Fig. 67
O
H
N
D
T
E

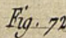

L
Fig. 68
C
B
T

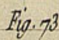

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
SEVILLA

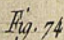

Fig. 69

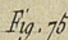

Fig. 70

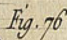

Fig. 71

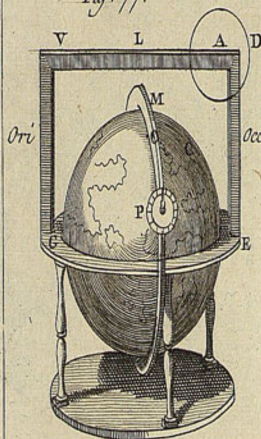

Fig. 72

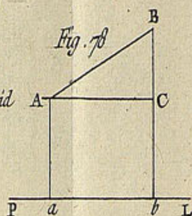

Fig. 73

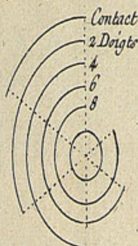

Fig. 74

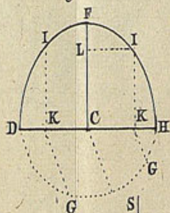

Fig. 75

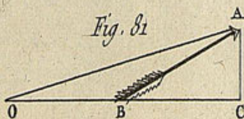

Fig. 76

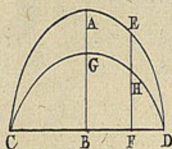

Fig. 77.
V
L
A
D
M
Ori
Occid
P
G
E

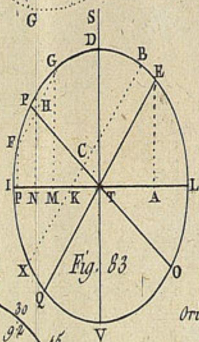

Fig. 78
B
A
C
P
a
b
L

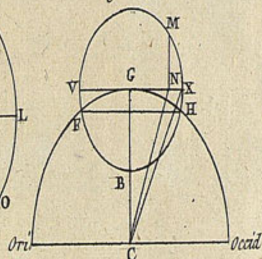

Fig. 79
Contact
2 Doigts
4
6
8

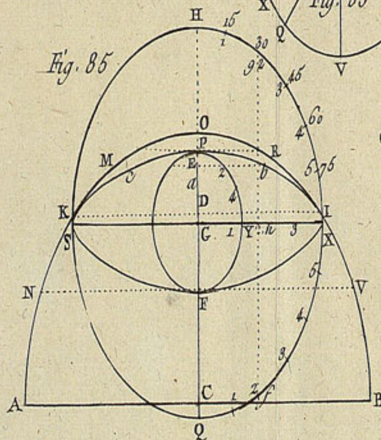

Fig. 80
F
I
L
I
D
K
C
K
H
G
G

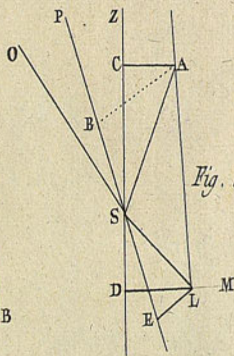

Fig. 81
A
O
B
C

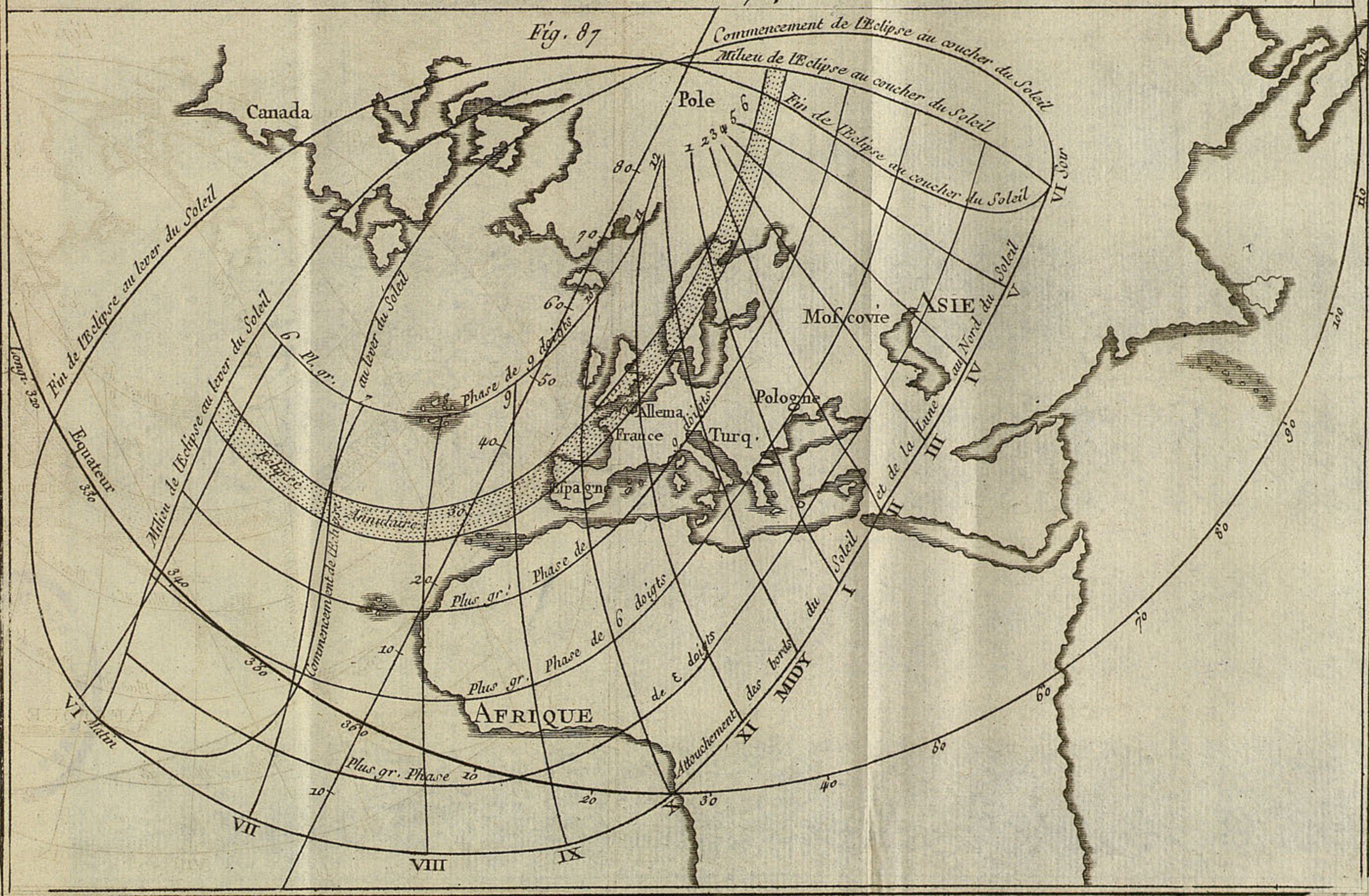

Fig. 82.
A
E
G
H
C
B
F
D

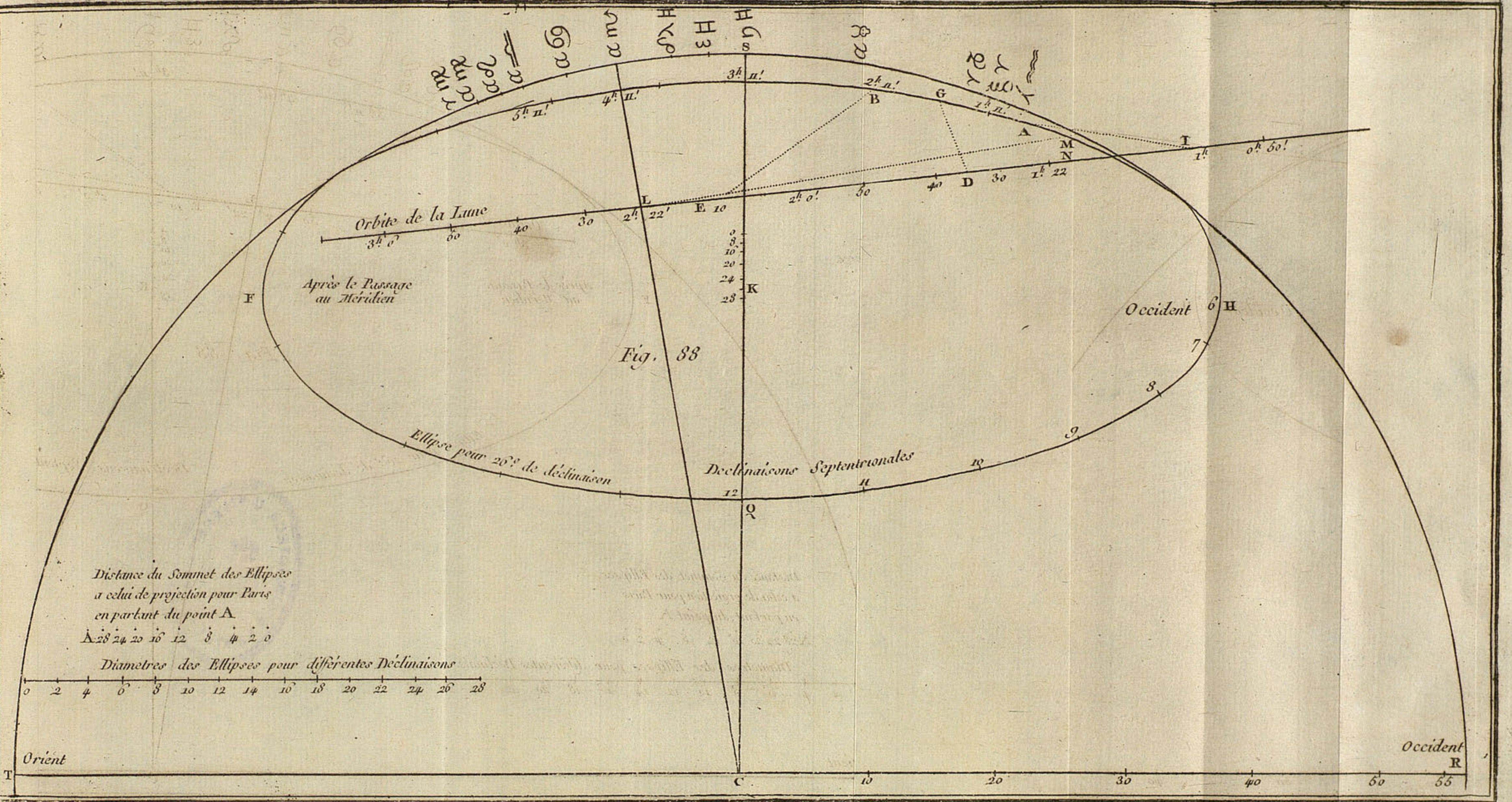

S
D
G
B
E
P
H
F
C
I
P N M K T
A
L
X
Fig. 83
O
Q
V


Fig. 84
M
G
V
N
X
H
F
B
Ori
C
Occid

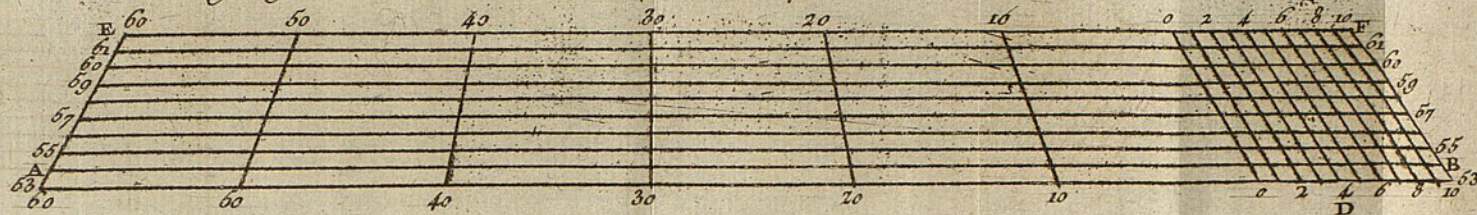

Fig. 85
H
O
P
M
R
E
D
K
I
S
G
Y
X
N
V
F
A
C
B
Q

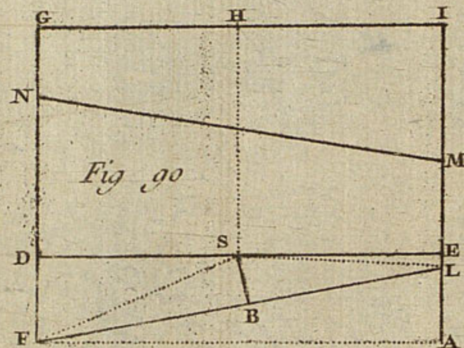

P
Z
O
C
A
B
Fig. 86
S
D
M
L
E

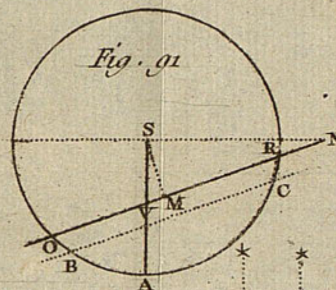

Figure du Passage de la Penombre de la Lune sur la surface de la Terre pendant l'Eclipse de Soleil du 1.er Avril 1764
Fig. 87
Commencement de l'Eclipse au coucher du Soleil
Milieu de l'Eclipse au coucher du Soleil
Fin de l'Eclipse au coucher du Soleil
Pole
Canada
Fin de l'Eclipse au lever du Soleil
Milieu de l'Eclipse au lever du Soleil
Commencement de l'Eclipse au lever du Soleil
Phase de 9 doigts
Plus gr.e Phase de
Plus gr. Phase de 6 doigts
Plus gr. Phase de 3 doigts
Plus gr. Phase
Eclipse Annulaire
Attouchement des bords du Soleil et de la Lune au Nord du Soleil
Moscovie
ASIE
Pologne
Allema.
France
Turq.
Espagne
AFRIQUE
Equateur
Longi. 320
VI Matin
VII
VIII
IX
XI
MIDY
I
II
III
IV
V
VI Soir

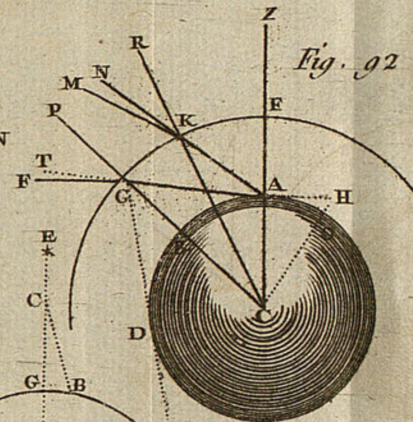

Orbite de la Lune
Après le Passage au Méridien
Occident
Fig. 88
Ellipse pour 26°. de déclinaison
Déclinaisons Septentrionales
Distance du Sommet des Ellipses a celui de projection pour Paris en partant du point A.
A 28 24 20 16 12 8 4 2 0
Diametres des Ellipses pour différentes Déclinaisons
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28
Orient
Occident
T C 10 20 30 40 50 55 R

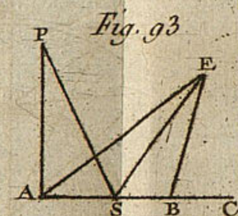

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
SEVILLA

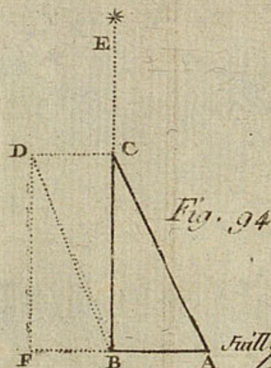

Fig. 89
Echelle des Parallaxes pour Paris
E
F
A
B
D
60
50
40
30
20
10

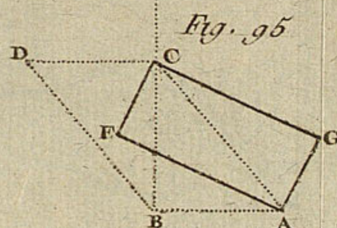

Fig. 90
G
H
I
N
M
D
S
E
L
F
B
A

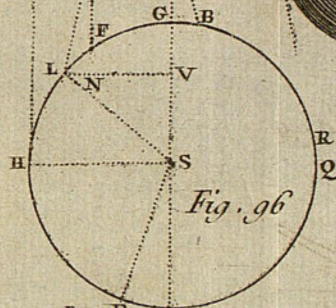

Fig. 91
S
R
N
C
M
V
O
B
A

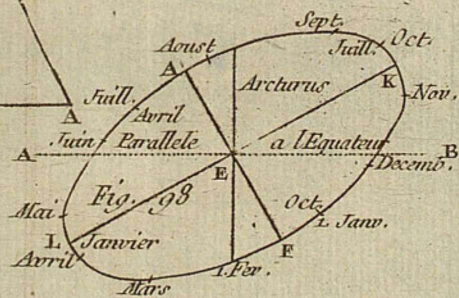

Fig. 92
Z
R
N
M
P
K
F
T
F
G
A
H
C
D

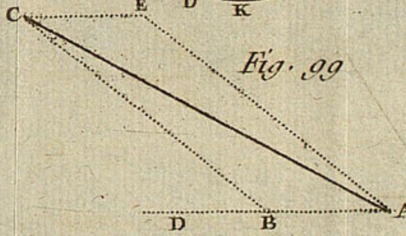

Fig. 93
P
E
A
S
B
C

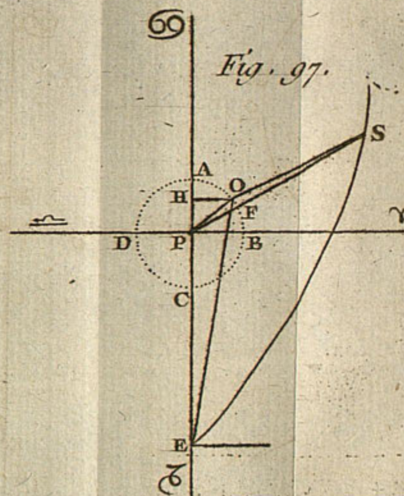

Fig. 94
E
D
C
F
B
A


Fig. 95
R
D
C
F
G
B
A

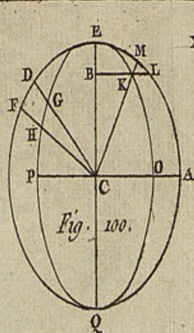

Fig. 96
I
M
E
C
G
B
F
L
N
V
H
S
R
Q
D
K

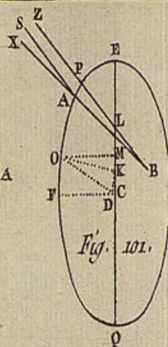

Fig. 98
Sept.
Aoust
Oct.
Juill.
Arcturus
Nov.
Juill.
Avril
Juin
Parallele
a l'Equateur
Decemb.
A
B
E
Mai
Oct.
Janv.
L
Janvier
Avril
F
Fev.
Mars

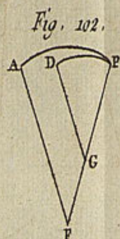

Fig. 99
C
E
D
B
A

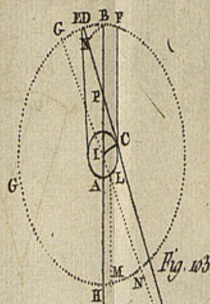

Fig. 97
♋
S
A
O
H
F
♎
♈
D
P
B
C
E
♑

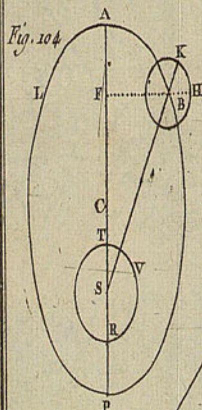

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
SEVILLA


E
M
B
L
D
K
F
G
H
P
C
O
A
Fig. 100.
Q


S
Z
X
E
P
A
L
O
M
K
B
F
C
D
Fig. 101.
Q


Fig. 102.
A
D
P
G
F


G
E D
B
F
P
C
I
A
L
G
M
N
H
Fig. 103
S
T


Fig. 104
A
K
L
F
C
T
S
V
R
P

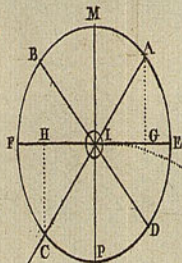
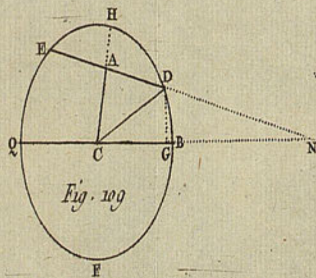
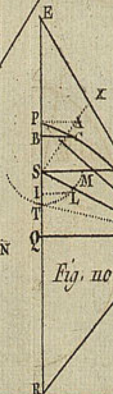

M
B
A
F
H
I
G
E
C
D
P

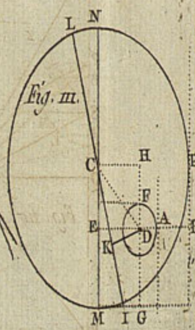

Fig. 106.


I
K
H
Fig. 108
S

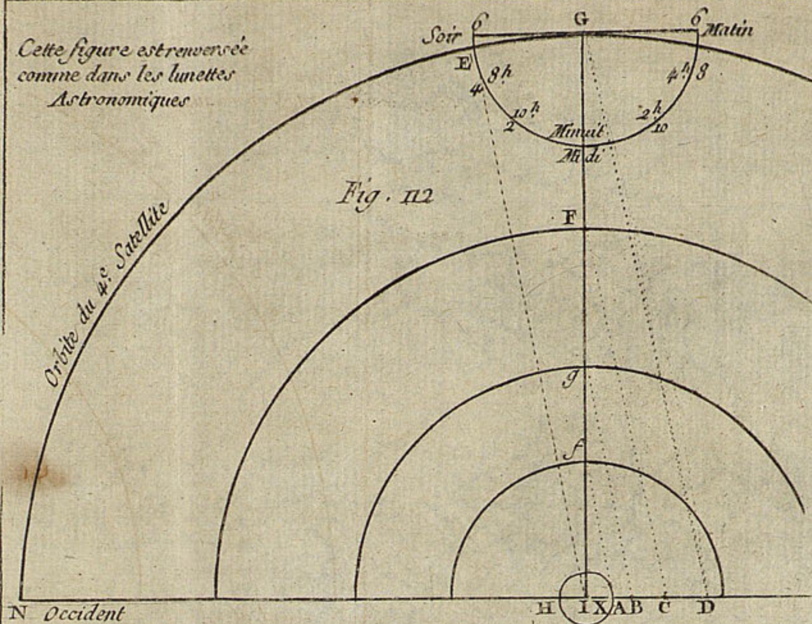

Fig. 107

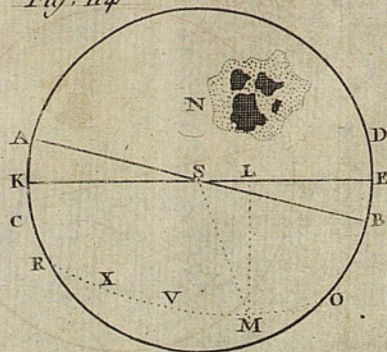

H
E
A
D
Q
C
G
B
N
Fig. 109
F

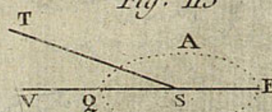

E
X
P
B
S
M
L
I
T
Q
D
Fig. 110
R

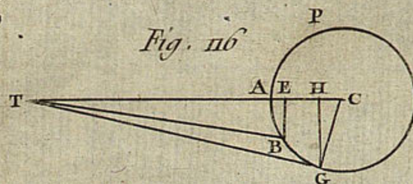

L
N
Fig. 111.
C
H
P
F
E
A
B
D
K
M
I
G

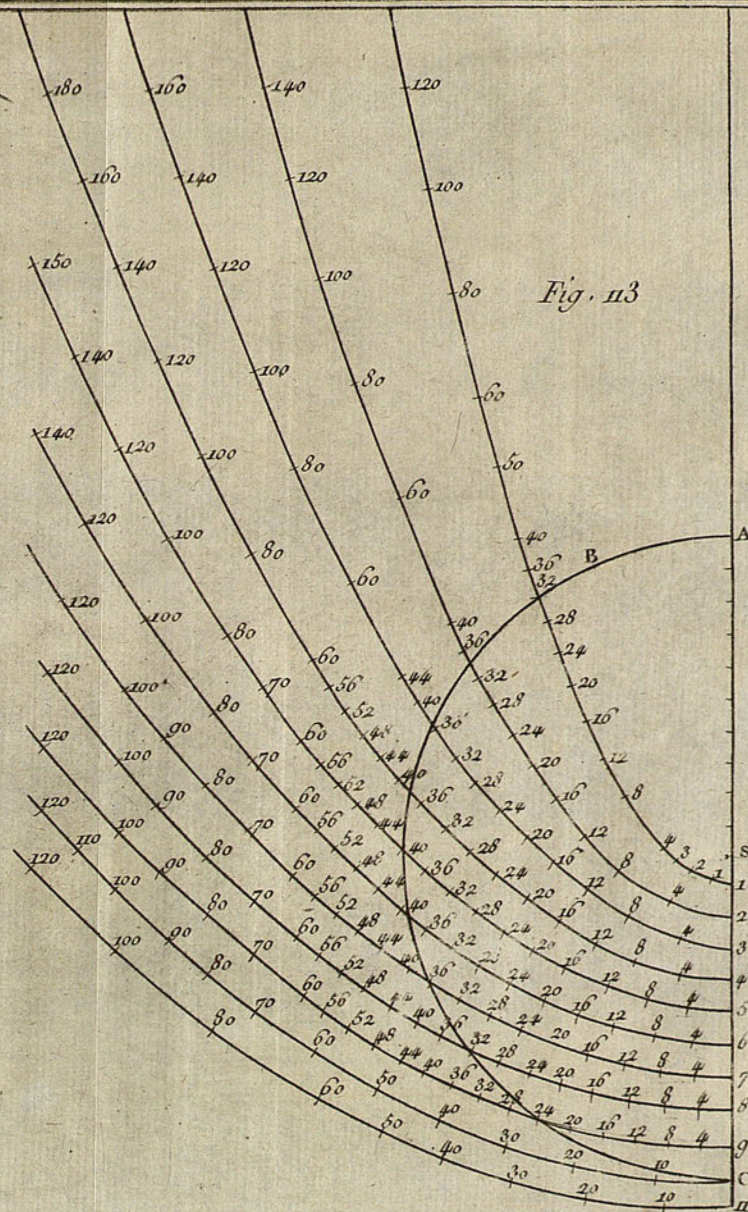

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA • SEVILLA •


Cette figure est renversée comme dans les lunettes Astronomiques
Soir
Matin
Minuit
Midi
Fig. 112
Orbite du 4e. Satellite
N Occident
H I X A B C D
1 2 3 4

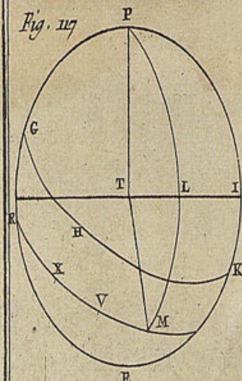

Fig. 114

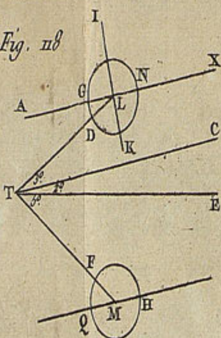

Fig. 115

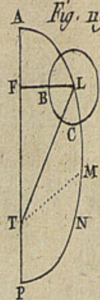

Fig. 116

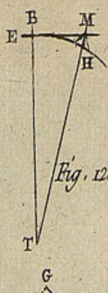

Fig. 113

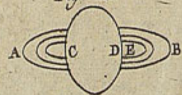

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
SEVILLA

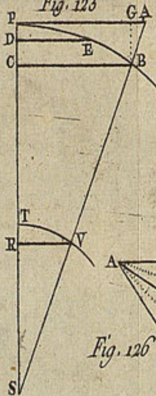

Fig. 117
P
G
T
L
I
R
H
X
V
M
K
E

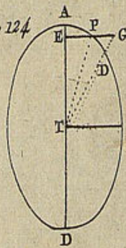

Fig. 118
I
X
N
A
G
L
D
K
C
T
E
F
Q
M
H

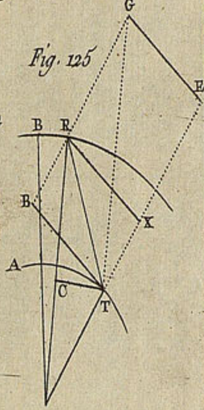

A
Fig. 119
F
B
L
C
M
T
N
P

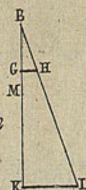

B
M
E
H
Fig. 120
T

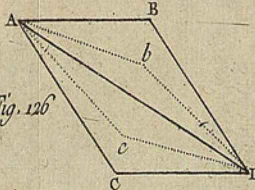

Fig. 121
A
C
D
E
B

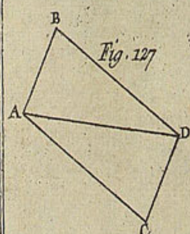

Fig. 123
P
G A
D
E
C
B
T
R
V
S

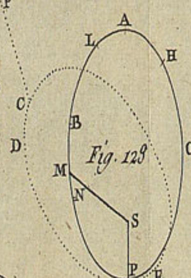

Fig. 124
A
E
P
G
D
T
D

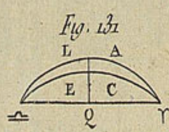

G
Fig. 125
E
B
R
B
X
A
C
T

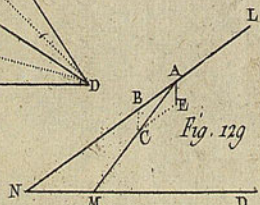

B
G
H
M
Fig. 122
K
L

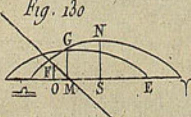

A
B
b
Fig. 126
c
C
D

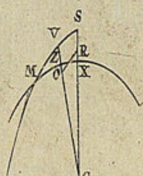

B
Fig. 127
A
D
C


P
A
L
H
C
B
D
O
Fig. 128
M
N
S
P
E


Fig. 131
L
A
E
C
Q


L
A
B
E
C
Fig. 129
N
M
D


Fig. 130
G
N
F
O
M
S
E


S
V
R
M
X
C
Fig. 132


BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
SEVILLA

j# 3





ABREGE
DE LA
[illegible]